

**CLASSE DE 2TSI
PROGRAMME DE COLLE DE MATHEMATIQUES**

Colle 04

Du 05 Octobre 2026 au 10 Octobre 2026

1) Notion des polynômes à une indéterminée.

Révision de la colle 03.

2) Début de l'Algèbre linéaire

► **Les matrices** : rappels de TSI1. Matrices de $M_{n,p}(\mathbb{K})$, matrices triangulaires, diagonales, somme de matrices, produit de matrices, le produit de deux matrices peut être nul sans que les deux matrices soient nulles. Le produit de deux matrices n'est pas commutatif.

Lien fondamental avec les systèmes linéaires de n équations à p inconnues. Notation $AX = B$.

Opérations élémentaires sur les matrices et application à la résolution de systèmes linéaires.

Matrices carrées de $M_n(\mathbb{K})$. **Transposée d'une matrice** et propriétés de la transposée. Puissances d'une matrice, **inverse d'une matrice carrée inversible**, trace d'une matrice, formule du binôme de Newton pour des matrices carrées commutables. Ensemble $\mathcal{S}_n(\mathbb{K})$ des matrices symétriques et $\mathcal{A}_n(\mathbb{K})$ des matrices antisymétriques.

Lien entre les matrices inversibles et les systèmes : $AX = B \Leftrightarrow X = A^{-1}B$.

► **Les espaces vectoriels et les sous-espaces vectoriels** : rappels de TSI1. (**On passe sous silence la définition générale d'un espace vectoriel et les lois tordues sont à proscrire.**) Sous-espaces vectoriels, exemples, sous-espace vectoriel engendré par une famille de vecteurs.

Sommes de deux sous-espaces vectoriels, somme directe de deux espaces vectoriels. Extension à plus de deux sous-espaces vectoriels.

Warnung : Cette semaine, pas encore d'exercices portant sur la liberté d'une famille, sur les bases, a fortiori la dimension, les applications linéaires et leur lien avec les matrices, ni bien entendu d'utilisation des déterminants.

Know-how :

Le colleur vérifiera la maîtrise ou l'acquisition de certains des points suivants (en question de cours ou dans un exercice) :

Sur les polynômes :

- 1) Savoir faire une division euclidienne ou au moins trouver le reste de la division en utilisant les racines.
- 2) Savoir retrouver et utiliser les relations coefficients racines (somme et produit de racines avec les coefficients) pour $n = 2$ et $n = 3$.
- 3) Savoir trouver les racines d'un polynôme de $\mathbb{K}[X]$ dans des cas pas trop compliqués. Connaître leur multiplicité à l'aide des dérivées successives.
- 4) Mettre un polynôme sous forme irréductible dans $\mathbb{C}[X]$ et en déduire la décomposition en facteurs irréductibles dans $\mathbb{R}[X]$.

Sur les matrices :

- 1) Savoir faire des produits de deux, trois, etc. matrices.
- 2) Savoir résoudre un système linéaire avec des opérations élémentaires sur les lignes.
- 3) Savoir inverser une matrice soit en inversant un système linéaire, soit par Gauß-Jordan, soit avec un polynôme annulateur fourni.
- 4) Savoir calculer la puissance $n^{\text{ème}}$ d'une matrice, par exemple avec la formule du binôme de Newton ou par récurrence.
- 5) Connaître les propriétés de la transposée d'une matrice carrée.

Sur les espaces vectoriels :

- 1) Connaître les espaces vectoriels usuels avec leurs lois (vecteurs du plan, de l'espace, suites, fonctions, polynômes).
- 2) Savoir montrer qu'une partie d'un espace vectoriel est un sous-espace vectoriel.
- 3) Savoir ce qu'est la somme (directe ou non) de deux sous-espaces vectoriels.