

Énoncés

Gaz parfaits

Entraînement au calcul

Entraînement 1.1 — Quelques calculs de volume.

Calculer le volume (en L) occupé à $T = 25\text{ °C}$ et sous une pression $P = 1,0\text{ bar}$ pour les gaz suivants.

a) 100 g d'argon ($M_{\text{Ar}} = 40\text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

b) 32 g de dioxygène O_2 ($M_{\text{O}} = 16\text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

c) 1,2 kg de dioxyde de carbone CO_2 ($M_{\text{C}} = 12\text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

Entraînement 1.2 — Bouteille de butane.

Une bouteille de 30,6 L, maintenue à 20 °C , contient du butane (C_4H_{10}) qui est sous la forme d'un mélange liquide/gaz comprimé. Le contenu de la bouteille présente une masse m de 13 kg.

On donne $M_{\text{H}} = 1\text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ et $M_{\text{C}} = 12\text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

a) Combien vaut la masse molaire (en $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$) du butane?

b) Quelle serait la pression à l'intérieur de la bouteille si tout le butane était à l'état gazeux?

.....

c) Quel volume occuperait le contenu de la bouteille, s'il était entièrement à l'état gazeux, sous une pression de 1,0 bar et à la température de 20 °C ?

Entraînement 1.3 — Volume molaire.

Calculer le volume molaire (en $\text{L} \cdot \text{mol}^{-1}$) d'un gaz parfait :

a) sous 1,00 bar et à $25,0\text{ °C}$

b) sous 2,00 bar et à $50,0\text{ °C}$

Entraînement 1.4 — Surchauffe ?

Un pneu de voiture, de volume supposé constant, est gonflé à froid, à la température $T_1 = 20^\circ\text{C}$, sous la pression $P_1 = 2,0\text{ bar}$. Après avoir roulé un certain temps, le pneu affiche une pression $P_2 = 2,3\text{ bar}$.

Quelle est alors sa température (en $^\circ\text{C}$) si l'on assimile l'air à un gaz parfait ?

Entraînement 1.5

Un récipient de volume V_1 enferme de l'air (assimilé à un gaz parfait) à la température $T_1 = 20^\circ\text{C}$ et sous une pression $P_1 = 1,20\text{ bar}$.

Que vaut la pression finale (en bar) si l'on augmente :

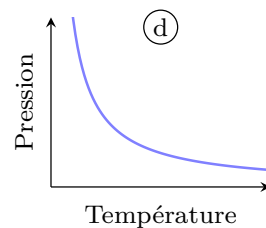
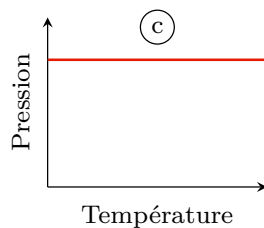
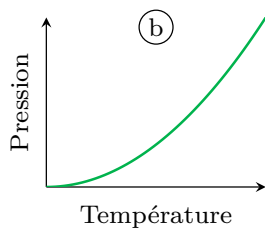
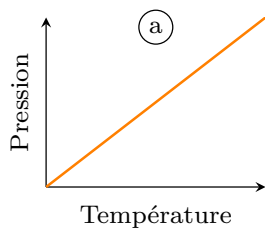
a) le volume de 20% ?

b) la température de 10°C ?

Manipulations algébriques

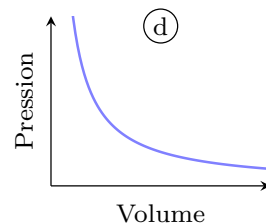
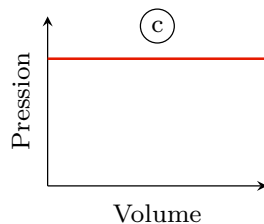
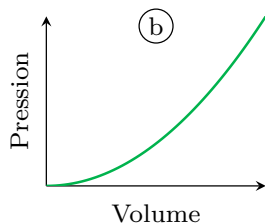
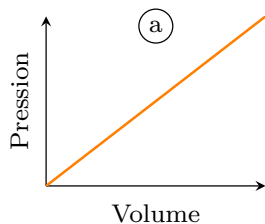
Entraînement 1.6 — Faire le lien entre une formule et un graphe.

a) Lequel de ces graphes représente la relation entre pression et température lorsque n et V sont fixés ?



.....

b) Lequel de ces graphes représente la relation entre pression et volume lorsque n et T sont fixés ?



.....

Entraînement 1.7 — Masse volumique de l'eau.

On considère un gaz parfait de masse molaire M , à la pression P et à la température T .

a) Exprimer sa masse volumique ρ en fonction de M , P et T

b) La vapeur d'eau a pour masse volumique $\rho = 0,595 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ à 100°C et 1013 hPa . Sa masse molaire est $M_{\text{H}_2\text{O}} = 18 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Est-ce compatible avec le modèle du gaz parfait ?

Entraînement 1.8 — Compression d'un gaz.

Un gaz, initialement à la pression P_1 et à la température $T_1 = 25^\circ\text{C}$, est comprimé jusqu'à une pression valant $P_2 = 4P_1$. Sa masse volumique initiale est de ρ_1 .

Exprimer sa masse volumique finale ρ_2 en fonction de ρ_1 si sa température T_2 vaut :

a) $T_2 = T_1$

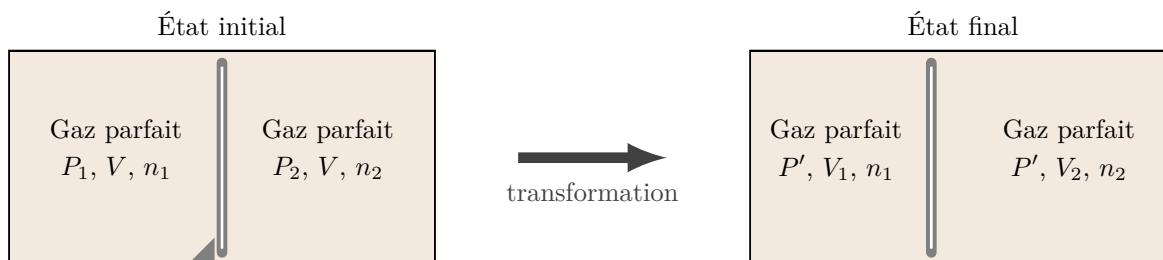
b) $T_2 = 50^\circ\text{C}$

Entraînement 1.9 — Mouvement d'un piston.

Une enceinte maintenue à une température T est divisée en deux parties d'égal volume V , par un piston mobile sans frottement.

Initialement, le piston est bloqué, et chaque compartiment contient un gaz parfait de pressions respectives P_1 et P_2 . On note n_1 et n_2 les quantités de matière dans chaque compartiment.

Une fois débloqué, le piston se déplace librement de façon à ce que les pressions dans chaque compartiment deviennent égales.



Déterminer :

a) la relation entre n_1 , n_2 , P_1 et P_2

b) le volume V_1 en fonction de V , P_1 et P_2

Entraînement 1.10 — Expression de la densité d'un gaz.

La densité d d'un gaz A est le rapport entre la masse volumique du gaz A et la masse volumique de l'air sous les mêmes conditions de pression et de température. Autrement dit, c'est :

$$d = \frac{\rho_A}{\rho_{\text{air}}}.$$

On note M_A la masse molaire de A et M_{air} celle de l'air.

Exprimer la densité d en fonction de M_A et M_{air} à l'aide de la loi des gaz parfaits ...

Entraînement 1.11 — Bulle de savon.

Une bulle de savon sphérique de rayon r enferme n moles d'air à la température ambiante T_0 .

La pression qui règne à l'intérieur de la bulle de savon est donnée par :

$$P = P_0 + \frac{4\gamma}{r},$$

où γ est la tension superficielle de l'eau savonneuse et où P_0 est la pression atmosphérique.

a) Donner l'expression du volume de la bulle en fonction r

b) Exprimer n en fonction de P_0 , T_0 , γ et r

Mélange de gaz parfaits

Tous les mélanges de gaz seront considérés parfaits.

Entraînement 1.12 — Un gaz sous pression.

Un gisement donné fournit du gaz naturel dont la composition (en fractions molaires) est :

- 81,3 % méthane (CH_4)
- 2,9 % éthane (C_2H_6)
- 0,4 % propane (C_3H_8)
- 0,2 % butane (C_4H_{10})
- 14,3 % diazote (N_2)

On donne $M_{\text{H}} = 1 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$, $M_{\text{C}} = 12 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ et $M_{\text{N}} = 14 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Calculer :

a) la masse molaire du mélange

b) la fraction massique de l'éthane .

Entraînement 1.13 — Composition d'un mélange.

Un mélange de diazote N_2 ($M_{\text{N}} = 14 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$) et de dioxygène O_2 ($M_{\text{O}} = 16 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$) présente une masse volumique de $1,00 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$ à 100°C et sous une pression de 1013 hPa .

a) Calculer la masse molaire du mélange

b) En déduire la fraction molaire en dioxygène

Entraînement 1.14 — Air humide.

L'humidité relative (ou *l'hygrométrie*) est le rapport :

$$H = \frac{\text{pression partielle de vapeur d'eau}}{\text{pression de vapeur saturante}}.$$

La pression de vapeur saturante de l'eau à 25 °C vaut 3 166 Pa.

