

CLASSE DE 2TSI
PROGRAMME DE COLLE DE MATHÉMATIQUES

Colle 18

Du 09 février 2026 au 13 février 2026

1) Fonctions de plusieurs variables

Révision de la colle 17.

2) Probabilités sur un univers dénombrable (fini ou non)

Ici l'univers Ω est fini ou infini dénombrable. Notion de probabilité sur $(\Omega, P(\Omega))$. Une probabilité est à Ω valeurs dans $[0, 1]$ et $P(\Omega) = 1$.

Notation $\bigcup_{n=0}^{+\infty} A_n$ et $\bigcap_{n=0}^{+\infty} A_n$.

Lois de Morgan. Conditionnement et indépendance. Formule des probabilités composées. Formule des probabilités totales. Formule de Thomas Bayes (ou probabilité des causes). Événements deux à deux indépendants et indépendants.

2) Révision des V.A.R sur un univers fini

Et notamment les lois de Bernoulli et binomiale + Bienamé-Tchebychev.

Know-how :

Sur les fonctions de plusieurs variables :

- 1) Savoir distinguer et trouver l'intérieur, l'adhérence, la frontière dans des cas simples.
- 2) Savoir ce qu'est un point intérieur, un point de la frontière et un point adhérent.
- 3) Étudier la continuité d'une fonction de plusieurs variables en un point (avec utilisation privilégiée des coordonnées polaires ou d'un chemin fourni par le collégié).
- 4) Calculer les dérivées partielles premières ou secondes en un point par dérivation par rapport à une variable, les autres étant fixes ou alors en revenant à la définition avec la limite.
- 5) Savoir montrer que f est de classe C^1 ou non sur \mathbb{R}^2 .
- 6) Savoir résoudre une équation aux dérivées partielles du premier ordre ou du second ordre avec un changement de variables affine ou en coordonnées polaires.
- 7) Savoir déterminer les points critiques et essayer avec aide de voir s'ils correspondent à des extrema (par étude du signe de $f(x_1, x_2) - f(a, b)$, où (a, b) est un point critique en faisant du bricolage car la formule de Taylor à l'ordre 2 et donc les matrices hessiennes sont hors programme).
- 8) Savoir si une fonction de deux variables est de classe C^2 sur \mathbb{R}^2 , notamment par contraposée du théorème de Schwarz.
- 9) Écrire la tangente à $f(x, y) = 0$ ou le plan tangent à $f(x; y, z) = 0$ en un point non critique.

Sur les probabilités :

- 1) Savoir chercher une probabilité comme rapport du nombre de cas favorables sur le nombre de cas possibles (dans le cas d'équiprobabilité).
- 2) Savoir calculer la probabilité d'un événement contraire et repasser à la probabilité de l'événement.
- 3) Savoir reconnaître l'indépendance deux à deux ou l'indépendance et l'appliquer.
- 4) Savoir utiliser la formule de Bayes et savoir passer de $P_A(B)$ à $P_B(A)$.
- 5) Savoir utiliser $P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B})$ pour aboutir à la formule des probabilités totales.
- 6) Savoir utiliser la formule des probabilités composées dans des cas simples.