Égalités, inégalités, signes, valeur absolue.

☞ **Exercice basique à savoir refaire**
★ **Exercice un peu plus difficile, non indispensable**

☞ Exercice 1.

Déterminer l'ensemble des solutions de chacune des équations suivantes.

(a) $\dfrac{1}{2} - x = \dfrac{x}{4} + \dfrac{2}{3}$

(b) $(-5x-2)(1-5x) = 0$

(c) $(3x+4)^2 = 2(3x+4)(5x-1)$

(d) $2x - 1 = \dfrac{4}{x+3}$

(e) $\dfrac{-2x+4}{x^2-x-2} = 0$

☞ Exercice 2.

Construire le tableau des signes de chacune des fonctions suivantes :

$f(x) = (3x^2+1)(-2x+3)$

$g(x) = -3x + 4 - \dfrac{7}{x+2}$

$h(x) = \dfrac{-3x+5}{x^2-2x+1}$

$k(x) = e^x - 1$

$\ell(x) = x\ln(x) - x$

$m(x) = \dfrac{10x(-7x-1)}{-5x-8}$

☞ Exercice 3.

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations ci-dessous.

(a) $2x^2 - 5x \leqslant 3$

(b) $2(3x+4) > (3x+4)(5x-1)$

(c) $\dfrac{-6x-7}{-5x-2} \geqslant 0$

(d) $\dfrac{3}{2x+5} > \dfrac{2}{5x+2}$

Exercice 4.

La fonction f est définie sur $[-3;4]$ et le tableau de ses variations est donné ci-contre, et on précise que $f(2) = 0$.
Déterminer les ensembles des solutions des équations et inéquations :
(a) $f(x) = 1$ **(b)** $f(x) = 0$ **(c)** $f(x) < 0$ **(d)** $f(x) > 1$.

x	-3		0		4
$f(x)$	0	↘		↗	1
			-4		

Exercice 5.

Soit f une fonction définie sur $[0;10]$ dont le tableau des variations est le suivant :

x	0		2		5		10
$f(x)$		↗	3	↘		↗	-1
	0				-2		

1. En utilisant ce tableau, comparer si c'est possible :
(a) $f(3)$ et $f(4)$ **(b)** $f(1)$ et $f(3)$
(c) $f(6)$ et $f(9)$ **(d)** $f(1)$ et $f(8)$.

2. Donner le plus petit encadrement possible de $f(x)$ dans chacun des cas suivants :
(a) $0 \leqslant x \leqslant 2$ **(b)** $0 \leqslant x \leqslant 5$ **(c)** $0 \leqslant x \leqslant 10$.

Exercice 6.

Dans chacun des cas suivants, donner le meilleur encadrement possible.

1. encadrer x^2 lorsque $\frac{2}{3} < x \leqslant 3$

2. encadrer $2x^2$ lorsque $-5 \leqslant x \leqslant -\dfrac{1}{4}$

3. encadrer $3\sqrt{x^2+1}$ lorsque $-1 < x < 0$

4. encadrer $\dfrac{1}{x}$ lorsque $-3 \leqslant x \leqslant -\dfrac{1}{2}$

5. encadrer $\dfrac{-3}{x^2} + 7$ lorsque $4 < x \leqslant 8$

6. encadrer $\dfrac{1}{x^2}$ lorsque $-2 < x < -\frac{1}{3}$

☞ Exercice 7.

Résoudre : **(a)** $|2x-5| = 3$; **(b)** $|1-x| \leqslant 3$; **(c)** $|x+1| > 4$; **(d)** $|3x-4| < 1$.

★ Exercice 8.

Résoudre $|x| + |x+2| = 3$ et $|x-1| + |2x-1| = |x+1|$ et $|2x-4| \leqslant |x-1|$.