Chapitre : 5.1. Magnétostatique

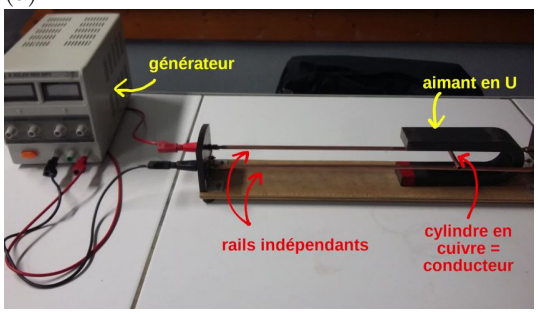
Partie : 5 Electromagnétisme

Mise en contexte

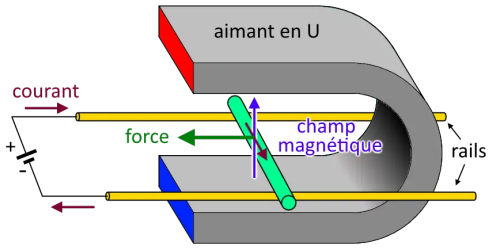
Le champ magnétique $\vec{B}$ qui n'est pas directement visible, donne pourtant lieu a des phénomènes largement exploités comme les forces électromotrices induites et les actions de Laplace sur les conducteurs.

Vous avez décrit ces phénomènes l'an dernier en TSI-1 en expliquant par exemple la mise en mouvement d'un cylindre conducteur sur des rails de Laplace et en expliquant le fonctionnement de base de moteurs électriques.

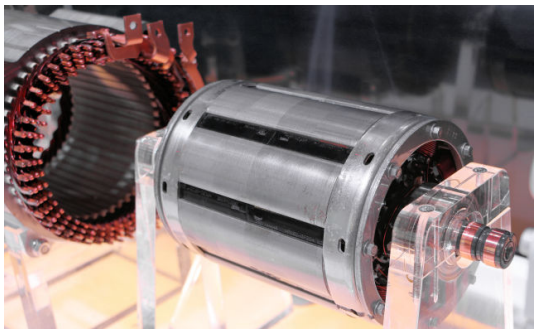
(a)



(b)



(c)

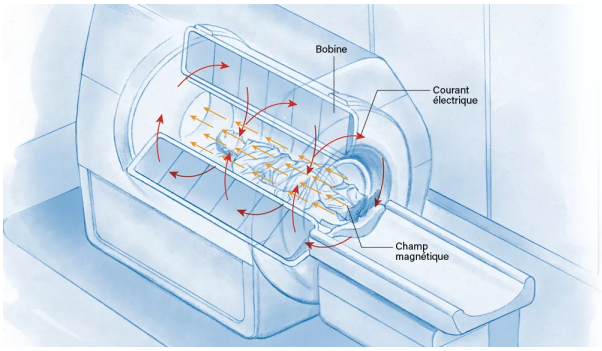


(d)



Exploitation de l'action d'un champ magnétique (a) Montage expérimental d'un rail de Laplace. (b) Schéma des différentes grandeurs expliquant l'apparition d'un force de Laplace dans le cas d'un rail de Laplace. (c) Photographie des bobinages d'un moteur électrique. (d) Schéma en vue éclatée d'un moteur électrique.

Une autre manifestation du champ magnétique est dans l'alignement des aiguilles d'une boussole ou de manière analogue des moments magnétiques atomiques dans une IRM. Pour ce dernier exemple la valeur et les variations du champ magnétique doivent être choisies précisément.
Nous étudierons alors dans ce chapitre comment déterminer le champ magnétique créé par un courant électrique. En se limitant au cas statique, on parlera de champ magnétostatique.

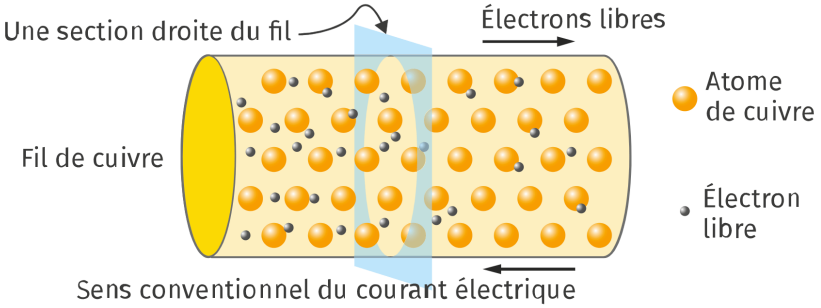


Bobine d'un IRM Schéma simplifié de la réalisation d'un champ magnétique dans une IRM.

