CLASSE DE 2TSI
PROGRAMME DE COLLE DE MATHEMATIQUES

Colle 16

Du 27 janvier 2025 au 31 janvier 2025

1) Espaces préhilbertiens et euclidiens

Révision colle 15.

2) Séries de Fourier

Fonctions continues par morceaux sur $[a, b]$, de classe $\mathscr{C}^1$ par morceaux sur $[a, b]$, fonctions T-périodiques et continues par morceaux sur $\mathbb{R}$, de classe $\mathscr{C}^1$ par morceaux sur $\mathbb{R}$. Espace vectoriel des fonctions T-périodiques et continues par morceaux sur $\mathbb{R}$. Coefficients de Fourier réels. Cas d'une fonction paire ou d'une fonction impaire. Série de Fourier S_f associée à une fonction T-périodique. Lien entre somme partielle de rang N de S_f et projection orthogonale sur le sous-espace vectoriel engendré par $t \mapsto \cos(n\omega t)$ et $t \mapsto \sin(n\omega t)$.
Théorème de Gustav Lejeune Dirichlet (pour une fonction T-périodique ,continue par morceaux sur $\mathbb{R}$ et de classe $\mathscr{C}^1$ par morceaux. Cas particulier où f est continue sur $\mathbb{R}$.
Formule de Marc-Antoine Parseval des Chênes.

Know-how :

Sur les espaces préhilbertiens et euclidiens :

1) Montrer qu'une application est un produit scalaire.
2) Savoir reconnaître et appliquer Cauchy-Schwarz.
3) Déterminer une base orthonormale à partir d'une base quelconque par l'algorithme de Gram-Schmidt pour une base de deux ou trois vecteurs.
4) Déterminer la projection orthogonale sur F à partir d'une base orthonormale de F.
5) Reconnaître une matrice de projection orthogonale et déterminer ses éléments caractéristiques.
6) Déterminer la distance d'un vecteur $\vec{x}$ à un sous-espace F en utilisant la projection orthogonale de $\vec{x}$ sur F.

Sur les series de Fourier :

1) Savoir calculer les coefficients de Fourier (et en particulier selon la parité du signal).
2) Savoir expliquer pourquoi la série de Fourier converge (avec les bonnes hypothèses) et vers quelle fonction.
3) Savoir calculer une somme de série en appliquant Parseval ou Dirichlet.