Quelle est la masse de vapeur d'eau (on donne $M_{\text{H}_2\text{O}} = 18 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$) présente dans une pièce de 400 m³ contenant de l'air à 25 °C un jour où l'humidité relative est de 60 % ?

Entraînement 1.15 — Ajout d'un gaz.

Un récipient clos de volume V enferme un mélange gazeux contenant deux espèces A et B à une température T fixée. La pression totale vaut $P = 1\,500 \text{ hPa}$ et la pression partielle de A est de 1 100 hPa.

a) Quelle est la pression partielle de B ?

b) On ajoute une espèce C au système de sorte que la pression totale augmente jusqu'à 1 800 hPa.

Quelle est la nouvelle pression partielle de B ?

Premier principe

Calcul du travail des forces de pression

Entraînement 2.1 — Les bonnes unités.

Un étudiant doit calculer le travail reçu par un système au cours d'une transformation. L'expression littérale est la suivante :

$$W = -P_0(V_f - V_i).$$

Il sait que, pour faire l'application numérique, la pression doit être exprimée en pascals et les volumes en mètres cubes.

On rappelle que $1 \text{ bar} = 1 \times 10^5 \text{ Pa}$.

a) Calculer W pour $P_0 = 1,5 \text{ bar}$, $V_i = 5 \text{ L}$ et $V_f = 3 \text{ L}$

b) Calculer W pour $P_0 = 50 \text{ mbar}$, $V_i = 2 \text{ cL}$ et $V_f = 120 \text{ mL}$

c) Calculer W pour $P_0 = 150 \text{ bar}$, $V_i = 20 \text{ cm}^3$ et $V_f = 10 \text{ cm}^3$

Entraînement 2.2 — Suite de transformations.

Un système composé de $n = 2$ moles de gaz en contact avec un milieu extérieur à la pression $P_{\text{ext}} = 1 \text{ bar}$ subit une suite de transformations.

Au cours de la première, son volume ne varie pas (transformation isochore).

Au cours de la seconde, la pression extérieure ne varie pas (transformation monobare) et son volume initialement à $V_i = 1 \text{ L}$ augmente et se fixe à $V_f = 2 \text{ L}$.

Les transformations étant quasi statiques, le travail des forces de pression se met sous la forme suivante :

$$W = - \int_{V_{\text{initial}}}^{V_{\text{final}}} P_{\text{ext}} dV.$$

a) Calculer W au cours de la première transformation

b) Calculer W au cours de la seconde transformation

Entraînement 2.3 — Bataille de travaux sans calculatrice.

Considérons deux systèmes A et B recevant de l'énergie du milieu extérieur. La puissance reçue par le premier durant 30 s s'élève à 50 W. Le second reçoit une puissance plus importante (400 W) mais durant un temps plus court (5 s).

Quel système a reçu la plus grande quantité d'énergie (sous forme de travail) ?

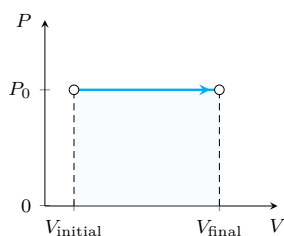
Entraînement 2.4 — Calcul d'aires.

Pour une transformation quasi statique, le travail des forces de pression s'écrit sous la forme :

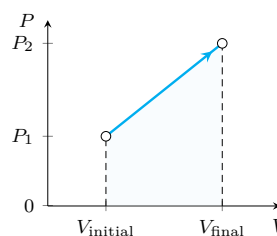
$$W = - \int_{V_{\text{initial}}}^{V_{\text{final}}} P dV.$$

Ce travail W correspond alors à l'opposé de l'aire sous la courbe $P = f(V)$, pour $V_{\text{final}} > V_{\text{initial}}$.

- a) Exprimer le travail W en fonction des variables P_0 , V_{initial} et V_{final} . b) Exprimer le travail W en fonction des variables P_1 , P_2 , V_{initial} et V_{final} .



.....



.....

Entraînement 2.5 — Différents types de transformations.

Un système est composé de n moles de gaz parfait, de volume V , de pression P et de température T .

Nous souhaitons évaluer le travail reçu par ce système au cours de transformations quasi statiques :

$$W = - \int_{V_i}^{V_f} P dV.$$

La loi des gaz parfaits assure que $PV = nRT$.

Transformation isotherme :

Au cours de cette transformation, la température du système ne varie pas et $T = T_0$.

- a) Écrire W en fonction de n , R , T_0 , V_i et V_f

Transformation polytropique et quasi statique :

Au cours de cette transformation, on a $PV^k = \text{constante}$ (avec $k > 1$). Les pressions et volumes du système à l'instant initial seront notés P_i et V_i , et à l'instant final P_f et V_f .

- b) Écrire le travail W en fonction de V_i , V_f , P_i , P_f et k

Variation d'énergie interne et d'enthalpie

Entraînement 2.6 — Problème d'unités.

La capacité thermique massique de l'eau vaut $c = 4,2 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$.

La masse molaire de l'eau vaut $M_{\text{H}_2\text{O}} = 18 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Une énergie peut être exprimée en joules ou en kilocalories ; on donne la relation $1 \text{ kcal} = 4184 \text{ J}$.

a) Évaluer la capacité thermique molaire C_m de l'eau en $\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

b) En déduire sa valeur en $\text{kcal} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

Entraînement 2.7 — Variation d'énergie interne d'une phase condensée.

Un opérateur chauffe une masse m d'eau liquide de capacité thermique massique $c = 4,2 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$. La température initialement à $T_i = 20^\circ\text{C}$ se stabilise en fin d'expérience à $T_f = 30^\circ\text{C}$.

Il souhaite calculer sa variation d'énergie interne par l'application de la relation suivante :

$$\Delta U = \int_{T_i}^{T_f} C \, dT,$$

où C est la capacité thermique du système.

a) Donner ΔU pour le système, en fonction de c , m , T_i et T_f

b) Calculer ΔU en kJ pour $m = 100 \text{ g}$

Entraînement 2.8 — Étude d'un gaz parfait diatomique.

Soient n moles de gaz parfait diatomique évoluant d'un état initial caractérisé par $T_i = 60^\circ\text{C}$ vers un état final à la température $T_f = 90^\circ\text{C}$.

Pour un gaz parfait diatomique, la relation de Mayer impose $C_P - C_V = nR$.

Pour un gaz parfait diatomique, on a $\gamma = \frac{C_P}{C_V} = 1,4$.

a) Exprimer C_V (la capacité thermique à volume constant du gaz parfait) en fonction de n , R et γ .

.....

b) Évaluer $\Delta U = \int_{T_i}^{T_f} C_V \, dT$ pour $n = 1 \text{ mol}$

c) Exprimer C_P (la capacité thermique à pression constante du gaz parfait) en fonction de n , R et γ .

.....

d) Évaluer $\Delta H = \int_{T_i}^{T_f} C_P \, dT$ pour $n = 1 \text{ mol}$

Entraînement 2.9 — Des variations d'énergie interne.

Suivant la finesse des modèles utilisés, la capacité calorifique à volume constant C_V peut être une fonction de la température. Le calcul de la variation d'énergie interne $\Delta U = \int_{T_i}^{T_f} C_V(T) dT$ se fera alors en tenant compte de son expression.

Donner, dans chacun des cas suivants, l'expression de ΔU :

a) pour un gaz parfait (C_V est une constante)

b) pour un gaz réel ($C_V = AT + B$, où A et B sont des constantes) ...

c) pour un solide ($C_V = DT^3$, où D est une constante)

Entraînement 2.10 — Variation d'enthalpie lors d'un changement d'état.

Dans cet entraînement, le système sera de l'eau : à l'état initial, 1 kg d'eau sous forme liquide, à la température de 0°C ; à l'état final un mélange de 800 g d'eau sous forme solide, et 200 g d'eau sous forme liquide à la température de 0°C .

On rappelle la valeur de l'enthalpie massique de fusion de l'eau : $L_{\text{fus}} = 335 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.

Quelle est la variation d'enthalpie du système?

Applications du premier principe

Entraînement 2.11 — Détente de Joule-Gay Lussac d'un gaz réel.

La détente de Joule-Gay Lussac est une détente au cours de laquelle l'énergie interne du système est constante : $\Delta U = 0$. Pour n moles d'un gaz réel passant du volume V_i au volume V_f et de la température T_i à la température T_f , on a alors :

$$\Delta U = C_V(T_f - T_i) - n^2 a \left(\frac{1}{V_f} - \frac{1}{V_i} \right) = 0.$$

Exprimer T_f en fonction de T_i , C_V , n , a , V_f , V_i



Entraînement 2.12 — Température finale.

On applique le premier principe à un système subissant une transformation isobare. On a :

$$\Delta H = \int_{T_i}^{T_f} C_P(T) dT = Q.$$

Dans chacun des cas suivants, exprimer T_f (en fonction de T_i , Q et des paramètres liés à C_P) :

a) $C_P = C$ est une constante

b) $C_P = \frac{A}{T}$ (où A est une constante)

c) $C_P = BT^2$ (où B est une constante)

Entraînement 2.13 — Transformations du gaz parfait.

