Devoir Maison du chapitre : 5.1. Magnétostatique

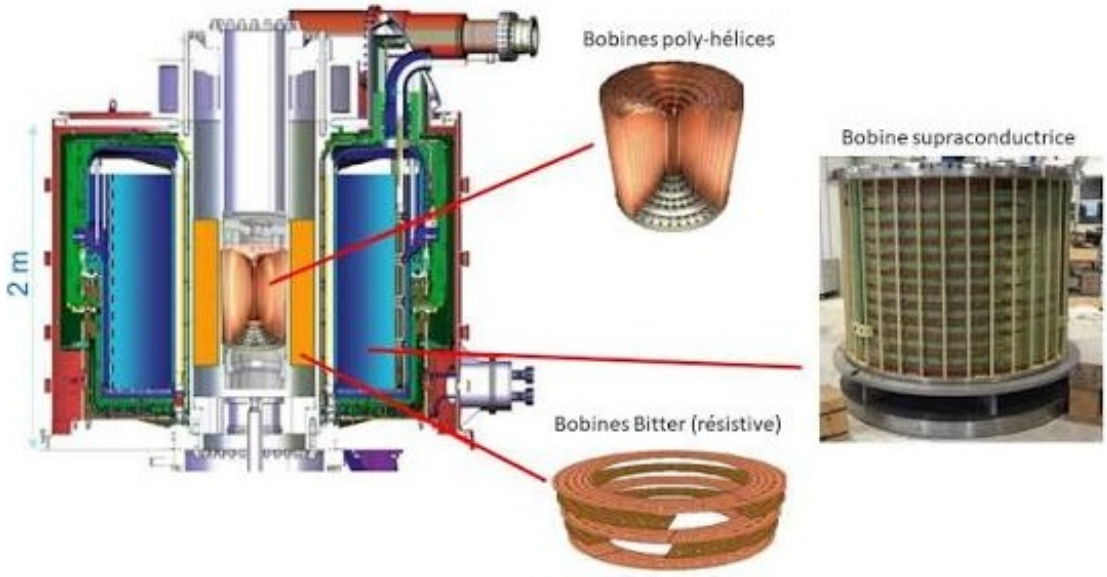
Partie : 5 Electromagnétisme

D'ici au 8 Janvier 2027
Conseil : faites-le dans la semaine qui suit la fin du chapitre

Création d'un champ permanent intense $\vec{B}$

La recherche fondamentale en physique du solide utilise entre autres des champs magnétique intense pour faire progresser le développement de matériaux utilisés dans les domaines de la fusion nucléaire, l'IRM, les batteries, les panneaux solaires ...

En 2024 à Grenoble l'électro-aimant hybride du LNCMI a créé un champ magnétique continu de 42 T pendant une dizaine de minutes dans un espace de 34 mm de diamètre.



Electro-aimant hybride du Laboratoire National des Champs Magnétique Intense de Grenoble - https://www.youtube.com/watch?v=Ofb0cEsHla4

Considérons comme système de base, un solénoïde « épais » (épaisseur $e = R_2 - R_1$) considéré comme la superposition de solénoïdes de longueur $L \gg R_2$ de même axe (Oz). Il est réalisé par un empilement jointif de spires de section carrée, de côté $a = 1,0$ mm, enroulées sur un cylindre de longueur $L = 4,0$ m, depuis un rayon $R_1 = 20$ cm jusqu'à un rayon $R_2 = 25$ cm. Les spires sont des fils de cuivre parcourus par un courant continu I_0 uniformément réparti, orienté dans le sens direct autour de (Oz). La situation est schématisée sur la figure ci-dessous. Les sections carrées sont dans les plans $(\vec{e}_r, \vec{e}_z)$ c'est-à-dire en positionnement radial.

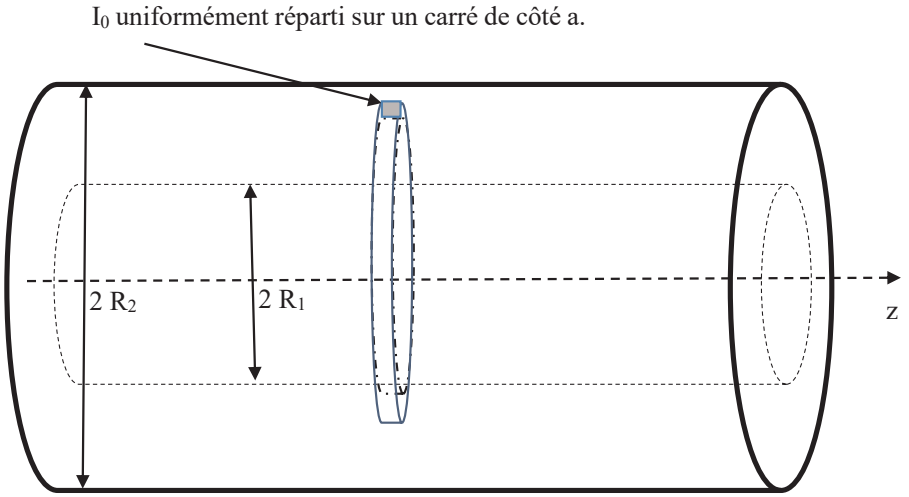


Figure – Solénoïde épais

1. (a) Modélisez la distribution de courant du solénoïde épais par une distribution de courant volumique et exprimez le vecteur densité de courant volumique associé.
   (b) Sous quelle(s) hypothèse(s) peut-on justifier que l'on modélise la distribution de courant comme infinie.
2. (a) Exploitez les symétries de la distribution de courant pour déterminer la direction du champ magnétostatique créé.
   (b) Exploitez les invariances de la distribution de courant pour déterminer les variables du champ magnétostatique crée.
3. (a) Choisissez en le justifiant un contour et appliquez le théorème d'Ampère afin de déterminer l'expression du champ magnétostatique dans tout l'espace. On supposera qu'il est nul en dehors du solénoïde.
   (b) Tracez la norme du champ magnétostatique $||\vec{B}||$
4. Quelle est l'intensité I_0 nécessaire pour engendrer un champ de 1 Tesla au centre du solénoïde ?
5. Numérotons les spires par deux nombres (j, k) telle que j indique le numéro de la spire dans le sens de la longueur et k indique le numéro de la spire empilé.
   (a) Calculez le flux $\Phi_{(j,k)}$ du champ magnétostatique à travers le disque formé par la spire (j, k).
   (b) En choisissant convenablement un tube de champ, montrez que l'expression de $\Phi_{(j,k)}$ vérifie le théorème de conservation du flux magnétostatique.
6. (a) Calculez les nombres (J, K) de spires empilés dans le sens de la longueur et radialement.
   (b) Calculez le flux total $\Phi = \sum_{j=1}^{J} \sum_{k=1}^{K} \Phi_{(j,k)}$ à travers tout le bobinage du solénoïde épais.

   Nous ferons l'approximation continue avec $a \ll e$ d'où $\Phi \approx \sum_{j=1}^{J} \int_0^K \Phi_{(j,x)} dx$ avec $x = k - 1$ une variable continue allant de 0 à K.
7. L'énergie magnétique emmagasinée dans le solénoïde est donnée par $E = \dfrac{\Phi \times I_0}{2}$, quelle est l'énergie E nécessaire pour engendrer un champ de 1 Tesla au centre du solénoïde ?