1 Sources de champs magnétostatiques

1.1 Distribution de courant linéique

Le courant électrique associé à son intensité notée généralement i est une grandeur que vous avez déjà largement manipulé en électricité. Pour mesurer i dans un circuit vous avez ainsi utilisé des ampèremètres dont le principe de base consiste à compter la charge le traversant et de la diviser par la durée du décompte.



Courant électrique Schéma explicatif de la définition du courant électrique

Dans une approche plus microscopique, on justifie la présence d'un courant électrique par le déplacement de porteurs de charge (comme par exemple des électrons libres) allant d'atome en atome du fil électrique (comme par exemple des atomes de cuivre).

Définition 1 *Le courant électrique*

Le courant électrique est la charge δq qui traverse une section S d'un conducteur divisé par la durée $\mathrm{d}t$ de la traversée :

$$i = \frac{\delta q}{\mathrm{d}t}$$

Remarques 1 *Quel lien pouvez-vous faire entre le branchement en série d'un ampèremètre et la définition du courant électrique ? Quel signification donnez-vous à la notation δ dans $i = \dfrac{\delta q}{\mathrm{d}t}$?*

Définition 2 *Distribution de courant linéique*

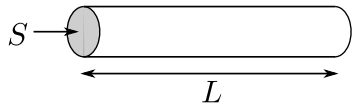
Si on néglige la section des conducteurs électriques, on obtient des fils et on appelle distribution de courant linéique, l'ensemble des fils parcourut par un courant électrique.



Remarques 2 *Dans une distribution de courant linéique, les fils sont-ils chargés ? Qu'en déduisez-vous d'un point de vue microscopique ?*

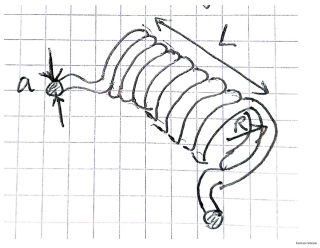
Applications 1 *Distribution de courant linéique*

Q1. Soit un fil rectiligne de forme cylindrique de longueur L et de section S,



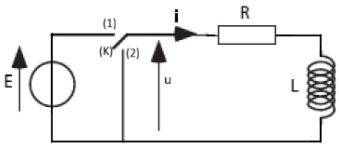
à quelle condition peut-on considérer que l'on a une distribution de courant linéique ?

Q2. Soit un fil de diamètre a enroulé sur un solénoïde de longueur L et de rayon R.



A quelle condition a-t-on une distribution de courant linéique ?

Q3. Soit le circuit suivant :



A l'instant $t = 0$ on bascule l'interrupteur de la position (1) à la position (2). Calculez $i(t)$ pour $t > 0$ puis la charge totale q qui aura traversé la bobine de $t = 0$ à $t = +\infty$.

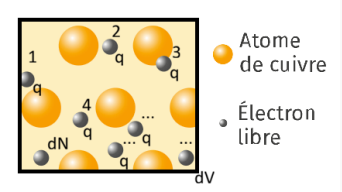
1.2 Distribution de courant volumique

Pour décrire ce qu'il se passe à l'intérieur d'un conducteur, nous allons définir de manière locale le courant électrique. Pour cela nous nous plaçons à une échelle mésoscopique en considérant un élément de volume $\mathrm{d}V$ du conducteur.

Définition 3 *Densité de porteur de charge et densité volumique de charge*

Soit un volume $\mathrm{d}V$ d'un conducteur électrique comportant un nombre $\mathrm{d}N$ de particules chargées mobiles, appelées porteurs de charge. Chaque particule a individuellement une charge q, la densité de porteur de charge n et la densité volumique de charge ρ se définissent alors par :

$$n = \frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}V} \text{ et } \rho = q \times n = q\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}V} = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}V}$$



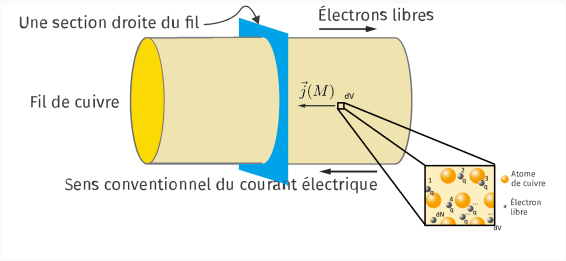
avec $\mathrm{d}Q$ la charge totale des porteurs de charge dans l'élément $\mathrm{d}V$. La densité volumique n a alors pour unité m^{-3} et la densité volumique de charge ρ a pour unité $C.m^{-3}$.