Dans cet entraînement, le système correspond à n moles de gaz parfait de coefficient adiabatique $\gamma = 1,4$. Il subit différentes transformations suivant les questions, et nous noterons les variables dans l'état initial P_i, V_i, T_i et les variables dans l'état final P_f, V_f, T_f .

On appliquera le premier principe $\Delta U = W + Q$, avec $\Delta U = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_f - T_i)$ et $W = - \int_{V_i}^{V_f} P dV$ pour une transformation quasi statique.

Dans chacun des cas suivants, exprimer le transfert thermique Q reçu par le gaz :

a) pour une transformation isotherme (à température constante)

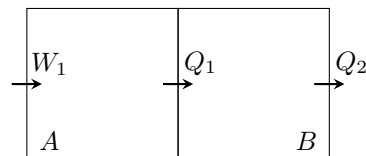
b) pour une transformation isochore (à volume constant)

c) pour une transformation adiabatique (sans transfert thermique)

Entraînement 2.14 — Étude d'une enceinte divisée en deux compartiments.

Une enceinte est divisée en deux compartiments.

- Le compartiment A reçoit un travail W_1 de l'extérieur et fournit un transfert thermique Q_1 au compartiment B .
- Le compartiment B reçoit un transfert thermique Q_1 du compartiment A et fournit un transfert thermique Q_2 à l'extérieur.



On rappelle l'expression du premier principe pour un système : $\Delta U = W + Q$, où ΔU est la variation d'énergie interne du système, et où W et Q sont respectivement le travail et le transfert thermique reçus par le système considéré.

a) Exprimer ΔU_A la variation d'énergie interne du compartiment A

b) Exprimer ΔU_B la variation d'énergie interne du compartiment B

c) Exprimer ΔU_{tot} la variation d'énergie interne des compartiments A et B , qui correspond à la somme des variations d'énergie interne des compartiments A et B

Calorimétrie

Entraînement 2.15 — Capacité thermique d'un calorimètre.

On considère un calorimètre de valeur en eau $m = 10$ g. La valeur en eau d'un calorimètre est la masse d'eau ayant la même capacité thermique que le calorimètre vide.

On rappelle la capacité thermique massique de l'eau liquide : $c_{\text{eau}} = 4,2 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$.

Que vaut la capacité thermique du calorimètre ?

Entraînement 2.16 — Évolution de la température d'un calorimètre.

Nous considérons ici un calorimètre initialement à la température T_0 alors que l'air extérieur est à la température T_a .

Le calorimètre étant de capacité thermique C , sa température T évolue au cours du temps et obéit à l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dT}{dt} + \frac{h}{C}T = \frac{h}{C}T_a.$$

a) Définir un temps caractéristique pour l'équation différentielle

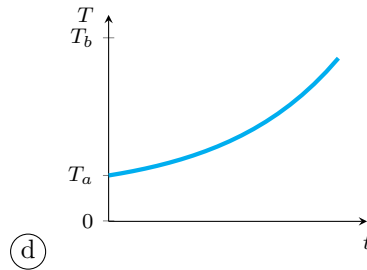
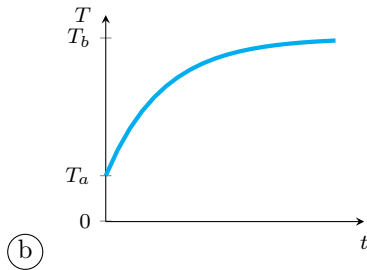
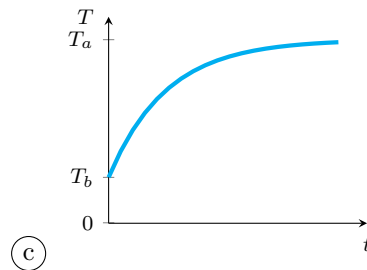
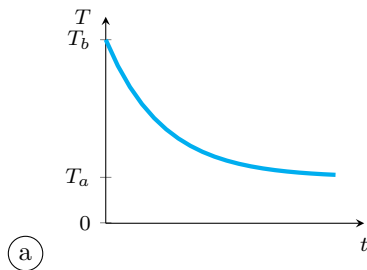
b) Résoudre l'équation différentielle et exprimer T en fonction du temps

Entraînement 2.17 — Évolution temporelle de la température.

En échangeant avec l'extérieur, la température d'un système varie et suit la loi d'évolution suivante :

$$T = T_b + (T_a - T_b)e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Quelle courbe correspond à cette évolution temporelle ?



.....

Entraînement 2.18 — Mélange de liquides.

Dans un calorimètre, on mélange une masse m_1 d'eau liquide à la température T_1 et une masse m_2 d'eau liquide à la température T_2 .

a) À l'équilibre, la température de l'ensemble T_{eq} vérifie l'équation :

$$m_1 c(T_{\text{eq}} - T_1) + m_2 c(T_{\text{eq}} - T_2) = 0.$$

Déterminer T_{eq} en fonction de T_1, T_2, m_1, m_2

b) En réalité, des pertes thermiques Q sont observées durant l'évolution de la température.

La température T_{eq} vérifie alors l'équation suivante :

$$m_1 c(T_{\text{eq}} - T_1) + m_2 c(T_{\text{eq}} - T_2) = Q.$$

Déterminer T_{eq} en fonction de T_1, T_2, m_1, m_2 et Q

Second principe et machines thermiques

Pour bien commencer

Entraînement 3.1 — Compression d'un gaz parfait.

On comprime un gaz parfait de capacité thermique isochore $C_V = 1,04 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ par l'apport d'un travail $W = 100 \text{ J}$. Il passe alors de $T_i = 20^\circ\text{C}$ à $T_f = 25^\circ\text{C}$.

La variation d'énergie interne de ce gaz parfait vérifie le premier principe $\Delta U = W + Q$ et la première loi de Joule $\Delta U = C_V \Delta T$.

Calculer le transfert thermique Q (en joules)

Entraînement 3.2 — Bataille de chiffres.

On chauffe, sur deux réchauds identiques de puissance $P = 1\,500 \text{ W}$, une masse d'eau sur l'un et une même masse d'huile sur l'autre, pour les emmener de 20°C à 70°C . Qui chauffe le plus vite ?

(a) l'eau ($c_{\text{eau}} = 4\,180 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$)

(b) l'huile ($c_{\text{huile}} = 2\,000 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$)

.....

L'entropie

Entraînement 3.3 — Retrouver les lois de Laplace.

Un gaz parfait évolue des conditions initiales données par (T_i, V_i, P_i) vers un nouvel état donné par (T_f, V_f, P_f) . Son entropie varie alors de ΔS , qu'on peut exprimer de trois manières différentes :

$$\begin{aligned} \Delta S &= \frac{nR}{\gamma - 1} \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) + nR \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) \\ &= \frac{nR\gamma}{\gamma - 1} \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) - nR \ln\left(\frac{P_f}{P_i}\right) \\ &= \frac{nR}{\gamma - 1} \ln\left(\frac{P_f}{P_i}\right) + \frac{nR\gamma}{\gamma - 1} \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right). \end{aligned}$$

Sachant que la transformation est isentropique (on a donc $\Delta S = 0$), établir la relation entre :

a) T_f, T_i, V_f et V_i

b) T_f, T_i, P_f et P_i

c) P_i, P_f, V_i et V_f

Entraînement 3.4 — Manipulation des lois de Laplace.

Un gaz parfait évolue de sorte que :

$$PV^\gamma = C^{\text{te}}.$$

On peut déduire de cette identité d'autres relations du même type.

Pour chacune des relations suivantes, exprimer l'exposant x en fonction de γ .

- | | | | |
|----------------------------------|----------------------|---|----------------------|
| a) $TV^x = C^{\text{te}}$ | <input type="text"/> | d) $P^\gamma T^x = C^{\text{te}}$ | <input type="text"/> |
| b) $PT^x = C^{\text{te}}$ | <input type="text"/> | e) $P^x T^\gamma = C^{\text{te}}$ | <input type="text"/> |
| c) $P^x T = C^{\text{te}}$ | <input type="text"/> | | |

Entraînement 3.5 — Calcul d'entropie créée (I).

On chauffe une mole d'un gaz parfait de coefficient $\gamma = 1,4$ initialement à une température $T_i = 500 \text{ K}$ en le mettant en contact avec un thermostat à la température $T_0 = 550 \text{ K}$ de manière isochore. Au terme de la transformation, la température finale du gaz vaut $T_f = T_0 = 550 \text{ K}$.

- | | |
|---|----------------------|
| a) Calculer la variation d'entropie du gaz $\Delta S = \frac{nR}{\gamma - 1} \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right)$ | <input type="text"/> |
| b) Calculer l'entropie échangée au cours de la transformation $S_e = \frac{Q}{T_0}$ | <input type="text"/> |
| c) La transformation est-elle réversible? | <input type="text"/> |

Entraînement 3.6 — Calcul d'entropie créée (II).

On considère la détente de n moles d'un gaz parfait selon le dispositif de Joule Gay-Lussac.

Le gaz de volume initial V_0 se détend dans le vide pour atteindre un volume final $2V_0$. Cette détente est isoénergétique.

Exprimer l'entropie créée S_c

Entraînement 3.7 — Un autre bilan d'entropie.

On chauffe une masse $m = 1,00 \text{ kg}$ d'eau sous une pression $P_0 = 1,00 \text{ bar}$ de $T_i = 80,0^\circ\text{C}$ à $T_f = 120,0^\circ\text{C}$.

