

TELECOLLE JEANSON

Enoncé

Exercice 01

Soit $\alpha \in \mathbb{R}$. Résoudre l'équation différentielle :

$$y''(x) - 2y'(x) + (1 - \alpha^2)y(x) = e^x.$$

Indications : On commence par résoudre l'équation homogène. On pose alors l'équation caractéristique : $X^2 - 2X + 1 - \alpha^2 = 0$. On détermine ses racines en fonction de son discriminant Δ , selon qu'il est > 0 , $= 0$ ou < 0 . Puis, on cherche une solution particulière y_p de l'équation complète. Comme le second membre est $x \mapsto e^x$, on rappelle que si 1 n'est pas racine de l'équation caractéristique, on cherche une solution $y_p(x) = a e^x$, où $a \in \mathbf{R}$, si 1 est racine simple de l'équation caractéristique, on cherche une solution $y_p(x) = a x e^x$, où $a \in \mathbf{R}$, si 1 est racine double de l'équation caractéristique, on cherche une solution $y_p(x) = a x^2 e^x$, où $a \in \mathbf{R}$.

Exercice 02

Soit X une *v.a.r.d* telle que $X(\Omega) = \mathbb{N}$ et dont la loi de probabilité f vérifie :

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, f(n) = \frac{4}{n} f(n-1).$$

Déterminer cette loi.

Indications : On écrit donc $f(n)$ en fonction de $f(n-1)$ puis on écrit $f(n-1)$ en fonction de $f(n-2)$ puis $f(n-2)$ en fonction de $f(n-3)$ etc jusqu'à $f(1)$ en fonction de $f(0)$. Puis on fait le produit de toutes les égalités. On en déduit $f(n)$ en fonction de $f(0)$. On peut conclure.

Correction

Exercice 01

Exercice 02