Pour définir le courant électrique de manière locale, en plus de la densité volumique de charge, il faut prendre en compte leur déplacement via leur vecteur vitesse moyenne $\vec{v}$.

Définition 4 *Vecteur densité de courant volumique*

On définit le vecteur densité de courant volumique, noté $\vec{j}(M)$, comme le champ vectoriel tel que :

$$\vec{j}(M) = \rho(M)\vec{v}(M)$$



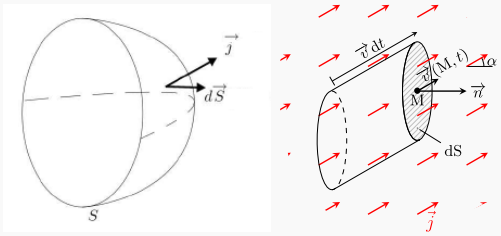
avec $\rho(M)$ la densité volumique de charge, au point M, due aux porteurs de charge et $\vec{v}(M)$ la vitesse moyenne des porteurs de charge au point M.

Remarques 3 *Quel est l'unité de la densité de courant volumique j ? D'où vient alors le terme "volumique" dans l'appellation de j ?*

Propriétés 1 *Lien intensité du courant et vecteur densité de courant volumique*

L'intensité du courant électrique se calcule à partir du vecteur densité de courant volumique, noté $\vec{j}(M)$, comme le flux suivant :

$$i = \iint_{M\in S} \vec{j}(M).\overrightarrow{\mathrm{d}S}$$



avec i le courant à travers la section S du conducteur et $\overrightarrow{\mathrm{d}S} = \mathrm{d}S \times \vec{n}$ le vecteur surface élémentaire de $\mathrm{d}S$ en M, où $\vec{n}$ est le vecteur unitaire normal à $\mathrm{d}S$ et dans le sens de fléchage du courant choisi.

Remarques 4 *Pourquoi parle-t-on de flux à propos du courant électrique i ?*

Propriétés 2 *Vecteur densité de courant volumique uniforme*

Si une densité de courant volumique est uniforme, $\vec{j}(M) = \overrightarrow{\text{cte}}$, alors, en choisissant une section plane S perpendiculaire à $\vec{j}$, on obtient $i = j \times S$

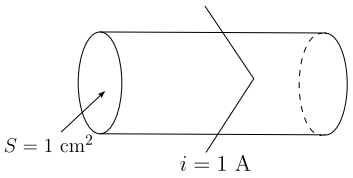
Définition 5 *Distribution de courant volumique*

On appelle distribution de courant volumique, notée $\mathcal{D}$, l'ensemble des vecteurs densité de courant volumique $\vec{j}(M)$ définit pout tout point $M \in V$ volume macroscopique des conducteurs :

$$\mathcal{D} = \left\{ \vec{j}(M) \text{ tel que } M \in V \right\}$$

Applications 2 *Distribution de courant volumique*

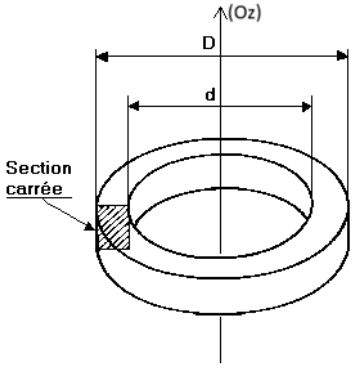
Q1. Soit un fil électrique de section droite S de 1 cm^2 et parcourut par un courant i de 1 A.



Évaluez la densité de courant volumique $j = ||\vec{j}||$.

Q2. Dans la situation précédente, on considère que les porteurs de charge sont uniquement des électrons libre de charge élémentaire $-e$ au nombre d'un électron libre par atome du conducteur.
Estimez alors en ordre de grandeur les densité des électrons libres n et densité volumique de charge des électrons libres ρ, puis en déduire la vitesse moyenne v des électrons libres dans un conducteur.

