

# TELECOLLE RIZZO

## Enoncé

---

### Exercice 01

Trois coffres, notés  $A_1$ ,  $A_2$  et  $A_3$  ont chacun 2 tiroirs et dans chaque tiroir, il y a une pièce de monnaie. Les deux pièces du coffre  $A_1$  sont des Louis d'or, les deux pièces du coffre  $A_2$  sont des Talers en argent et les deux pièces de  $A_3$  sont un Louis d'or et un Taler en Argent.

On rappelle que la notation  $P_A(B)$  désigne la probabilité conditionnelle d'avoir  $B$  sachant  $A$ .

1. On ouvre au hasard l'un des 6 tiroirs et on prend une pièce.  
On note pour tout entier  $i \in \llbracket 1, 3 \rrbracket$ , l'événement  $A_i$  : « le tiroir ouvert appartient au coffre  $A_i$ . »  
On note  $E$  l'événement : « la pièce prise est un Taler en argent. »
  - (a) Calculer  $P(A_i)$  pour tout  $i \in \llbracket 1, 3 \rrbracket$ .
  - (b) Calculer chacune des probabilités conditionnelles  $P_{A_i}(E)$  c'est-à-dire la probabilité de prendre un Taler sachant que l'on a ouvert un tiroir du coffre  $A_i$ .
  - (c) Calculer la probabilité de prendre un Taler, c'est-à-dire  $P(E)$ .
  - (d) Calculer la probabilité que l'on a pris une pièce de  $A_2$  sachant que c'est un Taler d'argent.
2. On ouvre de nouveau et indépendamment de la première fois l'un des six tiroirs et on récupère encore une pièce. On note, pour tout couple d'entiers  $(i, j) \in \llbracket 1, 3 \rrbracket^2$ ,  $F_{ij}$  l'événement : « le premier tiroir ouvert appartient à  $A_i$  et le second à  $A_j$ . »  
Enfin,  $G$  est l'événement : « on a pris deux fois des Talers d'argent. »
  - (a) Justifier que  $P(F_{ij}) = \frac{1}{9}$ .
  - (b) Calculer les probabilités conditionnelles  $P_{F_{ij}}(G)$ .
  - (c) En déduire la probabilité d'avoir deux fois des Talers d'argent.

**Indications :** certaines questions sont très simples car c'est dans l'énoncé et pour d'autres, il faut utiliser la formule des probabilités totales (calcul de  $P(E)$  par exemple) et formule de Thomas Bayes (calcul de  $P_E(A_2)$  par exemple).

---

### Exercice 02

1. Déterminer la partie réelle de  $(1 + i)^n$ , où  $n \in \mathbf{N}$ .
2. Développer en série entière :

$$x \mapsto (\cos x)e^x.$$

Préciser son rayon de convergence.

**Indications : 1.** On pourra mettre  $1 + i$  sous forme trigonométrique.

**2.** Il n'est pas question de faire le D.S.E de  $x \mapsto \cos x$  et celui de  $x \mapsto e^x$  puis de faire le produit. Par contre, on peut remarquer que  $(\cos x)e^x$  est la partie réelle de  $e^{(1+i)x}$ . On écrit donc le D.S.E de  $x \mapsto e^u$  puis on remplace  $u$  par  $(1 + i)x$ . Et il est temps d'user de **1**.

# Correction

---

Exercice 01

---

Exercice 02