On indique que l'eau se vaporise à $T_0 = 100^\circ\text{C}$ sous 1 bar.

On donne les capacités thermiques massiques :

$$c_{\text{eau}} = 4180 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$$
$$c_{\text{P,vapeur}} = 2010 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$$

ainsi que l'enthalpie massique de vaporisation :

$$\Delta_{\text{vap}} H^o = 2257 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

La variation d'enthalpie ΔH de l'eau lors de cette transformation peut s'écrire :

$$\Delta H = mc_{\text{eau}}(T_1 - T_2) + m\Delta_{\text{vap}}H^o + mc_{\text{P,vapeur}}(T_3 - T_4).$$

a) Quelle est la valeur de T_1 ?

(a) T_0

(b) T_i

(c) T_f

.....

b) Quelle est la valeur de T_2 ?

(a) T_0

(b) T_i

(c) T_f

.....

c) Quelle est la valeur de T_3 ?

(a) T_0

(b) T_i

(c) T_f

.....

d) Quelle est la valeur de T_4 ?

(a) T_0

(b) T_i

(c) T_f

.....

La variation élémentaire d'entropie pour un échauffement à pression constante s'exprime :

$$dS = mc_P \frac{dT}{T},$$

et la variation d'entropie de vaporisation s'exprime :

$$\Delta_{\text{vap}}S^o = \frac{\Delta_{\text{vap}}H^o}{T_0}.$$

e) Déterminer numériquement la variation d'entropie ΔS de l'eau lors de cette transformation.

.....

Entraînement 3.8 — Contact entre deux solides.

On met en contact thermique :

- une masse $m_1 = 200 \text{ g}$ de cuivre, de capacité thermique massique c_1 , initialement à la température $T_1 = 500 \text{ K}$;
- une masse $m_2 = 400 \text{ g}$ de fer, de capacité thermique massique c_2 , initialement à la température $T_2 = 300 \text{ K}$.

Le système constitué des deux solides est isolé.

La capacité thermique molaire des deux solides est $C_m = 3R$. On donne :

$$M(\text{Fe}) = 55,8 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \quad \text{et} \quad M(\text{Cu}) = 63,5 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}.$$

- a) Déterminer c_1 b) Déterminer c_2
- c) Exprimer la température finale T_f commune aux deux solides en fonction de T_1 , T_2 , m_1 , m_2 , c_1 et c_2 .

- d) Donner la valeur numérique de T_f .

- e) Calculer ΔS la variation d'entropie du système constitué des deux solides.

- f) Cette transformation est-elle réversible ?

Autour du rendement

Entraînement 3.9 — Machine frigorifique.

On considère une machine frigorifique fonctionnant avec une source froide de température $T_F = 4^\circ\text{C}$ et une source chaude de température $T_C = 20^\circ\text{C}$.

Elle utilise une énergie journalière $W = 17\text{ MJ}$ et présente une efficacité (ou COP) égale à 1,2.

- a) Exprimer le transfert thermique journalier Q_F avec la source froide.

- b) Donner la valeur numérique de Q_F (en joules).

- c) Exprimer puis calculer le transfert thermique Q_C avec la source chaude.

Entraînement 3.10 — Moteur réel.

Un moteur cyclique ditherme évoluant entre une source froide de température $T_F = 400\text{ K}$ et une source chaude de température $T_C = 650\text{ K}$ produit 500 J par cycle pour $1\,500\text{ J}$ de transfert thermique fourni.

L'efficacité de Carnot de ce moteur est $\eta_{\text{Carnot}} = 38,5\%$.

- a) Calculer le transfert thermique Q_F avec la source froide.
 (a) $-1\,000\text{ J}$ (b) $1\,000\text{ J}$ (c) $2\,000\text{ J}$ (d) $-2\,000\text{ J}$

- b) Calculer l'efficacité η de ce moteur réel

Entraînement 3.11 — Pompe à chaleur.

On considère une pompe à chaleur fournissant un transfert thermique hebdomadaire de 3,0 GJ avec une efficacité (ou COP) égale à 3,0.

- a) Exprimer l'énergie hebdomadaire W nécessaire au fonctionnement de cette pompe à chaleur.

.....

- b) Donner la valeur numérique de W (en joules).

.....

- c) Convertir 1 kWh en joules

- d) Calculer le coût annuel de fonctionnement de cette pompe à chaleur en supposant qu'elle tourne la moitié de l'année. On considérera un prix moyen de dix-sept centimes d'euro au kilowatt-heure.

.....

Entraînement 3.12 — Calcul de la puissance d'un moteur.

On considère un moteur thermique évoluant entre une source froide à $T_F = 126,85^\circ\text{C}$ et une source chaude à $T_C = 326,85^\circ\text{C}$. On suppose que ce moteur suit le cycle de Carnot et qu'il libère un transfert thermique de 600 J par cycle. On indique que ce moteur tourne à un régime de 2 000 cycles/ min et qu'un cheval-vapeur (cv) vaut 736 W.

On rappelle que le rendement de Carnot est donné par $\eta = 1 - \frac{T_F}{T_C}$.

- a) Calculer le rendement de Carnot η de ce moteur

- b) Exprimer le travail W libéré par ce moteur lors d'un cycle en fonction de Q_F et η .

.....

- c) Donner la valeur numérique de ce travail W

- d) Calculer la puissance de ce moteur en cv

Réponses et corrigés

Fiche n° 1. Gaz parfaits

Réponses

1.1 a).....	62 L	1.6 a).....	a	1.11 a).....	$\frac{4}{3}\pi r^3$
1.1 b).....	25 L	1.6 b).....	d	1.11 b).....	$\frac{4\pi P_0 r^3 + 16\pi\gamma r^2}{3RT_0}$
1.1 c).....	$6,8 \times 10^2$ L	1.7 a).....	$\frac{MP}{RT}$	1.12 a).....	$18,2 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$
1.2 a).....	$58 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$	1.7 b).....	non	1.12 b).....	4,79 %
1.2 b).....	$1,8 \times 10^2$ bar	1.8 a).....	$4\rho_1$	1.13 a).....	$30,6 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$
1.2 c).....	$5,5 \text{ m}^3$	1.8 b).....	$3,7\rho_1$	1.13 b).....	65,6 %
1.3 a).....	$24,8 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$	1.9 a).....	$\frac{n_2}{n_1} = \frac{P_2}{P_1}$	1.14.....	5,5 kg
1.3 b).....	$13,4 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$	1.9 b).....	$\frac{2P_1}{P_1 + P_2} V$	1.15 a).....	400 hPa
1.4.....	64 °C	1.10.....	$\frac{M_A}{M_{\text{air}}}$	1.15 b).....	400 hPa
1.5 a).....	1,00 bar				
1.5 b).....	1,24 bar				

Corrigés

1.1 a) On a $PV = nRT$ avec $n = \frac{m}{M}$. Ainsi, on a $V = \frac{m}{M} \times \frac{RT}{P}$. Notez que l'on peut laisser les masses en g si l'on exprime la masse molaire en $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

$$\text{Ainsi, on a } V = \frac{100 \text{ g}}{40 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} \times \frac{8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \times 298,15 \text{ K}}{1 \times 10^5 \text{ Pa}} = 62 \times 10^{-3} \text{ m}^3 = 62 \text{ L}.$$

.....

1.1 b) On a $V = \frac{32 \text{ g}}{2 \times 16 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} \times \frac{8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \times 298,15 \text{ K}}{1 \times 10^5 \text{ Pa}} = 24,8 \times 10^{-3} \text{ m}^3 = 25 \text{ L}.$

.....

1.1 c) On a $V = \frac{1200 \text{ g}}{(12 + 2 \times 16) \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} \times \frac{8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \times 298,15 \text{ K}}{1 \times 10^5 \text{ Pa}} = 0,676 \text{ m}^3 = 6,8 \times 10^2 \text{ L}.$

.....

1.2 a) On a $M_{\text{C}_4\text{H}_{10}} = 4 \times M_{\text{C}} + 10 \times M_{\text{H}} = 4 \times 12 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} + 10 \times 1 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} = 58 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}.$

.....

1.2 b) Si tout le butane était à l'état gazeux dans la bouteille et en admettant qu'il se comporte comme un gaz parfait, la pression qui y règnerait serait de :

$$P = \frac{nRT}{V} = \frac{m}{M} \times \frac{RT}{V} = \frac{13 \times 10^3 \text{ g}}{58 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} \times \frac{8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \times 293,15 \text{ K}}{30,6 \times 10^{-3} \text{ m}^3} = 179 \times 10^5 \text{ Pa} = 1,8 \times 10^2 \text{ bar},$$

et la bouteille exploserait... Heureusement qu'une grande partie est à l'état liquide!

.....

1.2 c) En considérant le butane comme gaz parfait, on a :

$$V = \frac{nRT}{P} = \frac{m}{M} \frac{RT}{P} = \frac{13 \times 10^3 \text{ g}}{58 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} \times \frac{8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \times 293,15 \text{ K}}{1 \times 10^5 \text{ Pa}} = 5,5 \text{ m}^3.$$

1.3 a) Le volume molaire est le volume occupé par une mole de gaz : c'est $V_m = \frac{V}{n} = \frac{RT}{P}$.

