

CLASSE DE 2TSI
PROGRAMME DE COLLE DE MATHÉMATIQUES

Colle 17

Du 02 février 2026 au 06 février 2026

1) Séries de Fourier

Révision colle 16.

2) Fonctions de plusieurs variables

Parties ouvertes, parties fermées, point adhérent, point intérieur, frontière, partie bornée. Notion de continuité et de dérivée partielle première ou seconde de fonctions de \mathbb{R}^p dans \mathbb{R} avec $p = 2$ ou $p = 3$. Fonctions de classe \mathcal{C}^1 ou de classe \mathcal{C}^2 . Vecteur gradient. Point critique. Extremum. Formule de Taylor à l'ordre 1.

Dérivées partielles premières et secondes de $(u, v) \mapsto f(x(u, v), y(u, v))$. Règle de la chaîne.

Théorème d'Hermann Schwarz.

Tangente à une courbe du type $f(x_1, x_2) = 0$ dans le plan ou plan tangent à une surface du type $g(x_1, x_2, x_3) = 0$ dans l'espace.

Know-how :

Sur les séries de Fourier :

- 1) Savoir calculer les coefficients de Fourier (et en particulier selon la parité du signal).
- 2) Savoir expliquer pourquoi la série de Fourier converge (avec les bonnes hypothèses) et vers quelle fonction.
- 3) Savoir calculer une somme de série en appliquant Parseval ou Dirichlet.

Sur les fonctions de plusieurs variables :

- 1) Savoir distinguer et trouver l'intérieur, l'adhérence, la frontière dans des cas simples.
- 2) Savoir ce qu'est un point intérieur, un point de la frontière et un point adhérent.
- 3) Étudier la continuité d'une fonction de plusieurs variables en un point (avec utilisation privilégiée des coordonnées polaires ou d'un chemin fourni par le collieur).
- 4) Calculer les dérivées partielles premières ou secondes en un point par dérivation par rapport à une variable, les autres étant fixes ou alors en revenant à la définition avec la limite.
- 5) Savoir montrer que f est de classe C^1 ou non sur \mathbb{R}^2 .
- 6) Savoir résoudre une équation aux dérivées partielles du premier ordre ou du second ordre avec un changement de variables affine ou en coordonnées polaires.
- 7) Savoir déterminer les points critiques et essayer avec aide de voir s'ils correspondent à des extrema (par étude du signe de $f(x_1, x_2) - f(a, b)$, où (a, b) est un point critique en faisant du bricolage car la formule de Taylor à l'ordre 2 et donc les matrices hessiennes sont hors programme).
- 8) Savoir si une fonction de deux variables est de classe C^2 sur \mathbb{R}^2 , notamment par contraposée du théorème de Schwarz.
- 9) Écrire la tangente à $f(x, y) = 0$ ou le plan tangent à $f(x; y, z) = 0$ en un point non critique.