

ENSEMBLES.

☞ Exercice basique à savoir refaire

★ Exercice un peu plus difficile, non indispensable

☞ Quelques ensembles connus.

 $\mathbb{N}$: $\mathbb{R}$: $\mathbb{Q}$: $\mathbb{Z}$: $\mathbb{C}$:

Liens entre ces ensembles :

☞ Exercice 1.

1. $1, 4 \dots \mathbb{R}$; $-3 \dots \mathbb{Q}$; $0 \dots \mathbb{R}^{+*}$; $1 \dots \mathbb{N}^*$; $\frac{-6}{3} \dots \mathbb{Z}$; $\pi \dots \mathbb{Q}$

2. $E = \{4, 1; -2; 11\}$ est un ensemble qui contient éléments. $\dots \in E$, mais $\dots \notin E$.

$A = \{4, 1; 11\}$ alors $A \subset E$, autrement dit de E . De plus, $\bar{A} = \dots$

$B = \{-2; 5\}$ car

$\mathcal{P}(E) = \dots$

3. $I = [-3; 4[$: alors $-1, 4 \dots I$; $4 \dots I$; $-3 \dots I$; $] -1; 2[\dots I$; $[0; 4] \dots I$

4. $\llbracket 1; 5[\cap \{2; 5; -3\} = \dots$ $\llbracket 1; 5[\cup \{2; 5; -3\} = \dots$

$[-1; 11] \cap [-3; 4[\cap \mathbb{R}^+ = \dots$ $[-1; 11] \cup [-3; 4[\cup \mathbb{R}^+ = \dots$

$\llbracket -5; 0 \rrbracket \setminus \{-1; 3\} = \dots$ $\mathbb{Z} \setminus] -\infty, 0] = \dots$

☞ Exercice 2.

Soient les ensembles $A = \{1; 2; 3\}$, $B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$, $C = \emptyset$, $D = \{3; 4; 5; 7\}$, $E = \{4; 6; 8\}$.

1. Décrire $\mathcal{P}(A)$, l'ensemble des parties de A .

2. Décrire les ensembles $A \cup B$, $A \cap C$, $B \cup D$, $B \cap A$, $E \cap (B \cup D)$, $(E \cap B) \cup D$, $E \cup (B \cap D)$, $(E \cup B) \cap D$.

Exercice 3.

1. Écrire plus simplement les ensembles suivants :

$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid 1 \leq x^2 < 12\}$; $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 = 2\}$; $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 = 5\}$

$D = \{x \in \mathbb{R} \mid -x^2 - 3x + 4 \geq 0 \text{ et } x + 3 \leq 0\}$; $E = \{x \in \mathbb{R} \mid -x^2 + 3x + 4 \leq 0 \text{ ou } x + 1 < 0\}$

$F = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 + \frac{8}{3}x - 1 < 0\} \cap \{x \in \mathbb{R} \mid x + 1 \geq 0\}$

2. Résoudre les équations ou inéquations suivantes et écrire leurs ensembles de solutions :

(a) $\sin(2x) = \frac{1}{2}$ (b) $-2x^2 + 2x - \frac{1}{2} \geq 0$ (c) $x^2 = 2$

Exercice 4.

On note $A = \{10p, p \in \mathbb{N}\}$ et $B = \{2p, p \in \mathbb{N}\}$. Est-ce que $A \subset B$? ou $B \subset A$? le prouver.

Exercice 5.

Soient A et B deux parties d'un ensemble E , on suppose que $A \cup B = A \cap B$.

Montrer que $A = B$.

★ Exercice 6.

Soient A , B et C trois parties d'un ensemble E .

1. On suppose que $A \cap B = A \cap C$ et $A \cup B = A \cup C$.
Montrer que $B = C$.
2. Que peut-on dire si $B \cap A = C \cup A$ et $B \cup A = C \cap A$?

Exercice 7.

Soient A et B deux parties d'un ensemble E .

On définit la **différence symétrique** de A et B , notée $A \Delta B$ par $A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$.

1. Représenter par une figure $A \Delta B$ pour deux ensembles A et B .
2. Que vaut $A \Delta B$ si $A \subset B$? Que vaut $A \Delta \emptyset$? Que vaut $A \Delta E$?