En exprimant la pression en pascals et la température en kelvins, on obtient :

$$V_m = \frac{8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \times 298,15 \text{ K}}{1,00 \times 10^5 \text{ Pa}} = 24,8 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{mol}^{-1} = 24,8 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}.$$

1.3 b) On applique la même formule. On trouve :

$$V_m = \frac{8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \times (273,15 + 50) \text{ K}}{2,00 \times 10^5 \text{ Pa}} = 13,4 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{mol}^{-1} = 13,4 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}.$$

Remarquez que le volume molaire ne dépend pas de la nature du gaz mais seulement des conditions de pression et de température.

1.4 D'après la loi des gaz parfaits : $P_1 V = nRT_1$ et $P_2 V = nRT_2$, ce qui donne à volume constant :

$$T_2 = T_1 \frac{P_2}{P_1} = (273,15 + 20) \text{ K} \times \frac{2,3 \text{ bar}}{2,0 \text{ bar}} = 337 \text{ K} = 64^\circ \text{C}.$$

1.5 a) À température constante, le produit PV reste constant, d'où :

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \quad \text{avec} \quad V_2 = 1,2 V_1 \quad \text{d'où} \quad P_2 = \frac{P_1}{1,2} = 1,0 \text{ bar}.$$

1.5 b) À volume constant, le quotient P/T reste constant, d'où :

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \quad \text{d'où} \quad P_2 = P_1 \frac{T_2}{T_1} = 1,2 \times \frac{303,15}{293,15} = 1,24 \text{ bar}.$$

1.6 a) La loi des gaz parfaits permet d'exprimer P en fonction de T : $P = \frac{nR}{V} T = C^{\text{te}} \times T$, car nR/V est constant. On prévoit donc une relation linéaire dont la courbe représentative est une droite passant par l'origine.

1.6 b) En vertu de la loi des gaz parfaits, on a $P = \frac{nRT}{V} = \frac{C^{\text{te}}}{V}$, car nRT est fixé. On prévoit donc une relation inverse dont la courbe représentative est une hyperbole.

1.7 a) Par définition, la masse volumique vaut :

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{nM}{\frac{nRT}{P}} = \frac{MP}{RT}.$$

1.7 b) Assimilons la vapeur d'eau à un gaz parfait. On a alors :

$$\rho = \frac{18 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1} \times 1,013 \times 10^5 \text{ Pa}}{8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \times 373,15 \text{ K}} = 0,588 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}.$$

Ce résultat est en désaccord avec la mesure.

Au voisinage d'un changement d'état (comme ici, où l'eau est à l'état de vapeur saturante), le modèle du gaz parfait n'est pas valide.

1.8 a) La masse volumique d'un gaz parfait s'écrit $\rho = \frac{MP}{RT}$. On a donc ici :

$$\rho_1 = \frac{MP_1}{RT_1} \quad \text{et} \quad \rho_2 = \frac{MP_2}{RT_1}.$$

Ceci donne $\rho_2 = \rho_1 \frac{P_2}{P_1} = 4\rho_1$.

1.8 b) Le même raisonnement mène à $\rho_2 = \rho_1 \frac{T_1 P_2}{T_2 P_1} = 3,7\rho_1$.

On fera attention au fait que, dans un rapport de températures, celles-ci sont à exprimer en kelvins.

1.9 a) D'après la loi des gaz parfaits, on a $n_1 = \frac{P_1 V}{RT}$ et $n_2 = \frac{P_2 V}{RT}$, d'où la relation $\frac{n_2}{n_1} = \frac{P_2}{P_1}$.

1.9 b) Appliquons la loi des gaz parfaits dans chaque compartiment. On a :

$$P'V_1 = n_1 RT \quad \text{et} \quad P'V_2 = n_2 RT,$$

dont on déduit $V_2/V_1 = n_2/n_1$.

Par ailleurs, la conservation du volume total donne :

$$2V = V_1 + V_2 = V_1 \left(1 + \frac{n_2}{n_1}\right).$$

Ainsi, il découle :

$$V_1 = \frac{2V}{1 + n_2/n_1} = \frac{2V}{1 + P_2/P_1} = \frac{2P_1}{P_1 + P_2} V.$$

1.10 Exprimons la masse volumique en fonction de la masse molaire pour un gaz parfait :

$$V = \frac{nRT}{P} = \frac{mRT}{MP} \quad \text{donc} \quad \rho = \frac{m}{V} = \frac{PM}{RT}.$$

Ainsi, sous la même pression et la même température, on a :

$$d = \frac{\rho_A}{\rho_{\text{air}}} = \frac{PM_A}{PM_{\text{air}}} = \frac{M_A}{M_{\text{air}}}.$$

1.11 a) Le volume de la bulle vaut $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.

1.11 b) La pression de l'air intérieure vaut $P = P_0 + \frac{4\gamma}{r}$. La loi des gaz parfaits donne alors :

$$PV = \left(P_0 + \frac{4\gamma}{r}\right) \times \frac{4}{3}\pi r^3 = nRT_0 \quad \text{d'où} \quad n = \frac{4\pi P_0 r^3 + 16\pi\gamma r^2}{3RT_0}.$$

1.12 a) La masse molaire du mélange est la moyenne pondérée des masses molaires : $M = \sum_i x_i M_i$.

Ceci donne ici :

$$M = (0,813 \times 16 + 0,029 \times 30 + 0,004 \times 44 + 0,002 \times 58 + 0,143 \times 28) \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} = 18,2 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}.$$

1.12 b) Faisons un bilan avec une mole de mélange :

- le mélange a une masse totale $m = 18,2 \text{ g}$;
- ce mélange contient $0,029 \text{ mol}$ d'éthane, soit $m_{\text{C}_2\text{H}_6} = 0,029 \times 30 = 0,87 \text{ g}$.

On en déduit que le titre massique vaut :

$$w_{\text{C}_2\text{H}_6} = m_{\text{C}_2\text{H}_6} / m = 4,79 \text{ \%}.$$

1.13 a) Le mélange étant considéré parfait, on peut appliquer la loi des gaz parfaits :

$$PV = nRT \quad \text{d'où} \quad \rho = \frac{m}{V} = \frac{MP}{RT}.$$

On en déduit la masse molaire :

$$M = \frac{\rho RT}{P} = \frac{1 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \times 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \times 373,15 \text{ K}}{1,013 \times 10^5 \text{ Pa}} = 30,6 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}.$$

1.13 b) La masse molaire du mélange est la moyenne pondérée des masses molaires. Si l'on note x la fraction molaire en dioxygène et y celle en diazote, on a $M = xM_{\text{O}_2} + yM_{\text{N}_2}$, avec $x + y = 1$. On en déduit :

$$x = \frac{M - M_{\text{N}_2}}{M_{\text{O}_2} - M_{\text{N}_2}} = \frac{30,626 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} - 28 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}{32 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} - 28 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} = 65,6 \text{ \%}.$$

1.14 Calculons la pression partielle en vapeur d'eau : elle vaut $P_{\text{H}_2\text{O}} = 60 \text{ \% } p_{\text{sat}} = 1,90 \times 10^3 \text{ Pa}$.

Dans un volume de 400 m^3 , cela correspond à une quantité de matière :

$$n_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{P_{\text{H}_2\text{O}} V}{RT} = \frac{1,90 \times 10^3 \text{ Pa} \times 400 \text{ m}^3}{8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \times 298,15 \text{ K}} = 307 \text{ mol}.$$

Ceci représente une masse $m = n_{\text{H}_2\text{O}} \times M_{\text{H}_2\text{O}} = 18 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1} \times 307 \text{ mol} = 5,5 \text{ kg}$.

1.15 a) La loi de Dalton impose $P = P_A + P_B$, d'où $P_B = 400 \text{ hPa}$.

1.15 b) La pression partielle d'une espèce dépend de sa quantité de matière, de sa température et du volume total. En effet :

$$P = \frac{\left(\sum_i n_i \right) \times RT}{V} = \sum_i P_i \quad \text{avec} \quad P_i = \frac{n_i RT}{V}.$$

Puisque ces quantités n'ont pas changé pour l'espèce B, sa pression partielle est restée la même.