Q3. Soit une spire à section carré parcourue par un courant i et disposée dans un plan horizontal.



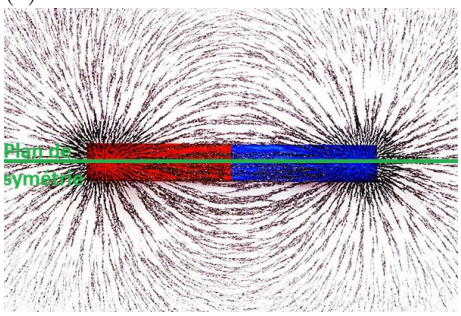
Déterminez le domaine sur lequel est définit la distribution de courant volumique ainsi que l'expression du vecteur densité volumique de courant $\vec{j}(M)$.

2 Cartes de champs magnétostatiques

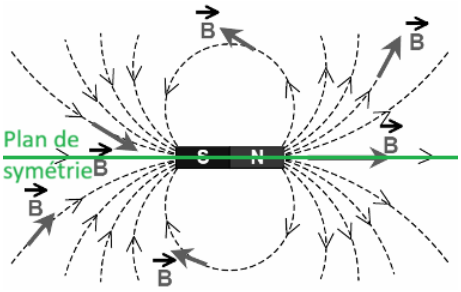
2.1 Exploitation des symétries

Lors de l'étude d'un champ magnétique, on détermine en premier lieu la direction du champ sans calcul. En effet l'identification de plans de symétrie permet de connaître la direction de $\vec{B}$.

(a)



(b)

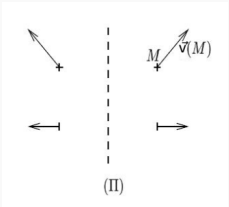


Plan de symétrie (a) Visualisation à l'aide de limaille de fer du champ magnétique d'un aimant droit. (b) Schéma des lignes de champ magnétiques et des vecteurs $\vec{B}(M)$ engendrées par un aimant droit.

Remarques 5 *Pourquoi le plan médiant d'un aimant droit* ***n'est pas*** *un plan de symétrie du champ $\vec{B}$? Que pouvez-vous dire des vecteurs $\vec{B}$ au niveau du plan de symétrie ? Qu'en déduisez-vous du plan de la feuille ?*

Définition 6 *Plan de symétrie d'un champ vectoriel*

Un champ vectoriel $\vec{v}(M)$ admet un plan de symétrie Π, si pour tout points M et M' symétriques par rapport à Π, $\vec{v}(M)$ et $\vec{v}(M')$ sont symétriques par rapport à Π.

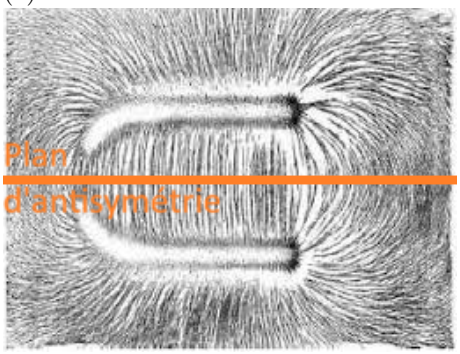


Propriétés 3 *Vecteur pris en un point d'un plan de symétrie*

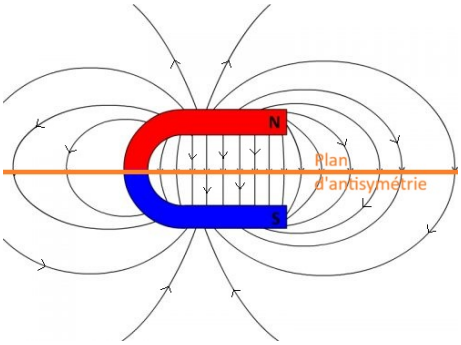
Soit Π un plan de symétrie du champ vectoriel $\vec{v}$,

$$M \in \Pi \Rightarrow \vec{v}(M) \;//\; \Pi$$

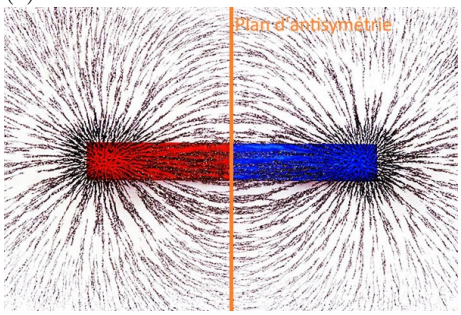
(a)



