TELECOLLE ANSON Alexandra

Enoncé

Exercice 01

On réalise 400 fois la même expérience, dont la probabilité de succès est $0.8 = \frac{4}{5}$.
On suppose que les 400 expériences sont indépendantes.
Soit X le nombre de succès obtenus.
Quelle loi suit X ? Calculer $E(X)$ puis donner un minorant de :

$$P(300 < X < 340).$$

Indications :
Pour la loi de X, on ira chercher une loi usuelle connue.
Pour la minoration de $P(300 < X < 340)$, pensez à l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev.

Exercice 02

1. Pour quelles valeurs de n, $f(P) = (2X+1)P - (X^2-1)P'$ défini-t-il un endomorphisme de $\mathbb{R}_n[X]$?
2. Lorsque $n = 2$, déterminer la matrice de f dans la base canonique et la diagonaliser.

Indications :
1. On commence par montrer que f est linéaire en montrant que $f(P+\lambda Q) = f(P) + \lambda f(Q)$. Puis, il faut montrer que si P est un polynôme de degré au plus n, c'est pareil pour $f(P)$. On pose $P = \sum_{k=0}^{n} a_k X^k$.
Puis on développe $f(P)$ sous la forme d'un polynôme de la forme $b_{n+1}X^{n+1} + Z_n$, où Z_n est un polynôme de degré n. Il faut que $b_{n+1} = 0$. Cela donne une seule valeur de n.
2. On écrit les colonnes de la matrice qui sont $f(1)$, $f(X)$, $f(X^2)$ en fonction de 1, de X et de X^2.
Pour la diagonalisation, c'est classique.

Correction

Exercice 01

Exercice 02