

**CLASSE DE 2TSI  
PROGRAMME DE COLLE DE MATHEMATIQUES**

**Colle 21**

Du 31 mars 2025 au 04 Avril 2025

**1) Géométrie euclidienne du plan**

Révision de 1TSI. Produit scalaire. Définition analytique et géométrique. Déterminant de deux vecteurs. Définition analytique et géométrique. Droites, équations de droites. Projection orthogonale sur une droite et application à la distance d'un point à une droite. Cercles. Tangente à un cercle.

**2) Géométrie euclidienne de l'espace**

Révision de 1TSI. Produit scalaire. Définition analytique et géométrique. Produit vectoriel. Définition analytique et géométrique. Déterminant de trois vecteurs. Droites, équations de droites, projection orthogonale d'un point sur une droite. Application à la distance d'un point à une droite.

Plans. Equations de plans. Positions relatives de droites et de plans. Plans perpendiculaires. Projection orthogonale d'un point sur un plan. Application à la distance d'un point à un plan. Équation d'une sphère. Intersection d'une sphère et d'un plan.

**Warnung :** les formules qui donnent directement la distance d'un point à une droite ou à un plan connaissant les équations ne sont plus au programme.

**3) Fonctions vectorielles et courbes paramétrées**

Ici  $\vec{f} : I \subset \mathbb{R}^2$  ou  $\vec{f} : I \subset \mathbb{R}^3$ . Continuité et dérivabilité en un point. Caractérisation du caractère  $\mathcal{C}^1$  des fonctions coordonnées. Dérivée du produit d'une fonction numérique par une fonction vectorielle. Dérivée du produit scalaire et de la norme. Dérivée d'un déterminant d'ordre 2 ou d'ordre 3. Dérivée du produit vectoriel. Fonctions vectorielles de classe  $\mathcal{C}^k$  sur  $I$ .

Tangente en un point régulier.

Étude des points stationnaires et en particulier classement de ces points (points ordinaires, points de rebroussements de première et seconde espèce et points d'inflexion) avec la méthode de  $p$  et  $q$ . On rappelle que  $p$  est le premier entier non nul tel que  $f^{(p)}(t_0) \neq \vec{0}$  et  $q$  est le premier entier  $> p$  tel que  $\text{Det}(f^{(p)}(t_0), f^{(q)}(t_0)) \neq 0$ . Alors :

- ☞ Si  $p$  est impair et  $q$  pair,  $M(t_0)$  est un **point ordinaire**
- ☞ Si  $p$  est impair et  $q$  impair,  $M(t_0)$  est un **point d'inflexion**
- ☞ Si  $p$  est pair et  $q$  impair,  $M(t_0)$  est un **point de rebroussement de première espèce**
- ☞ Si  $p$  est pair et  $q$  pair,  $M(t_0)$  est un **point de rebroussement de seconde espèce**

Formule de Taylor-Young pour une fonction vectorielle.

Branches infinies. Branches paraboliques ou direction asymptotiques.

Réduction du domaine d'étude d'un arc par les symétries et **tracé d'un arc plan**.

**Longueur d'un arc** (on intègre l'abscisse curviligne).

**Know-how :**

**Sur la géométrie euclidienne :**

- 1) Trouver une équation de droite ou de plan.
- 2) Calculer les coordonnées d'un projeté orthogonal.
- 3) Déterminer des distances entre un point et une droite ou entre un point et un plan à l'aide du projeté orthogonal.
- 4) Paramétrer un cercle ou trouver sa tangente en un point.

**Sur les fonctions vectorielles :**

- 1) Savoir prouver qu'une fonction vectorielle est de classe  $\mathcal{C}^k$ .
- 2) Savoir dériver un produit scalaire, déterminant, norme ou produit vectoriel.

**Sur les arcs paramétrés plans :**

- 1) Écrire une équation de tangente à un arc paramétré.
- 2) Savoir réduire le domaine d'étude avec périodes et parités des fonctions coordonnées.
- 3) Repérer les tangentes horizontales ou verticales à un arc. Connaître la pente de la tangente à une courbe en étudiant le rapport  $y'(t)/x'(t)$  ou utiliser la règle de la parité des  $p$  et  $q$  (voir plus haut) pour étudier un point stationnaire.
- 4) Détermination d'une branche infinie en étudiant la limite du rapport  $y(t)/x(t)$  et si ce rapport tend vers  $a \neq 0$ , étude de la limite de  $y(t) - ax(t)$  pour trouver une asymptote oblique.
- 5) Étude de la position d'un arc par rapport à une asymptote oblique avec des développements limités de  $x(t)$  et de  $y(t)$ , en étant guidé.
- 6) Savoir écrire la longueur d'un arc sous la forme d'une intégrale.
- 7) **Et bien entendu le plus important : savoir tracer un arc paramétré.**