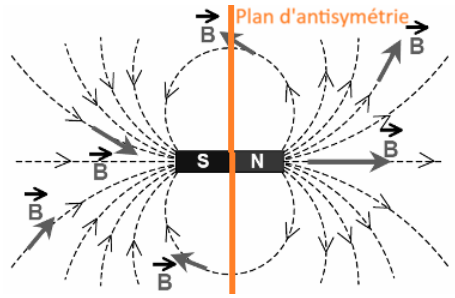
(b)



(c)



(d)

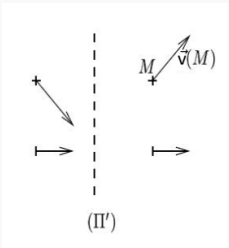


Plan d'antisymétrie (a) Visualisation à l'aide de limaille de fer du champ magnétique d'un aimant en U. (b) Schéma des lignes de champ magnétiques engendrées par un aimant en U. (c) Visualisation à l'aide de limaille de fer du champ magnétique d'un aimant droit. (d) Schéma des lignes de champ magnétiques et des vecteurs $\vec{B}(M)$ engendrées par un aimant droit.

Remarques 6 *Que pouvez-vous dire des vecteurs $\vec{B}$ au niveau du plan d'antisymétrie ? Comment alors distinguer les plans de symétrie et d'antisymétrie avec seulement la limaille de fer ?*

Définition 7 *Plan d' antisymétrie d'un champ vectoriel*

Un champ vectoriel $\vec{v}(M)$ admet un plan d'antisymétrie Π^*, si pour tout points M et M' symétriques par rapport à Π^*, $\vec{v}(M)$ et $-\vec{v}(M')$ sont symétriques par rapport à Π^*.



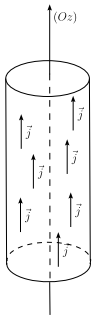
Propriétés 4 *Vecteur pris en un point d'un plan d'antisymétrie*

Soit Π^* un plan d'antisymétrie du champ vectoriel $\vec{v}$,

$$M \in \Pi^* \Rightarrow \vec{v}(M) \perp \Pi^*$$

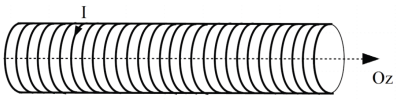
Applications 3 *Plans de symétrie et d'anti-symétrie*

Q1. Soit un fil infini d'axe (Oz) de section non nulle et parcouru par une densité de courant $\vec{j} = j\vec{e}_z$ unfiorme à l'intérieur du fil.



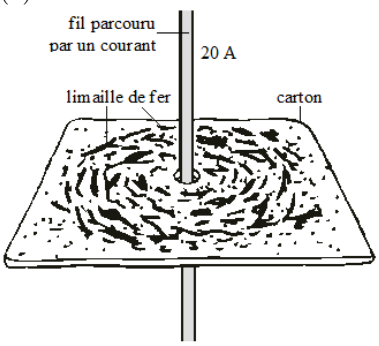
Déterminez les plans de symétrie et d'anti-symétrie de la distribution de courant volumique.

Q2. Soit un solénoïde infini d'axe (Oz) et constitué de spires circulaires parcourue par un courant i.

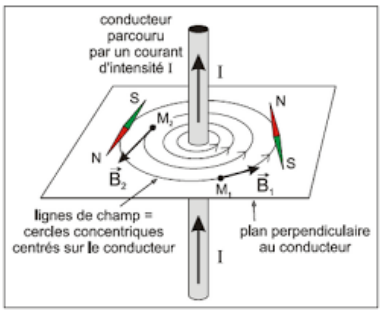


Déterminez les plans de symétrie et d'anti-symétrie de la distribution de courant linéique.

