

TELECOLLE BLAKU

Enoncé

Exercice 01

Soit la fonction $f(t) = |\cos t|$.

1. Montrer que f est paire et π -périodique. Tracer là sur $[-\pi, \pi]$.
2. Donner la série de Fourier de f .
3. Calculer les sommes : $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{4n^2 - 1}$, $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{4n^2 - 1}$.

Indications : 2. On pourra intégrer sur $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

On utilise : $2 \cos a \cos b = \cos(a + b) + \cos(a - b)$.

3. On pensera à Dirichlet avec les bonnes valeurs de t .

Exercice 02

Dans l'espace rapporté à $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ orthonormé direct, soit \mathcal{S} la surface d'équation : $x^2 + y^2 + 2z^2 = 1$ et soit \mathcal{D} la droite d'équation :

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 3z - 3 \end{cases}.$$

Déterminer les plans tangents à la surface \mathcal{S} et orthogonaux à la droite \mathcal{D} .

Indications : On rappelle que si une surface \mathcal{S} a pour équation $f(x, y, z) = 0$, alors le plan tangent en $M_0(x_0, y_0, z_0)$ à cette surface est :

$$(x - x_0) \frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0, z_0) + (y - y_0) \frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0, z_0) + (z - z_0) \frac{\partial f}{\partial z}(x_0, y_0, z_0) = 0.$$

Et donc le vecteur gradient $\nabla f(x_0, y_0, z_0)$ est orthogonal à ce plan et doit être colinéaire à \mathcal{D} .

Correction
