

TELECOLLE RIZZO

Enoncé

Exercice 01

Trois coffres, notés A_1 , A_2 et A_3 ont chacun 2 tiroirs et dans chaque tiroir, il y a une pièce de monnaie. Les deux pièces du coffre A_1 sont des Louis d'or, les deux pièces du coffre A_2 sont des Talers en argent et les deux pièces de A_3 sont un Louis d'or et un Taler en Argent.

On rappelle que la notation $P_A(B)$ désigne la probabilité conditionnelle d'avoir B sachant A .

1. On ouvre au hasard l'un des 6 tiroirs et on prend une pièce.
On note pour tout entier $i \in \llbracket 1, 3 \rrbracket$, l'événement A_i : « le tiroir ouvert appartient au coffre A_i . »
On note E l'événement : « la pièce prise est un Taler en argent. »
 - (a) Calculer $P(A_i)$ pour tout $i \in \llbracket 1, 3 \rrbracket$.
 - (b) Calculer chacune des probabilités conditionnelles $P_{A_i}(E)$ c'est-à-dire la probabilité de prendre un Taler sachant que l'on a ouvert un tiroir du coffre A_i .
 - (c) Calculer la probabilité de prendre un Taler, c'est-à-dire $P(E)$.
 - (d) Calculer la probabilité que l'on a pris une pièce de A_2 sachant que c'est un Taler d'argent.
2. On ouvre de nouveau et indépendamment de la première fois l'un des six tiroirs et on récupère encore une pièce. On note, pour tout couple d'entiers $(i, j) \in \llbracket 1, 3 \rrbracket^2$, F_{ij} l'événement : « le premier tiroir ouvert appartient à A_i et le second à A_j . »
Enfin, G est l'événement : « on a pris deux fois des Talers d'argent. »
 - (a) Justifier que $P(F_{ij}) = \frac{1}{9}$.
 - (b) Calculer les probabilités conditionnelles $P_{F_{ij}}(G)$.
 - (c) En déduire la probabilité d'avoir deux fois des Talers d'argent.

Indications : certaines questions sont très simples car c'est dans l'énoncé et pour d'autres, il faut utiliser la formule des probabilités totales (calcul de $P(E)$ par exemple) et formule de Thomas Bayes (calcul de $P_E(A_2)$ par exemple).

Exercice 02

1. Déterminer la partie réelle de $(1 + i)^n$, où $n \in \mathbf{N}$.
2. Développer en série entière :

$$x \mapsto (\cos x)e^x.$$

Préciser son rayon de convergence.

Indications : 1. On pourra mettre $1 + i$ sous forme trigonométrique.

2. Il n'est pas question de faire le D.S.E de $x \mapsto \cos x$ et celui de $x \mapsto e^x$ puis de faire le produit. Par contre, on peut remarquer que $(\cos x)e^x$ est la partie réelle de $e^{(1+i)x}$. On écrit donc le D.S.E de $x \mapsto e^u$ puis on remplace u par $(1 + i)x$. Et il est temps d'user de **1**.

Correction

Exercice 01

Exercice 02