Fiche n° 2. Premier principe

Réponses

2.1 a) 300 J

2.1 b) $-0,5 \text{ J}$

2.1 c) 150 J

2.2 a) 0 J

2.2 b) -100 J

2.3 B

2.4 a) $-P_0(V_{\text{final}} - V_{\text{initial}})$

2.4 b) $\frac{-(P_2 + P_1)(V_{\text{final}} - V_{\text{initial}})}{2}$

2.5 a) $-nRT_0 \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$

2.5 b) $\frac{P_f V_f - P_i V_i}{k - 1}$

2.6 a) $76 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

2.6 b) $18 \times 10^{-3} \text{ kcal} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

2.7 a) $mc(T_f - T_i)$

2.7 b) $4,2 \text{ kJ}$

2.8 a) $\frac{nR}{\gamma - 1}$

2.8 b) $6,2 \times 10^2 \text{ J}$

2.8 c) $\frac{nR\gamma}{\gamma - 1}$

2.8 d) $8,7 \times 10^2 \text{ J}$

2.9 a) $C_V(T_f - T_i)$

2.9 b) $\frac{A}{2}(T_f^2 - T_i^2) + B(T_f - T_i)$

2.9 c) $\frac{D}{4}(T_f^4 - T_i^4)$

2.10 -268 kJ

2.11 $T_i + \frac{n^2 a}{C_V} \left(\frac{1}{V_f} - \frac{1}{V_i} \right)$

2.12 a) $T_i + \frac{Q}{C}$

2.12 b) $T_i e^{\frac{Q}{A}}$

2.12 c) $\left(T_i^3 + \frac{3Q}{B} \right)^{1/3}$

2.13 a) $nRT_i \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$

2.13 b) $\frac{nR}{\gamma - 1}(T_f - T_i)$

2.13 c) 0

2.14 a) $W_1 - Q_1$

2.14 b) $Q_1 - Q_2$

2.14 c) $W_1 - Q_2$

2.15 $42 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$

2.16 a) $\frac{C}{h}$

2.16 b) $T_a + (T_0 - T_a)e^{-\frac{ht}{C}}$

2.17 (b)

2.18 a) $\frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2}$

2.18 b) $\frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2} + \frac{Q}{(m_1 + m_2)c}$

Corrigés

2.1 a) On a $W = -(1,5 \times 10^5 \text{ Pa})(3 \times 10^{-3} \text{ m}^3 - 5 \times 10^{-3} \text{ m}^3) = 300 \text{ J}$.

2.1 b) On a $P_0 = 50 \text{ mbar} = 50 \times 10^{-3} \text{ bar} = (50 \times 10^{-3}) \times 10^5 \text{ Pa} = 50 \times 10^2 \text{ Pa}$.

On a $V_i = 2 \text{ cL} = 2 \times 10^{-2} \text{ L} = (2 \times 10^{-2}) \times 10^{-3} \text{ m}^3 = 2 \times 10^{-5} \text{ m}^3$.

On a $V_f = 120 \text{ mL} = 120 \times 10^{-3} \text{ L} = (120 \times 10^{-3}) \times 10^{-3} \text{ m}^3 = 12 \times 10^{-5} \text{ m}^3$.

On a $W = -(50 \times 10^2 \text{ Pa}) \times (12 \times 10^{-5} \text{ m}^3 - 2 \times 10^{-5} \text{ m}^3) = -0,5 \text{ J}$.

2.1 c) On a $V_i = 20 \text{ cm}^3 = 20 \times 10^{-6} \text{ m}^3$ et $V_f = 10 \text{ cm}^3 = 10 \times 10^{-6} \text{ m}^3$.

On a $W = -(150 \times 10^5 \text{ Pa}) \times (10 \times 10^{-6} \text{ m}^3 - 20 \times 10^{-6} \text{ m}^3) = 150 \text{ J}$.

2.2 a) Le volume ne variant pas, on a $dV = 0$. Le travail des forces de pression s'écrit $W = - \int_{V_{\text{initial}}}^{V_{\text{final}}} P_{\text{ext}} dV$.
Il est donc nul.

2.2 b) Le travail des forces de pression s'écrit :

$$W = - \int_{V_{\text{initial}}}^{V_{\text{final}}} P_{\text{ext}} dV = -P_{\text{ext}} \int_{V_{\text{initial}}}^{V_{\text{final}}} dV = -P_{\text{ext}}(V_{\text{final}} - V_{\text{initial}}).$$

Nous pouvons donc faire l'application numérique : $W = -1 \times 10^5 \text{ Pa} \times (2 \times 10^{-3} \text{ m}^3 - 1 \times 10^{-3} \text{ m}^3) = -100 \text{ J}$.

2.3 Le système A a reçu du milieu extérieur un travail $W_a = 50 \text{ W} \times 30 \text{ s} = 1\,500 \text{ J}$.

Le système B a reçu du milieu extérieur un travail $W_b = 400 \text{ W} \times 5 \text{ s} = 2\,000 \text{ J}$.

Le système B a donc reçu la plus grande quantité d'énergie.

2.4 a) Le travail correspond à l'opposé de l'aire sous la courbe, et donc à l'opposé de l'aire du rectangle :

$$W = -P_0(V_{\text{final}} - V_{\text{initial}}).$$

2.4 b) On décompose l'aire sous la courbe en un rectangle et en un triangle :

$$W = - \left(P_1(V_{\text{final}} - V_{\text{initial}}) + \frac{(P_2 - P_1)(V_{\text{final}} - V_{\text{initial}})}{2} \right) = - \frac{(P_2 + P_1)(V_{\text{final}} - V_{\text{initial}})}{2}.$$

2.5 a) Le système est un gaz parfait, nous avons donc $PV = nRT$. De plus, la température reste constante et vaut T_0 . Le travail s'écrit alors : $W = -nRT_0 \int_{V_i}^{V_f} \frac{1}{V} dV = -nRT_0 \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$.

2.5 b) La transformation étant polytropique, on a alors $P_i V_i^k = P_f V_f^k = PV^k$. Le travail s'exprime alors :

$$W = - \int_{V_i}^{V_f} \frac{P_i V_i^k}{V^k} dV = - \frac{P_i V_i^k}{1-k} \left(\frac{1}{V_f^{k-1}} - \frac{1}{V_i^{k-1}} \right) = \frac{P_f V_f - P_i V_i}{k-1}.$$

2.6 a) Par définition, on a $c = \frac{C}{m} = n \frac{C_m}{m}$. Et donc $C_m = M_{\text{H}_2\text{O}} \times c = 76 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.

2.6 b) On a $C_m = \frac{76 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}}{4184} = 18 \times 10^{-3} \text{ kcal} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.

2.7 a) La masse m d'eau liquide de capacité thermique massique $c = 4,2 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ aura une capacité thermique $C = mc$. Ainsi, on a $\Delta U = mc(T_f - T_i)$.

2.7 b) Notons que la température doit être exprimée en kelvins. Ici, on a $T_i = 293 \text{ K}$ et $T_f = 303 \text{ K}$. Nous obtenons donc $\Delta T = 10 \text{ K}$. Ainsi, on a $\Delta U = 100 \times 10^{-3} \text{ kg} \times 4,2 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1} \times 10 \text{ K} = 4,2 \text{ kJ}$.

2.8 a) On commence par exprimer la capacité thermique à volume constant C_V du gaz parfait, à partir de la relation de Mayer $C_P - C_V = nR$ et du rapport des capacités thermiques $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$. On obtient $C_V = \frac{nR}{\gamma - 1}$.

2.8 b) La grandeur C_V étant constante, la variation d'énergie interne d'un gaz parfait peut être écrite :

$$\Delta U = C_V \Delta T = C_V (T_f - T_i) = \frac{nR}{\gamma - 1} (T_f - T_i).$$

On passe alors à l'application numérique : on a $\Delta U = \frac{1 \text{ mol} \times 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \times 30 \text{ K}}{1,4 - 1} = 6,2 \times 10^2 \text{ J}$.

2.8 c) On commence par exprimer la capacité thermique à volume constant C_P du gaz parfait, à partir de la relation de Mayer $C_P - C_V = nR$ et du rapport des capacités thermiques $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$. On obtient $C_P = \frac{nR\gamma}{\gamma - 1}$.

2.8 d) La grandeur C_P étant constante, la variation d'enthalpie d'un gaz parfait s'exprime :

$$\Delta H = C_P \Delta T = C_P (T_f - T_i) = \frac{nR\gamma}{\gamma - 1} (T_f - T_i).$$

On passe alors à l'application numérique : on a $\Delta H = \frac{1 \text{ mol} \times 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \times 1,4}{1,4 - 1} \times 30 \text{ K} = 8,7 \times 10^2 \text{ J}$.

2.9 a) On a $\Delta U = C_V \Delta T = C_V (T_f - T_i)$.

2.9 b) On a $\Delta U = \frac{A}{2} (T_f^2 - T_i^2) + B (T_f - T_i)$.

2.9 c) On a $\Delta U = \frac{D}{4} (T_f^4 - T_i^4)$.

2.10 Pour cette transformation, nous avons une masse $m_l = 800 \text{ g}$ d'eau qui est transformée de l'état liquide à l'état solide, et qui subit donc une solidification (transformation inverse d'une fusion).

La variation d'enthalpie s'exprime : $\Delta H = -m_l \times L_{\text{fus}} = 0,800 \text{ kg} \times -335 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} = -268 \text{ kJ}$.

2.11 On a $T_f = T_i + \frac{n^2 a}{C_V} \left(\frac{1}{V_f} - \frac{1}{V_i} \right)$.

2.12 a) On a alors $C(T_f - T_i) = Q$, et donc $T_f = T_i + \frac{Q}{C}$.

2.12 b) On a alors $A \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) = Q$, et donc $T_f = T_i e^{\frac{Q}{A}}$.

2.12 c) On a alors $B\left(\frac{T_f^3}{3} - \frac{T_i^3}{3}\right) = Q$, et donc $T_f = \left(T_i^3 + \frac{3Q}{B}\right)^{1/3}$.

2.13 a) Le système est un gaz parfait, et nous avons donc $PV = nRT$, avec T la température qui est constante et qui vaut donc T_i . L'expression du travail est donc :

$$W = -nRT_i \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V} = -nRT_i \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right).$$

D'après la première loi de Joule, pour un gaz parfait, la variation d'énergie interne s'écrit $\Delta U = C_v \Delta T = 0$.

