

CORRIGÉ DU DM N°4

Correction 1. Réponses.

$$\begin{array}{lll}
 \text{(a)} \quad \vec{u} \cdot \vec{v} = 1 & \text{(c)} \quad \vec{v} \wedge \vec{w} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ -4 \end{pmatrix} & \text{(e)} \quad (\vec{u} \wedge \vec{v}) \wedge \vec{w} = \begin{pmatrix} -15 \\ 9 \\ -12 \end{pmatrix} \\
 \text{(b)} \quad \vec{u} \wedge \vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ -6 \end{pmatrix} & \text{(d)} \quad \begin{array}{l} \vec{u} \cdot (\vec{w} \wedge \vec{v}) = 6 \\ \det(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}) = -6 \end{array} & \text{(f)} \quad (\vec{u} \wedge \vec{v}) \wedge (\vec{u} \wedge \vec{w}) = \begin{pmatrix} -6 \\ -18 \\ 6 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

Remarque : prendre du recul sur l'énoncé : on peut réutiliser des calculs déjà faits !
(et notamment $\vec{w} \wedge \vec{v} = -\vec{v} \wedge \vec{w}$). Si on les refait, vérifier la cohérence !!!

Correction 2.

$$\vec{u}, \vec{v} \text{ et } \vec{w} \text{ coplanaires} \iff \det(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}) = 0$$

$$\begin{aligned}
 \text{Or } \det(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}) &= \begin{vmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 4 & -2 & 2 \\ 2 & 3 & \mu \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 4 & -2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{vmatrix} \\
 &= -4\mu + 24 + 12 - (-4) - 12 - 24\mu \\
 &= -28\mu + 28
 \end{aligned}$$

$$\text{Or } -28\mu + 28 = 0 \iff \mu = 1.$$

Donc la seule valeur de μ pour laquelle les vecteurs sont coplanaires est 1.

Correction 3.

1. f est une fraction rationnelle, et $x - 3 = 0 \iff x = 3$ donc $\mathcal{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

$$2. f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{2 \times \frac{3}{2}}{\frac{3}{2} - 3} = \frac{3}{-\frac{3}{2}} = -3 \times \frac{2}{3} = -2.$$

L'image de $\frac{3}{2}$ par f est -2 .

$$\begin{aligned}
 3. \text{ On résout : } f(x) = 4 &\iff \frac{2x}{x-3} = 4 \\
 &\iff 2x = 4(x-3) \\
 &\iff 2x = 4x - 12 \\
 &\iff -2x = -12 \\
 &\iff x = 6
 \end{aligned}$$

4 a un unique antécédent par f qui est 6.

Correction 4.

$$1. \bullet f(x) = \frac{f_1(x)}{f_2(x)} \text{ avec } f_1(x) = \sqrt{x} \text{ et } f_2(x) = -3x + 4.$$

★ $\mathcal{D}_{f_1} = [0, +\infty[$ (fonction racine carrée)

★ $\mathcal{D}_{f_2} = \mathbb{R}$ (polynôme)

$$\star f_2(x) = 0 \iff -3x + 4 = 0 \iff -3x = -4 \iff x = \frac{4}{3}$$

Donc $\mathcal{D}_f = [0, \frac{4}{3}[\cup]\frac{4}{3}, +\infty[$.

- $g(x) = \ln(u(x)) + v(x)$ avec $u(x) = -2x - 7$ et $v(x) = x^2 - 1$

★ $\ln \circ u$:

$$\mathcal{D}_u = \mathbb{R}$$

$$\mathcal{D}_{\ln} =]0, +\infty[\text{ et } u(x) \in \mathcal{D}_{\ln} \iff -2x - 7 > 0 \iff -7 > 2x \iff x < -\frac{7}{2}$$

$$\text{Donc } \mathcal{D}_{\ln \circ u} =]-\infty, -\frac{7}{2}[$$

★ $D_v = \mathbb{R}$

$$\text{Donc } \boxed{\mathcal{D}_g =]-\infty, -\frac{7}{2}[}$$

- $h(x) = \exp \circ h_1(x)$ avec $h_1(x) = \frac{3x+1}{4x+7}$

★ h_1 est une fraction rationnelle, et $4x+7=0 \iff 4x=-7 \iff x=-\frac{7}{4}$

$$\text{Donc } \mathcal{D}_{h_1} = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{7}{4}\}$$

