

CALCULS.

Factorisations et développements.

-  Exercice basique à savoir refaire
- ★ Exercice un peu plus difficile, non indispensable

 Exercice 1. Signes et parenthèses.

$3 - 2x + 4 =$	$3 + 2x + 4 =$
$3 - (2x + 4) =$	$3 + (2x + 4) =$
$-5 \times 4x - 2 =$	$5 \times 4x - 2 =$
$-5 \times (4x - 2) =$	$5 \times (4x - 2) =$
$11x - 5(4x - 2) =$	$11x + 5(4x - 2) =$
$(11x - 5)(4x - 2) =$	$(11x + 5)(4x - 2) =$
$3x - 5 \times \frac{-1}{x + 1} =$	$3x - 5 \times \frac{1}{x + 1} =$
$(3x - 5) \times \frac{-1}{x + 1} =$	$(3x - 5) \times \frac{1}{x + 1} =$

 Exercice 2.

Compléter les factorisations suivantes :

- (a) $2x + 10 = 2 \times (\dots\dots\dots)$

(b) $4x - 8 = 4 \times (\dots\dots\dots)$

(c) $x^2 - 2x = x \times (\dots\dots\dots)$
- (d) $3(2x + 1) - (2x + 1)^2 = (2x + 1) \times (\dots\dots\dots)$

(e) $x^2 - x = x \times (\dots\dots\dots)$

(f) $x^3 + 2x^2 + 3x = x \times (\dots\dots\dots)$

Exercice 3.

Factoriser les expressions suivantes en reconnaissant une identité remarquable.

$$\begin{array}{l} f(x) = x^2 - 4 \\ g(x) = 2x^2 - 4x + 2 \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} h(x) = 9x^2 - 4 \\ k(x) = x^2 - 3x + \frac{9}{4} \end{array} \right.$$

Exercice 4.

Dans chacun des cas suivants, les deux expressions $P(x)$ et $Q(x)$ sont-elles égales ? à justifier !

- $P(x) = 7\left(x - \frac{1}{2}\right) + 3$ et $Q(x) = 7x - \frac{4}{2}$
- $P(x) = 3x^2 - 10x + 32$ et $Q(x) = 3(x - 5)^2 + 7$
- $P(x) = (x + 1)^2 - 4$ et $Q(x) = (x + 3)(x - 1)$
- $P(x) = -x^3 + 3x^2 + 2x$ et $Q(x) = x(2x - 1) + x^2(-x + 3)$

Exercice 5.

Factoriser les expressions suivantes en utilisant un facteur commun.

$$\begin{array}{l} f(x) = 4x^2 - 7x \\ g(x) = x(3x + 4) - x(-2x + 5) \\ h(x) = x(2x - 1) + (2x - 1)(3x^2 - 7) \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} j(x) = (2x + 4)^3 + (2x + 4)^2(x - 1) \\ k(x) = (x - 3)x^2 + x - 3 \\ \text{(facteur commun } x - 3) \end{array} \right.$$

Exercice 6.

Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A(x) = (2x - 4)^2 + x(3x - 1) \quad B(x) = 2(3 - x)^2 \quad C(x) = (2x - 1)(2x + 1).$$

Exercice 7.

- Pour tout x non nul, développer et simplifier $x^2(x + 2 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2})$.
- Inversement, pour tout x non nul, factoriser et simplifier $x^3 - x^2 + x - 1$ par x^3 .

Exercice 8.

Donner la forme algébrique des nombres suivants.

Indication : on rappelle que $i^2 = -1$ et que la forme algébrique d'un nombre complexe est $a + ib$ avec a et b des nombres réels.

$$z_1 = 3 + 2i - (4 + i) \quad z_2 = (3 - i)(2 + 2i) \quad z_3 = \left(\frac{1}{2} - 3i\right)^2 \quad z_4 = 2i - 3(4i - 5) + 12(1 + i)^2$$

★ Exercice 9.

Factoriser sous la forme $(ax + b)(cx + d)$ chacune des expressions suivantes.

- | | |
|--------------------------------------|--------------------------------------|
| (a) $-(6x + 7)(5x - 1) + 36x^2 - 49$ | (c) $(6x - 8)(4x - 5) + 36x^2 - 64$ |
| (b) $25 - (10x + 3)^2$ | (d) $(-9x - 8)(8x + 8) + 64x^2 - 64$ |

★ Exercice 10.

- Développer et réduire l'expression $(x^2 + \sqrt{2}xy + y^2)(x^2 - \sqrt{2}xy + y^2)$.
- En déduire une factorisation de $n^4 + 4m^4$.

Quelques réponses

Correction 4. : 1. non 2. non 3. oui 4. non

Correction 5. : $f(x) = x(4x - 7)$; $g(x) = x(5x - 1)$; $h(x) = (2x - 1)(3x^2 + x - 7)$
 $j(x) = 3(2x + 4)^2(x + 1)$; $k(x) = (x - 3)(x^2 + 1)$

Correction 6. : $A(x) = 7x^2 - 17x + 16$; $B(x) = 2x^2 - 12x + 18$; $C(x) = 4x^2 - 1$

Correction 8. : $z_1 = -1 + i$ $z_2 = 8 + 4i$ $z_3 = -\frac{35}{4} - 3i$ $z_4 = 15 + 14i$

Correction 9. : (a) $(6x + 7)(x - 6)$ (b) $(-10x + 2)(10x + 8)$ (c) $(6x - 8)(10x + 3)$ (d) $(8x + 8)(-x - 16)$

Correction 10. : 1. $x^4 + y^4$ 2. $n^4 + 4m^4 = (n^2 + 2nm + 2m^2)(n^2 - 2nm + 2m^2)$