

**CLASSE DE 2TSI
PROGRAMME DE COLLE DE MATHEMATIQUES**

Colle 03

Du 29 Septembre 2025 au 03 Octobre 2025

1) Suites complexes.

C'est l'occasion de poser des exos (simples) sur les suites à valeurs dans $\mathbb{C}$ car les nombres complexes sont au programme de cette semaine.

2) Fonctions à variables réelles et à valeurs dans $\mathbb{C}$.

C'est l'occasion de poser des exos (simples) sur les fonctions à valeurs dans $\mathbb{C}$ car les nombres complexes sont au programme de cette semaine.

3) Nombres complexes

Notation algébrique, conjugaison. Module d'un nombre complexe. Ensemble U des nombres complexes de module 1.

Formule d'Abraham de Moivre (1667-1754). Notation trigonométrique d'un complexe.

Formules de Leonhard Euler (1707-1783).

Equations du second degré dans $\mathbb{C}$.

Ensemble U_n des racines $n^{\text{èmes}}$ de 1. Somme des racines et somme des puissances semblables des racines. Exponentielle complexe.

4) Utilisation des nombres complexes en géométrie plane.

Affixe d'un point et d'un vecteur.

Un argument de $(\vec{u}, \vec{v})$ est $\arg\left(\frac{z'}{z}\right)$.

Interprétation des rotations et en particulier orthogonalité.

4) Notion des polynômes à une indéterminée.

Ensemble $\mathbb{K}[X]$, où $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{K} = \mathbb{C}$.

Division euclidienne dans $\mathbb{K}[X]$. Fonctions polynomiales, polynômes scindés. Somme et produit de racines.

Formule de Taylor, formule de Leibniz. Polynômes dérivés.

Décomposition en polynômes irréductibles dans $\mathbb{R}[X]$ et dans $\mathbb{C}[X]$.

Le colleur vérifiera la maîtrise ou l'acquisition de certains des points suivants (en question de cours ou dans un exercice) :

Compétences à acquérir :

Sur les nombres complexes :

- 1) Savoir caractériser qu'un complexe est réel ou imaginaire pur.
- 2) Savoir calculer les racines carrées d'un complexe par la méthode algébrique.
- 3) Savoir résoudre $z^n = \omega$, où $\omega \in \mathbb{C}$ sous forme trigonométrique.
- 4) Résoudre une équation du second degré dans $\mathbb{C}$.
- 5) Savoir utiliser les formules d'Euler ou de Moivre pour trouver ou démontrer une formule trigonométrique ou pour simplifier des expressions du type $e^{i\theta_1} \pm e^{i\theta_2}$.
- 6) Savoir interpréter un module ou un argument en tant que distance ou de mesure d'angle dans le plan complexe. En particulier, savoir montrer qu'un triangle est rectangle ou équilatéral en utilisant le plan complexe.

Sur les polynômes :

- 1) Savoir faire une division euclidienne ou au moins trouver le reste de la division en utilisant les racines.
- 2) Savoir retrouver et utiliser les relations coefficients racines (somme et produit de racines avec les coefficients) pour $n = 2$ et $n = 3$.
- 3) Savoir trouver les racines d'un polynôme de $\mathbb{K}[X]$ dans des cas pas trop compliqués. Connaître leur multiplicité à l'aide des dérivées successives.
- 4) Mettre un polynôme sous forme irréductible dans $\mathbb{C}[X]$ et en déduire la décomposition en facteurs irréductibles dans $\mathbb{R}[X]$.