★ $\mathcal{D}_{\exp} = \mathbb{R}$ donc pour tout x de $\mathcal{D}_{h_1}$, $h_1(x) \in \mathcal{D}_{\exp}$

$$\text{Donc } \boxed{\mathcal{D}_h = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{7}{4}\}}$$

2. • $\ell(x) = \frac{u(x)}{\sqrt{v(x)}}$ avec $u(x) = x$ et $v(x) = 3x+4$.

★ $\mathcal{D}_u = \mathbb{R}$

★ dénominateur :

$$\mathcal{D}_v = \mathbb{R}$$

$$\mathcal{D}_{\sqrt{}} = [0, +\infty[\text{ et } v(x) \geq 0 \iff 3x+4 \geq 0 \iff x \geq -\frac{4}{3}$$

$$\text{Donc le dénominateur est défini sur } [-\frac{4}{3}, +\infty[.$$

★ $\sqrt{v(x)} = 0 \iff v(x) = 0 \iff x = -\frac{4}{3}$

$$\text{Donc } \boxed{\mathcal{D}_\ell =]-\frac{4}{3}, +\infty[}$$

- $m(x) = \ln \circ u(x) \times v \circ w(x)$ avec $u(x) = -x+1$ et $v(x) = \sqrt{x}$ et $w(x) = 3x+1$

★ $\ln \circ u$:

$$\mathcal{D}_u = \mathbb{R}$$

$$\mathcal{D}_{\ln} =]0, +\infty[\text{ et } u(x) > 0 \iff -x+1 > 0 \iff x < 1$$

$$\text{Donc } \mathcal{D}_{\ln \circ u} =]-\infty, 1[.$$

★ $v \circ w$:

$$\mathcal{D}_w = \mathbb{R}$$

$$\mathcal{D}_v = [0, +\infty[\text{ et } v(x) \geq 0 \iff 3x+1 \geq 0 \iff x \geq -\frac{1}{3}$$

$$\text{Donc } \mathcal{D}_{w \circ v} = [-\frac{1}{3}, +\infty[$$

$$\text{Donc } \boxed{\mathcal{D}_m = [-\frac{1}{3}, 1[}$$

- $n(x) = \frac{\cos(u(x)) \times \ln(v(x))}{w(x)}$ avec $u(x) = \frac{1}{x+3}$, $v(x) = -x$ et $w(x) = x^2 - 4$

★ numérateur :

– $\cos \circ u$:

u est une fraction rationnelle, $x+3=0 \iff x=-3$ donc $\mathcal{D}_u = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$

$\cos$ est définie sur $\mathbb{R}$ donc pour tout x de $\mathcal{D}_u$, $u(x)$ est dans $\mathcal{D}_{\cos}$.

$$\text{Donc } \mathcal{D}_{\cos \circ u} = \mathbb{R} \setminus \{-3\}.$$

– $\ln \circ v$:

$$\mathcal{D}_v = \mathbb{R}$$

$$\mathcal{D}_{\ln} =]0, +\infty[\text{ et } v(x) > 0 \iff x < 0$$

$$\text{donc } \mathcal{D}_{\ln \circ v} =]-\infty, 0[$$

Donc le numérateur est défini sur $] -\infty, -3[\cup] -3, 0[$

★ $\mathcal{D}_w = \mathbb{R}$

★ $w(x) = 0 \iff x^2 = 4 \iff x = 2$ ou $x = -2$

$$\text{Donc } \boxed{\mathcal{D}_n =]-\infty, -3[\cup]-3, -2[\cup]-2, 0[}$$