

**CLASSE DE 2TSI  
PROGRAMME DE COLLE DE MATHEMATIQUES**

**Colle 07**

Du 12 Novembre 2024 au 15 Novembre 2024

**1) Revision des probabilités discrètes sur un univers fini**

Voir colle 06.

**2) Variables aléatoires discrètes  $X$  avec  $X(\Omega)$  fini**

Variable aléatoire réelle avec  $X(\Omega)$  fini. Variable aléatoire  $\phi(X)$ , où  $\phi$  est une fonction réelle.

Définition de la loi de probabilité d'une variable aléatoire  $X$ .

Espérance  $E(X)$  et variance  $V(X) = E((X - E(X))^2)$ .

Formule de transfert et formule de Koenig :  $V(X) = E(X^2) - E^2(X)$ .

Linéarité de l'espérance et formule  $V(aX + b) = a^2V(X)$ . Loi centrée réduite.

Lois classiques discrètes finies : loi uniforme sur un ensemble fini, loi de Bernoulli, loi binomiale, espérance et variance de ces lois.

**3) Couples de Variables aléatoires discrètes  $(X, Y)$  avec  $X(\Omega)$  et  $Y(\Omega)$  finis**

Loi du couple, lois marginales.

Indépendance de deux variables aléatoires.

**4)  $n$ -uplet de variables aléatoires discrètes  $(X_1, \dots, X_n)$**

Définition de la loi de  $(X_1, \dots, X_n)$ , indépendance de  $n$  variables aléatoires  $X_1, \dots, X_n$ .

**Warnung** : Éviter les exercices portant sur la détermination de la loi d'une somme de plus de deux variables aléatoires indépendantes  $X_1 + \dots + X_n$ . Le seul cas qu'on a survolé est la correspondance entre une somme  $X_1 + \dots + X_n$  de  $n$  variables indépendantes de Bernoulli de paramètre  $p$  et la loi binomiale  $\mathcal{B}(n, p)$ .

**5) Inégalité de Bienaymé-Tchebychev**

**Warnung** : L'inégalité de Markov n'est pas à connaître.

**Le colleur vérifiera la maîtrise ou l'acquisition de certains des points suivants (en question de cours ou dans un exercice) :**

**Know-how :**

**Sur les probabilités :**

- 1) Utiliser dans un problème de dénombrement le nombre de bijections ou d'applications.
- 2) Savoir calculer  $P(\bar{A})$ ,  $P(A \cap B)$ ,  $P(A \cup B)$  avec des formules.
- 3) Savoir calculer une probabilité en faisant le rapport du nombre de cas favorables sur le nombre de cas possibles.
- 4) Savoir utiliser la formule de Bayes pour calculer  $P_B(A)$  connaissant  $P_A(B)$ .
- 5) Savoir utiliser la formule des probabilités totales en particulier associé au système complet  $(A, \bar{A})$ .
- 6) Savoir calculer  $P(A \cap B)$  puis  $P(A \cap B \cap C)$  avec la formule des probabilités composées.
- 7) Savoir différencier deux événements incompatibles et indépendants.

**Sur les V.A.R.D :**

- 1) Savoir trouver une loi de probabilité dans des cas simples.
- 2) Savoir reconnaître une loi classique.
- 3) Connaître l'espérance et la variance des lois classiques (Bernoulli et Binomiale) et retrouver celle de la loi uniforme (qui dépend de l'intervalle discret choisi).
- 4) Savoir calculer  $V(X)$  directement ou avec Koenig.
- 5) Établir le tableau de la loi d'un couple, trouver les lois marginales et calculer les quantités  $E(XY)$  et  $\text{Cov}(X, Y)$ .
- 6) Savoir détecter quand deux ou  $n$  v.a.r sont indépendantes.
- 7) Calculer  $P(X + Y = k)$  quand  $X$  et  $Y$  sont indépendants, où  $X$  et  $Y$  ont des lois connues.
- 8) Faire le lien entre  $n$  v.a.r indépendantes de Bernoulli de paramètre  $p$  et la loi binomiale  $\mathcal{B}(n, p)$ .
- 9) Savoir utiliser Bienaymé-Tchebychev sur des cas simples.