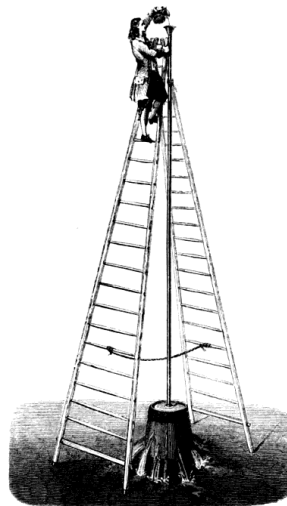


Devoir maison du chapitre : 2.1 Éléments de statique des fluides en référentiel Galiléen

Partie : 2 Mécanique des fluides appliquée aux machines thermodynamiques

Conseil : le faire dans la semaine après la fin du chapitre

Nous allons étudier dans ce devoir maison une expérience de pensée de Blaise Pascal, le crève-tonneau :



Le principe de l'expérience est un tonneau rempli d'eau surmonté d'un mince tube. Le tube étant très mince il ne peut contenir le volume d'un seul verre d'eau, mais il est suffisamment long pour que se verre d'eau suffise pour faire exploser le tonneau.

Cette expérience a été reproduite notamment dans cette vidéo :



<https://www.youtube.com/watch?v=EJHrr21UvY8>

1. (a) Si l'on considère comme système : {les parois du tonneau} dans l'expérience du crève-tonneau, quelles sont les forces qui s'exercent sur le tonneau ? On distinguera les forces surfaciques et volumiques.
- (b) Si l'on considère comme système : {l'eau contenue dans le tonneau} dans l'expérience du crève-tonneau, quelles sont les forces qui s'exercent sur l'eau ? On distinguera les forces surfaciques et volumiques.
2. (a) On prendra un axe vertical z orienté vers le haut avec pour origine la base du tube surplombant le tonneau et nous noterons h la hauteur du tube.
Rappelez l'équation locale de la statique des fluides.
- (b) Nous supposons d'abord que l'eau liquide dans le tube est incompressible et que l'accélération de la pesanteur est uniforme.
Déterminez l'expression de la pression dans le tube en fonction de z .
3. (a) Sur la vidéo nous pouvons remarquer que le manomètre affiche une pression d'environ 45 psi au moment de l'explosion de la jarre en verre.
L'unité psi est une unité anglo-saxonne signifiant Pound per Square Inch, soit "une livre par pouces carrés". Sachant qu'une livre 1 lb = 0.45359 kg et un pouce 1 inch = 2,54 cm, déterminez en Pa puis en bar la pression à laquelle explose la jarre.
- (b) Si l'on suppose la pression atmosphérique uniforme, déterminez la hauteur h du tube à utiliser pour faire exploser la jarre.
4. (a) Écrivez le poids exercé par la Terre sur un objet de masse m , sous la forme de la force d'interaction gravitationnelle exercé par la Terre sur un objet de masse m .
- (b) En déduire une expression de $\vec{g}$ en fonction de l'altitude z .
- (c) Puis calculez numériquement la variation de g entre la base et la hauteur h du tube. Commentez.
5. La compressibilité de l'eau peut se décrire à l'aide de son coefficient de compressibilité isotherme : $\chi_T = - \frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial p} \Big|_T$, avec dans des conditions normales de pression et de température $\chi_T = 5.10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$.
En approximant cette relation par $\chi_T \approx - \frac{1}{V} \frac{\Delta V}{\Delta p}$ et en supposant, calculez numériquement la variation de masse volumique de l'eau ρ_{eau} entre les deux extrémités du tube. Commentez.
6. (a) En considérant une atmosphère isotherme à $T = 298 \text{ K}$ et l'air comme un gaz parfait, établissez l'équation différentielle suivie par la pression de l'air à partir de l'équation locale de la statique des fluides.
- (b) Résoudre cette équation pour déterminer l'évolution de la pression de l'air autour du tube en fonction de z .
- (c) Calculez numériquement la variation de pression de l'air entre les deux extrémités du tube. Commentez.
7. Nous supposons ici que la jarre est de forme sphérique et de volume $V = 50 \text{ L}$. Et que le tube est de forme cylindrique de hauteur h et de volume $v = 1 \text{ L}$.
 - (a) Quelle augmentation de rayon de la jarre lui permettrait de vider le tube de son eau sans exploser ? Commentez alors les choix faits sur la vidéo d'une jarre en verre et d'un tube flexible.
 - (b) Calculez d'une part la résultante $\vec{R}$ des forces de pression de l'eau sur la jarre :

$$\vec{R} = \iint_{M \in S} p(M) \vec{dS}$$

avec S la surface intérieure de la jarre.

Et d'autre part la résultante F des contraintes des forces de pression de l'eau sur la jarre :

$$F = \iint_{M \in S} p(M) dS$$

Commentez les résultats obtenus.