

**CLASSE DE 2TSI
PROGRAMME DE COLLE DE MATHEMATIQUES**

Colle 14

Du 12 Janvier 2026 au 17 Janvier 2026

1) Séries entières Révision colle 13.

2) Équations différentielles linéaires du premier ordre

On se ramène à $y'(t) + a(t)y(t) = f(t)$.

Espace vectoriel de dimension un des solutions de l'équation homogène. Méthode de variation de la constante. Problème de Cauchy avec une condition initiale.

3) Systèmes différentiels d'ordre 1 à matrice constante

Cas où la matrice A est diagonalisable et trigonalisable (avec aide pour la trigonalisation).

Warnung : Seul au programme officiel sont les systèmes différentiels $X'(t) = AX(t)$, où A est constante.

4) Équations différentielles linéaires d'ordre 2 à coefficients constants

Espace vectoriel de dimension 2 des solutions de l'équation homogène.

Détermination de solutions particulières dans les cas où le second membre est polynomial, exponentiel ou trigonométrique.

Lien entre un système différentiel d'ordre 1 et une équation différentielle linéaire homogène d'ordre 2 :

L'équation : $y''(t) + ay'(t) + by(t) = 0$ *est équivalente au système associé :*

$$\begin{cases} z(t) &= y'(t) \\ z'(t) + z(t) + y(t) &= 0 \end{cases}$$

qui s'écrit $X'(t) = AX(t)$ *avec* $X(t) = \begin{pmatrix} y(t) \\ z(t) \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -b & -a \end{pmatrix}$

5) Équations différentielles linéaires d'ordre $n \geq 3$ à coefficients constants

On se ramène à un système différentiel d'ordre 1 avec une matrice carrée d'ordre n . Aucune autre méthode est au programme.

Know-how :

Sur les séries entières :

- 1) Déterminer le rayon de convergence d'une série entière avec d'Alembert : cas général, en particulier les séries entières partiellement lacunaires ou cas des séries avec $a_n \neq 0$ pour tout n .
- 2) Savoir calculer la somme d'une série entière en utilisant la somme d'une série géométrique ou une dérivation ou une intégration d'un D.S.E usuel.
- 3) Connaître les D.S.E usuels et trouver un D.S.E par dérivation, intégration, changement d'indice etc. à partir des D.S.E usuels.

Sur les équations différentielles linéaires d'ordre un et deux :

- 1) savoir résoudre $y'(t) + a(t)y(t) = 0$, dans le cas où a se primitive facilement.
- 2) Savoir résoudre $y'(t) + a(t)y(t) = f(t)$ par la méthode de variation de la constante dans des cas où la primitivation est à la portée de toutes les bourses. Trouver alors la solution unique du problème de Cauchy.
- 3) **Savoir déterminer une solution développable en série entière d'une équation différentielle linéaire d'ordre 1 ou d'ordre 2. On pourra prendre des coefficients non constants mais uniquement polynomial de faible degré.**
- 4) Savoir résoudre $y''(t) + ay'(t) + by(t) = 0$, où a et b sont deux constantes.
- 5) Savoir résoudre $y''(t) + ay'(t) + by(t) = f(t)$, où a et b sont deux constantes et f une fonction polynomiale, exponentielle ou trigonométrique.
- 6) Savoir résoudre $X'(t) = AX(t)$, dans le cas où A est diagonalisable ou trigonalisable (avec alors aide du colleur pour la trigonalisation)
- 7) Savoir passer d'une équation différentielle linéaire homogène du second ordre à un système différentiel du premier ordre associé à une matrice carrée d'ordre 2 en étant guidé.