

**CLASSE DE 2TSI  
PROGRAMME DE COLLE DE MATHEMATIQUES**

**Colle 14**

Du 13 Janvier 2025 au 18 Janvier 2025

1) Séries entières Révision colle 13.

2) Équations différentielles linéaires du premier ordre

On se ramène à  $y'(t) + a(t)y(t) = f(t)$ .

Espace vectoriel de dimension un des solutions de l'équation homogène. Méthode de variation de la constante. Problème de Cauchy avec une condition initiale.

3) Systèmes différentiels d'ordre 1 à matrice constante

Cas où la matrice  $A$  est diagonalisable et trigonalisable (avec aide pour la trigonalisation).

**Warnung** : Seul au programme officiel sont les systèmes différentiels  $X'(t) = AX(t)$ , où  $A$  est constante.

4) Équations différentielles linéaires d'ordre 2 à coefficients constants

Espace vectoriel de dimension 2 des solutions de l'équation homogène.

Détermination de solutions particulières dans les cas où le second membre est polynomial, exponentiel ou trigonométrique.

Lien entre un système différentiel d'ordre 1 et une équation différentielle linéaire homogène d'ordre 2 :

**L'équation** :  $y''(t) + ay'(t) + by(t) = 0$  est équivalente au système associé :

$$\begin{cases} z(t) &= y'(t) \\ z'(t) + z(t) + y(t) &= 0 \end{cases}$$

qui s'écrit  $X'(t) = AX(t)$  avec  $X(t) = \begin{pmatrix} y(t) \\ z(t) \end{pmatrix}$ ,  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -b & -a \end{pmatrix}$

5) Équations différentielles linéaires d'ordre  $n \geq 3$  à coefficients constants

On se ramène à un système différentiel d'ordre 1 avec une matrice carrée d'ordre  $n$ . Aucune autre méthode est au programme.

**Know-how** :

**Sur les séries entières (pas encore de lien avec les équations différentielles) :**

- 1) Déterminer le rayon de convergence d'une série entière avec d'Alembert : cas général, en particulier les séries entières partiellement lacunaires ou cas des séries avec  $a_n \neq 0$  pour tout  $n$ .
- 2) Savoir calculer la somme d'une série entière en utilisant la somme d'une série géométrique ou une dérivation ou une intégration d'un D.S.E usuel.
- 3) Connaître les D.S.E usuels et trouver un D.S.E par dérivation, intégration, changement d'indice etc. à partir des D.S.E usuels.

**Sur les équations différentielles linéaires d'ordre un et deux :**

- 1) savoir résoudre  $y'(t) + a(t)y(t) = 0$ , dans le cas où  $a$  se primitive facilement.
- 2) Savoir résoudre  $y'(t) + a(t)y(t) = f(t)$  par la méthode de variation de la constante dans des cas où la primitivation est à la portée de toutes les bourses. Trouver alors la solution unique du problème de Cauchy.
- 3) Savoir déterminer une solution développable en série entière d'une équation différentielle linéaire d'ordre 1 ou d'ordre 2. On pourra prendre des coefficients non constants mais uniquement polynomial de faible degré.
- 4) Savoir résoudre  $y''(t) + ay'(t) + by(t) = 0$ , où  $a$  et  $b$  sont deux constantes.
- 5) Savoir résoudre  $y''(t) + ay'(t) + by(t) = f(t)$ , où  $a$  et  $b$  sont deux constantes et  $f$  une fonction polynomiale, exponentielle ou trigonométrique.
- 6) Savoir résoudre  $X'(t) = AX(t)$ , dans le cas où  $A$  est diagonalisable ou trigonalisable (avec alors aide du colleur pour la trigonalisation)
- 7) Savoir passer d'une équation différentielle linéaire homogène du second ordre à un système différentiel du premier ordre associé à une matrice carrée d'ordre 2 en étant guidé.