

CLASSE DE 2TSI
PROGRAMME DE COLLE DE MATHÉMATIQUES

Colle 11

Du 08 Décembre 2025 au 12 Décembre 2025

1) Intégration sur un segment et primitives

Programme colle 10

2) Intégration sur un intervalle quelconque

Cas de la convergence d'une intégrale d'une fonction sur un intervalle semi-ouvert borné ou semi-ouvert non borné. Les fonctions sont toutes continues dans le programme officiel. Elles sont à valeurs dans \mathbb{R} ou dans \mathbb{C} . Cas des intégrales de Riemann. Convergence en 0 ou en $+\infty$. Relation de Chasles, linéarité. Intégrales généralisées de fonctions positives. Comparaison ou équivalents pour montrer la nature. Théorèmes de comparaison. Formule de changement de variable pour une intégrale généralisée.

Warning : le lien entre les séries numériques positives et l'intégration n'est pas encore au programme.

Intégrabilité d'une fonction continue sur un intervalle I : soit $f : I \rightarrow \mathbb{C}$ une fonction continue et $a = \inf(I)$, $b = \sup(I)$. On dit que f est une fonction intégrable sur I si l'intégrale $\int_a^b |f(t)| dt$ converge.

Si f est intégrable sur I alors $\int_a^b f(t) dt$ converge.

Propriétés de l'intégrale de f sur I .

Le colleur vérifiera la maîtrise ou l'acquisition de certains des points suivants (en question de cours ou dans un exercice) :

Know-how :

Sur l'intégration sur un segment ou le calcul de primitives :

- 1) Savoir reconnaître une somme de Riemann et calculer sa limite.
- 2) Savoir majorer ou minorer des intégrales avec une valeur absolue ou avec des mins ou des max.
- 3) Savoir faire une intégration par parties (cas intégrale définie ou intégrale indéfinie)
- 4) Savoir faire un changement de variable dans une intégrale (en général, il faut le donner)
- 5) Savoir trouver les coefficients d'une décomposition en éléments simples (forme donnée par le colleur) et l'utiliser pour intégrer des fonctions rationnelles .
- 6) Savoir se débrouiller dans des intégrations classiques (par exemple si l'on reconnaît la dérivée d'une fonction classique).

- 7) Savoir étudier une fonction du type $x \mapsto \int_{\phi(x)}^{\psi(x)} f(t) dt$.

- 8) Utiliser la formule de Taylor avec reste intégral pour faire des majorations ou minorations de fonctions.

Sur l'intégration sur un intervalle quelconque :

- 1) montrer la convergence ou divergence dans des cas simples (I borné ou non).
- 2) Savoir faire une IPP pour une intégrale généralisée en se ramenant à une IPP sur un segment.
- 3) Calculer une intégrale généralisée avec un changement de variable donné par le colleur (si changement non trivial).
- 4) Savoir montrer qu'une fonction est intégrable ou non sur un intervalle I .