On obtient finalement : $Q = -W = nRT_i \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$.

2.13 b) Pour une transformation isochore, le travail est nul : $W = - \int_{V_i}^{V_f} P dV = 0$.

On obtient alors : $Q = \Delta U = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_f - T_i)$.

2.13 c) Pour une transformation adiabatique, le transfert thermique reçu de l'extérieur est nul, et donc $Q = 0$.

2.14 a) On a $\Delta U_A = W_A + Q_A$ avec $W_A = W_1$ et $Q_A = -Q_1$. Ainsi, on a $\Delta U_1 = W_1 - Q_1$.

2.14 b) On a $\Delta U_B = W_B + Q_B$ avec $W_B = 0$ et $Q_B = Q_1 - Q_2$. Ainsi, on a $\Delta U_2 = Q_1 - Q_2$.

2.14 c) On a $\Delta U_{\text{tot}} = \Delta U_A + \Delta U_B = W_1 - Q_1 + Q_1 - Q_2 = W_1 - Q_2$.

2.15 La capacité thermique du calorimètre vaut donc $C = m \times c_{\text{eau}}$. On obtient $C = 42 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$.

2.16 a) Le temps caractéristique pour l'équation différentielle obtenue est $\tau = \frac{C}{h}$.

2.16 b) On obtient $T = T_a + (T_0 - T_a)e^{-\frac{ht}{C}}$ en sommant solutions particulière et homogène, et en appliquant la condition initiale $T(0) = T_0$.

2.17 La température initiale est T_a , donc la courbe doit commencer en T_a . Les courbes (a) et (c) sont donc exclues. La courbe (d) correspond à une exponentielle croissante et ne convient donc pas. La réponse est (b).

2.18 a) On trouve $T_{\text{eq}} = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2}$.

2.18 b) On trouve $T_{\text{eq}} = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2} + \frac{Q}{(m_1 + m_2)c}$.

Fiche n° 3. Second principe et machines thermiques

Réponses

3.1	$-94,8 \text{ J}$	3.7 e)	$6\,390 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$
3.2	(b)	3.8 a)	$393 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$
3.3 a)	$T_f V_f^{\gamma-1} = T_i V_i^{\gamma-1}$	3.8 b)	$447 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$
3.3 b)	$T_f^\gamma P_f^{1-\gamma} = T_i^\gamma P_i^{1-\gamma}$	3.8 c)	$\frac{m_1 c_1 T_1 + m_2 c_2 T_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2}$
3.3 c)	$P_f V_f^\gamma = P_i V_i^\gamma$	3.8 d)	361 K
3.4 a)	$x = \gamma - 1$	3.8 e)	$\Delta S = 7,54 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$
3.4 b)	$x = \frac{\gamma}{(1-\gamma)}$	3.8 f)	Non
3.4 c)	$x = \frac{(1-\gamma)}{\gamma}$	3.9 a)	$W \times \text{COP}$
3.4 d)	$x = \frac{\gamma^2}{(1-\gamma)}$	3.9 b)	$20,4 \text{ MJ}$
3.4 e)	$x = 1 - \gamma$	3.9 c)	$-37,4 \text{ MJ}$
3.5 a)	$1,98 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$	3.10 a)	(a)
3.5 b)	$1,89 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$	3.10 b)	$\eta = 33 \%$
3.5 c)	Non	3.11 a)	$\frac{-Q_C}{\text{COP}}$
3.6	$nR \ln(2)$	3.11 b)	1 GJ
3.7 a)	(a)	3.11 c)	$3,6 \text{ MJ}$
3.7 b)	(b)	3.11 d)	$1,2 \times 10^3 \text{ euros}$
3.7 c)	(c)	3.12 a)	33%
3.7 d)	(a)	3.12 b)	$\frac{\eta Q_F}{(1-\eta)}$
		3.12 c)	-295 J
		3.12 d)	$13,4 \text{ cv}$

Corrigés

3.1 Le premier principe donne $\Delta U = W + Q$ donc $Q = \Delta U - W$. De plus, la première loi de Joule donne :

$$\Delta U = C_V \Delta T = C_V (T_f - T_i).$$

Finalement, on a $Q = C_V (T_f - T_i) - W = 1,04 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \times (298 \text{ K} - 293 \text{ K}) - 100 \text{ J} = -94,8 \text{ J}$.

3.2 On effectue un bilan d'énergie à l'aide du premier principe. La variation élémentaire d'énergie interne du liquide est :

$$dU = mc \times dT \quad \text{soit, en puissance,} \quad P = \frac{dU}{dt} = mc \frac{dT}{dt},$$

où P est la puissance de chauffe apportée. En supposant cette puissance constante, il vient $\Delta t = \frac{mc \Delta T}{P}$.

On a donc :

$$\frac{\Delta t_{\text{eau}}}{\Delta t_{\text{huile}}} = \frac{c_{\text{eau}}}{c_{\text{huile}}} = \frac{4180 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}}{2000 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}} = 2,09 > 1.$$

Ainsi, l'huile chauffe plus de deux fois plus vite que l'eau.

3.3 a) Utilisons la relation $\Delta S = 0$ qui fait intervenir les volumes et les températures. On a :

$$\Delta S = 0 = \frac{nR}{\gamma - 1} \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) + nR \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) \quad \text{donc} \quad \frac{nR}{\gamma - 1} \left[\ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) + (\gamma - 1) \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) \right] = 0.$$

En utilisant les propriétés de la fonction logarithme, on obtient :

$$\Delta S = \frac{nR}{\gamma - 1} \ln \left[\left(\frac{T_f}{T_i} \right) \left(\frac{V_f}{V_i} \right)^{\gamma - 1} \right].$$

On en déduit $\frac{T_f}{T_i} \left(\frac{V_f}{V_i} \right)^{\gamma - 1} = 1$, c'est-à-dire $T_f V_f^{\gamma - 1} = T_i V_i^{\gamma - 1}$.

3.3 b) On procède de la même manière à partir de l'expression qui fait intervenir les températures et les pressions. On a :

$$\Delta S = \frac{nR\gamma}{\gamma-1} \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) - nR \ln\left(\frac{P_f}{P_i}\right) = 0 = \frac{nR}{\gamma-1} \left[\gamma \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) - (\gamma-1) \ln\left(\frac{P_f}{P_i}\right) \right].$$

En utilisant les propriétés de la fonction logarithme, on obtient :

$$\frac{nR}{\gamma-1} \ln \left[\left(\frac{T_f}{T_i} \right)^\gamma \left(\frac{P_f}{P_i} \right)^{1-\gamma} \right] = 0.$$

On aboutit à :

$$\left(\frac{T_f}{T_i} \right)^\gamma \left(\frac{P_f}{P_i} \right)^{1-\gamma} = 1 \quad \text{c'est-à-dire} \quad T_f^\gamma P_f^{1-\gamma} = T_i^\gamma P_i^{1-\gamma}.$$

3.3 c) Utilisons l'expression qui fait intervenir les pressions et les volumes. On a :

$$\Delta S = 0 = \frac{nR}{\gamma-1} \ln\left(\frac{P_f}{P_i}\right) + \frac{nR\gamma}{\gamma-1} \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) = \frac{nR}{\gamma-1} \left[\ln\left(\frac{P_f}{P_i}\right) + \gamma \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) \right].$$

En simplifiant, on trouve :

$$\frac{nR}{\gamma-1} \ln \left[\left(\frac{P_f}{P_i} \right) \left(\frac{V_f}{V_i} \right)^\gamma \right] = 0.$$

Finalement, on aboutit à :

$$\left(\frac{P_f}{P_i} \right) \left(\frac{V_f}{V_i} \right)^\gamma = 1 \quad \text{c'est-à-dire} \quad P_f V_f^\gamma = P_i V_i^\gamma.$$

3.4 a) On a $PV^\gamma = C^{\text{te}}$. Avec l'équation d'état du gaz parfait, on obtient :

$$\frac{nRT}{V} V^\gamma = C^{\text{te}} \quad \text{et donc} \quad TV^{\gamma-1} = \frac{C^{\text{te}}}{nR} = C^{\text{te}}.$$

3.5 a) On a $S_e = \frac{1,00 \text{ mol} \times 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}}{1,4-1} \ln\left(\frac{550 \text{ K}}{500 \text{ K}}\right) = 1,98 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$.

3.5 b) Le premier principe s'écrit : $\Delta U = \underbrace{W}_{=0} + Q$.

Le gaz étant supposé parfait, la première loi de Joule s'applique : on a $\Delta U = C_v \Delta T$.

De plus, sa capacité thermique satisfait la relation de Mayer : on a $C_p - C_v = nR$ donc $C_v = \frac{nR}{\gamma-1}$ par définition du coefficient adiabatique $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$.

Par conséquent, l'entropie échangée s'exprime :

$$S_e = \frac{\Delta U}{T_0} = \frac{\frac{nR}{\gamma-1} (T_f - T_i)}{T_0}.$$

L'application numérique donne :

$$S_e = \frac{\frac{1,00 \text{ mol} \times 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}}{1,4-1} (550 \text{ K} - 500 \text{ K})}{550 \text{ K}} = 1,89 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}.$$

3.5 c) Le second principe s'écrit $\Delta S = S_e + S_c$. L'entropie créée au cours de la transformation étudiée vaut $S_c = \Delta S - S_e = 1,98 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} - 1,89 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} = 0,09 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$. Puisque $S_c > 0$, on peut conclure que la transformation n'est pas réversible.

