TELECOLLE TARAWNEH Quentin

Enoncé

Exercice 01

1. Résoudre (E) : $x^2y'(x) + y(x) = 1$ dans $\mathbb{R}_-^\star$ et $\mathbb{R}_+^\star$.
2. On note f une solution de (E) sur $\mathbb{R}_+^\star$. Étudier la limite de f en 0^+.

Indications : 1. On rappelle la méthode : il faut commencer par résoudre l'équation homogène associée : $x^2y'(x) + y(x) = 0$ en la mettant sous la forme $\dfrac{y'(x)}{y(x)} = f(x)$, où f est à déterminer. Puis on intègre : $\ln|y(x)| = \displaystyle\int f(x)\,dx$, on a alors $y(x) = Ku(x)$, avec K une constante et u une fonction à déterminer. Puis on applique la méthode de variation de la constante à $y(x) = K(x)u(x)$. On dérive cette égalité et on remplace dans $x^2y'(x) + y(x) = 1$. On en déduit $K'(x)$ puis $K(x)$ et on injecte dans $y(x)$.
2. Toutes les solutions ne sont pas bornées autour de 0 sauf une. Laquelle ?

Exercice 02

Écrire sous forme factorisée le déterminant suivant, pour $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$,

$$V(a,b,c) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}.$$

Indications : On peut par exemple à chaque colonne enlever la suivante. Utiliser Sarrus serait une erreur !

Correction

Exercice 01

Exercice 02