

**CLASSE DE 2TSI
PROGRAMME DE COLLE DE MATHEMATIQUES**

Colle 11

Du 09 Décembre 2024 au 13 Décembre 2024

1) Intégration sur un segment et primitives

Programme colle 10 + formule de Taylor avec reste intégral + extension à l'intégration sur un segment de fonctions à valeurs dans $\mathbb{C}$.

2) Intégration sur un intervalle quelconque

Cas de la convergence d'une intégrale d'une fonction sur un intervalle semi-ouvert borné ou semi-ouvert non borné. Les fonctions sont toutes continues dans le programme officiel. Elles sont à valeurs dans $\mathbb{R}$ ou dans $\mathbb{C}$. Cas des intégrales de Riemann. Convergence en 0 ou en $+\infty$. Relation de Chasles, linéarité. Intégrales généralisées de fonctions positives. Comparaison ou équivalents pour montrer la nature. Théorèmes de comparaison. Formule de changement de variable pour une intégrale généralisée.

Warning : le lien entre les séries numériques positives et l'intégration n'est pas encore au programme.

Intégrabilité d'une fonction continue sur un intervalle I : soit $f : I \rightarrow \mathbb{C}$ une fonction continue et $a = \inf(I)$, $b = \sup(I)$. On dit que f est une fonction intégrable sur I si l'intégrale $\int_a^b |f(t)| dt$ converge.

Si f est intégrable sur I alors $\int_a^b f(t) dt$ converge.

Propriétés de l'intégrale de f sur I .

Le colleur vérifiera la maîtrise ou l'acquisition de certains des points suivants (en question de cours ou dans un exercice) :

Know-how :

Sur l'intégration sur un segment ou le calcul de primitives :

- 1) Savoir reconnaître une somme de Riemann et calculer sa limite.
- 2) Savoir majorer ou minorer des intégrales avec une valeur absolue ou avec des mins ou des max.
- 3) Savoir faire une intégration par parties (cas intégrale définie ou intégrale indéfinie)
- 4) Savoir faire un changement de variable dans une intégrale (en général, il faut le donner)
- 5) Savoir trouver les coefficients d'une décomposition en éléments simples (forme donnée par le colleur) et l'utiliser pour intégrer des fonctions rationnelles .
- 6) Savoir se débrouiller dans des intégrations classiques (par exemple si l'on reconnaît la dérivée d'une fonction classique).
- 7) Savoir étudier une fonction du type $x \mapsto \int_{\phi(x)}^{\psi(x)} f(t) dt$.
- 8) Utiliser la formule de Taylor avec reste intégral pour faire des majorations ou minorations de fonctions.

Sur l'intégration sur un intervalle quelconque :

- 1) montrer la convergence ou divergence dans des cas simples (I borné ou non).
- 2) Savoir faire une IPP pour une intégrale généralisée en se ramenant à une IPP sur un segment.
- 3) Calculer une intégrale généralisée avec un changement de variable donné par le colleur (si changement non trivial).
- 4) Savoir montrer qu'une fonction est intégrable ou non sur un intervalle I .