.....
3.6 La détente étant isoénergétique, on a $\Delta U = 0 = W + Q$. Comme il s'agit d'une détente dans le vide, on a $W = 0$ et ainsi $Q = 0$: cette détente brutale et rapide est adiabatique. Le second principe s'écrit :

$$\Delta S = \underbrace{\frac{Q}{T_0}}_{=0} + S_c.$$

De plus, la détente du gaz parfait étant isoénergétique, on a $T_i = T_f$ (en utilisant la première loi de Joule). Ainsi, on peut écrire $\Delta S = nR \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$. Finalement, on a $S_c = nR \ln(2)$.

3.7 a) L'expression comporte trois termes : la variation d'enthalpie liée au changement de température de l'eau à l'état liquide, la variation d'enthalpie liée à la vaporisation de l'eau et enfin la variation d'enthalpie liée au changement de température de l'eau à l'état gazeux. Le premier terme décrit la variation de température de l'eau à l'état liquide, qui est chauffée de T_2 à T_1 (car la différence $T_1 - T_2$ correspond au bilan entre l'état final et l'état initial), autrement dit de $T_2 = T_i$ (température initiale) à $T_1 = T_0$ (changement d'état). Le résultat est cohérent car $T_0 - T_i > 0$: la variation d'entropie est positive, ce qui est cohérent avec une transformation de type chauffage.

3.7 b) Voir corrigé précédent.

3.7 c) Le troisième terme décrit la variation de température de l'eau à l'état gazeux, qui est chauffée de T_4 à T_3 (car la différence $T_3 - T_4$ correspond au bilan entre l'état final et l'état initial), autrement dit de $T_4 = T_0$ (changement d'état) à $T_3 = T_f$ (température finale). Le résultat est cohérent car $T_f - T_0 > 0$ et donc la variation d'entropie est positive, ce qui est cohérent avec une transformation de type chauffage.

3.7 d) Voir corrigé précédent.

3.7 e) De manière analogue à l'expression de la variation d'enthalpie fournie par l'énoncé, la variation d'entropie s'exprime en trois termes. Après intégration entre l'état initial et l'état final, on obtient :

$$\Delta S = mc_{\text{eau}} \ln\left(\frac{T_0}{T_i}\right) + m \frac{\Delta_{\text{vap}} H^o}{T_0} + mc_{P, \text{vapeur}} \ln\left(\frac{T_f}{T_0}\right).$$

L'application numérique donne :

$$\begin{aligned} \Delta S &= 1,00 \text{ kg} \times 4180 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1} \times \ln\left(\frac{373 \text{ K}}{353 \text{ K}}\right) + 1,00 \text{ kg} \times \frac{2257 \text{ kJkg}^{-1}}{373 \text{ K}} \\ &\quad + 1,00 \text{ kg} \times 2010 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1} \times \ln\left(\frac{393 \text{ K}}{373 \text{ K}}\right) \\ &= 6390 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}. \end{aligned}$$

3.8 a) La capacité thermique molaire est C_m , qu'on peut exprimer en $\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$. La capacité thermique massique c est donnée par $c = \frac{C_m}{M}$. L'application numérique pour le cuivre donne $c_1 = 393 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$.

3.8 b) De même, en utilisant $c = \frac{C_m}{M}$, l'application numérique pour le fer donne $c_2 = 447 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$.

3.8 c) Les phases condensées sont de volume constant donc $W = 0$, et le système est supposé isolé donc $Q = 0$. L'application du premier principe au système donne $\Delta U = 0$. L'additivité de l'énergie interne permet d'écrire :

$$\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2 = 0.$$

On a donc :

$$m_1 c_1 (T_f - T_1) + m_2 c_2 (T_f - T_2) = 0.$$

On isole T_f pour obtenir :

$$T_f = \frac{m_1 c_1 T_1 + m_2 c_2 T_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2}.$$

3.8 d) L'application numérique donne $T_f = 361 \text{ K}$.

3.8 e) Pour une phase condensée, on a $C_V = C_P = C_m$ et $dU = dH = mc dT$. Ainsi, on a $dS = \frac{mc dT}{T}$.

Par additivité de l'entropie, puis par intégration, on peut écrire que la variation d'entropie du système est :

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = m_1 c_1 \ln\left(\frac{T_f}{T_1}\right) + m_2 c_2 \ln\left(\frac{T_f}{T_2}\right).$$

L'application numérique donne $\Delta S = 7,54 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$.

3.8 f) Appliquons le second principe sur le système formé par l'ensemble des deux solides. On a :

$$\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T_{\text{ext}}} + S_c = S_c,$$

où l'entropie d'échange $\int \frac{\delta Q}{T_{\text{ext}}} = 0$ car le système est isolé ; il n'échange donc pas de transfert thermique avec l'extérieur.

Par conséquent, l'entropie créée vaut $S_c = \Delta S = 7,49 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} > 0$. Cette valeur est strictement positive : ainsi, la transformation est irréversible.

3.9 a) L'efficacité d'une machine frigorifique (ou COP) est : $\text{COP} = \frac{Q_F}{W}$. Ainsi, on a $Q_F = W \times \text{COP}$.

3.9 b) L'application numérique donne $Q_F = 20,4 \text{ MJ}$.

Attention : pour une machine frigorifique, on a $Q_F > 0$, $Q_C < 0$ et $W > 0$.

3.9 c) Sur un cycle, on a $\Delta U = W + Q_C + Q_F = 0$. Donc, $Q_C = -W - Q_F$.

L'application numérique donne $Q_C = -37,4 \text{ MJ}$.

3.10 a) Le premier principe sur le cycle donne $\Delta U = W + Q_C + Q_F = 0$. Ainsi, on a $Q_F = -W - Q_C$.

Attention : il faut bien identifier que, pour un moteur, $W = -500 \text{ J}$ et $Q_C = 1\,500 \text{ J}$.

L'application numérique donne $Q_F = -1\,000 \text{ J}$.

3.10 b) L'efficacité du moteur est $\eta = \frac{-W}{Q_C}$, avec ici $W = -500 \text{ J}$ et $Q_C = 1\,500 \text{ J}$. On arrive à $\eta = 33 \%$.

Il est important d'identifier le signe des transferts ici.

3.11 a) L'efficacité d'une pompe à chaleur (ou COP) est : $\text{COP} = \frac{-Q_C}{W}$. Ainsi, $W = \frac{-Q_C}{\text{COP}}$.

3.11 b) L'application numérique donne $W = \frac{-Q_C}{\text{COP}} = \frac{-(-3 \text{ GJ})}{3} = 1 \text{ GJ}$.

Attention : pour une pompe à chaleur, on a $Q_F > 0$, $Q_C < 0$ et $W > 0$.

3.11 c) On a $1 \text{ kWh} = 1\,000 \text{ Wh} = 1\,000 \text{ W} \times 3\,600 \text{ s} = 3,6 \text{ MJ}$.

3.11 d) La pompe utilise une énergie $W = 1 \text{ GJ}$ par semaine, soit $1 \times 10^9 / (3,6 \times 10^6) \text{ kWh}$. En multipliant par le coût de 17 centimes d'euro du kilowatt-heure et en considérant la moitié des 52 semaines annuelles, on obtient un coût annuel de :

$$\frac{1 \times 10^9}{3,6 \times 10^6} \times 0,17 \text{ euro} \times \frac{52}{2} = 1\,228 \text{ euros} = 1,2 \times 10^3 \text{ euros}$$

(en prenant le bon nombre de chiffres significatifs).

3.12 a) Le rendement de Carnot d'un moteur cyclique ditherme est donné par $\eta = 1 - \frac{T_F}{T_C}$. Après avoir converti les températures en kelvins en ajoutant 273,15, on trouve $\eta = 33 \%$.

3.12 b) Pour un moteur, on a $\eta = \frac{-W}{Q_C}$. Or, sur un cycle, on a $\Delta U = W + Q_C + Q_F = 0$. Ainsi, on a :

$$\eta = \frac{-W}{-W - Q_F} \quad \text{et donc} \quad W = \frac{\eta Q_F}{1 - \eta}.$$

3.12 c) Il faut identifier que, pour un moteur, on a $Q_F < 0$, soit ici $Q_F = -600 \text{ J}$.

L'application numérique donne : $W = \frac{0,33 \times (-600 \text{ J})}{1 - 0,33} = -295 \text{ J}$.

Si on considère que $\eta = 1/3$, on trouve $W = -300 \text{ J}$.

3.12 d) Le moteur fournit 295 J par cycle à un régime de 2 000 cycles par minute. La puissance P est donc :

$$P = \frac{295 \text{ J} \times 2\,000 \text{ cycles} \cdot \text{min}^{-1}}{60 \text{ s} \cdot \text{min}^{-1}} = 9\,833 \text{ W}.$$

En utilisant que $1 \text{ cv} = 736 \text{ W}$, on obtient $P = 13,4 \text{ cv}$.

Si on considère que $W = -300 \text{ J}$, on trouve $P = 13,5 \text{ cv}$.

.....