

**CLASSE DE 2TSI
PROGRAMME DE COLLE DE MATHEMATIQUES**

Colle 08

Du 18 Novembre 2024 au 22 Novembre 2024

1) Révision des variables aléatoires discrètes X avec $X(\Omega)$ fini et des couples de v.a.r

Voir colle 07. En particulier, lois de couples, covariance et $E(XY)$.

Si X et Y sont indépendants, on a alors $E(XY) = E(X)E(Y)$. **Inégalité de Bienaymé-Tchebychev**

Attention, l'inégalité de Markov n'est pas à connaître.

2) Déterminants d'ordre $n \geq 2$: rappels du calcul, règle de Pierre Sarrus pour le cas 3. Application à l'aire algébrique (cas $n = 2$) et au volume algébrique (cas $n = 3$). Définition en tant qu'application de $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ dans \mathbb{K} , multilinéaire et antisymétrique telle que $\text{Det}(I_n) = 1$. Formule de développement selon une rangée. Opérations élémentaires sur un déterminant et conséquences sur ce déterminant. Caractérisation d'une matrice inversible par son déterminant. Déterminant de deux matrices semblables.

$$\text{Det}(AB) = \text{Det} A \times \text{Det} B, \text{Det}(A^T) = \text{Det} A, \text{Det}(\lambda A) = \lambda^n \text{Det} A.$$

Déterminant d'une matrice triangulaire.

Déterminants de n vecteurs dans une base de E , espace vectoriel de dimension n .

Déterminant d'un endomorphisme.

Le colleur vérifiera la maîtrise ou l'acquisition de certains des points suivants (en question de cours ou dans un exercice) :

Compétences à acquérir :

Sur les V.A.R.D :

- 1) Savoir trouver une loi de probabilité dans des cas simples.
- 2) Savoir reconnaître une loi classique.
- 3) Connaître l'espérance et la variance des lois classiques (Bernoulli et Binomiale) et retrouver celle de la loi uniforme.
- 4) Savoir calculer $V(X)$ directement ou avec Koenig.
- 5) Etablir le tableau de la loi d'un couple, trouver les lois marginales et calculer $E(XY)$ et $Cov(X, Y)$.
- 6) Savoir détecter quand deux ou n v.a.r sont indépendants.
- 7) Faire le lien entre n v.a.r indépendantes de Bernoulli de paramètre p et la loi binomiale $\mathcal{B}(n, p)$.
- 7) Savoir utiliser Bienaymé-Tchebychev sur des cas simples.

Sur les déterminants :

- 1) Savoir appliquer la règle de Pierre Sarrus pour $n = 3$.
- 2) Faire le lien avec le produit vectoriel pour le cas $n = 3$.
- 3) Savoir faire des opérations élémentaires sur un déterminant pour simplifier son calcul final (par exemple, le rendre triangulaire)
- 4) Savoir développer un déterminant selon une rangée.
- 5) Connaître le lien entre l'inversibilité d'une matrice et la non nullité de son déterminant.
- 6) Pour les meilleurs : arriver à trouver une relation de récurrence entre un déterminant d'ordre n et un déterminant d'ordre $n - 1$ pour permettre par récurrence descendante de calculer le déterminant initial.