(a)



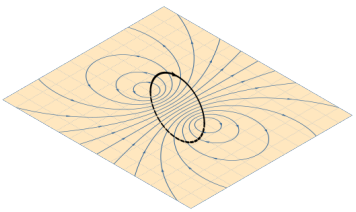
(b)



(c)



(d)



Relation symétrie/antisymétrie entre courant i et champ $\vec{B}$ (a) Schéma de la visualisation à l'aide de limaille de fer du champ magnétique d'un fil rectiligne. (b) Schéma des lignes de champ magnétiques engendrées par un fil rectiligne. (c) Schéma de la visualisation à l'aide de limaille de fer du champ magnétique d'une spire. (d) Schéma des lignes de champ magnétiques engendrées par une spire.

Remarques 7 *Quels sont les plans de symétrie et d'antisymétrie de la distribution de courant, puis du champ magnétique, dans les cas du fil rectiligne et de la spire ? Quelle correspondance remarquez-vous ?*

Propriétés 5 *Principe de Curie (symétrie)*

Soit une distribution de courant volumique $\vec{j}(M)$ source d'un champ magnétique $\vec{B}(M)$,

- Si P_1 est un plan de symétrie de la distribution de courant volumique $\vec{j}(M)$, alors P_1 est un plan d'antisymétrie du champ magnétostatique $\vec{B}(M)$.
- Si P_2 est un plan d'antisymétrie de la distribution de courant volumique $\vec{j}(M)$, alors P_2 est un plan de symétrie du champ magnétostatique $\vec{B}(M)$.

(admise)

Propriétés 6 *Exploitation du principe de Curie (symétrie)*

Soit une distribution de courant volumique $\vec{j}(M)$ source d'un champ magnétique $\vec{B}(M)$,

- Si Π est un plan de symétrie de la distribution de courant volumique $\vec{j}(M)$, alors pour tout $M \in \Pi$ le champ $\vec{B}(M) \perp \Pi$.
- Si Π^* est un plan d'antisymétrie de la distribution de courant volumique $\vec{j}(M)$, alors pour tout $M \in \Pi^*$ le champ $\vec{B}(M) \,//\, \Pi^*$.

Applications 4 *Exploitation des propriétés de symétrie*

En étudiant les propriétés de symétrie déterminez la direction en tout point M du champ $\vec{B}(M)$ dans les situations :

Q1 d'un fil infini de section non nulle d'axe (Oz)

Q2 d'un solénoïde infini d'axe (Oz)

2.2 Exploitation des invariances

On détermine ensuite les variables dont dépend le champ sans calcul non plus. En effet l'identification des invariances du système permet de connaître les variables de $\vec{B} = B(M)\vec{n}$.



Solénoïde droit infini Montage photographique représentant une bobine constitué d'une succession infinie de spire circulaire et observation de l'arrangement d'une limaille de fer à l'intérieur.

Remarques 8 *Quels déplacements pouvez-vous faire à un solénoïde infini qui le laissent inchangé ? Ces déplacements affectent-ils le champ magnétique engendré par le solénoïde ?*

Définition 8 *Invariance par translation*

Une distribution de courant volumique $\mathcal{D}$ est invariante par translation selon un vecteur $\vec{u}$, si toutes translations de $\mathcal{D}$ selon $\vec{u}$ est identique à $\mathcal{D}$.

Définition 9 *Invariance par rotation*

Une distribution de courant volumique $\mathcal{D}$ est invariante par rotation d'axe (O,$\vec{u}$) et d'angle θ, si toutes rotation de $\mathcal{D}$ autour de (O,$\vec{u}$) et d'angle θ quelconque est identique à $\mathcal{D}$.

Propriétés 7 *Principe de Curie (invariance)*

Soit une distribution de courant volumique $\vec{j}(M)$ source d'un champ magnétique $\vec{B}(M)$,

- Si la distribution de courant volumique $\vec{j}(M)$ est invariante par translation selon $\vec{u}$, alors le champ magnétostatique $\vec{B}(M)$ est invariante par translation selon $\vec{u}$.
- Si la distribution de courant volumique $\vec{j}(M)$ est invariante par rotation d'axe (O,$\vec{u}$) et d'angle θ, alors le champ magnétostatique $\vec{B}(M)$ est invariant par rotation d'axe (O,$\vec{u}$) et d'angle θ.

(admise)

Remarques 9 *Soit des coordonnées cartésiennes (u, v, w), quelle conséquence sur l'écriture de la distribution $\vec{j}(u, v, w)$ et du champ $\vec{B}(u, v, w)$ aura une invariance par translation selon $\vec{u}$?*

Soit des coordonnées cylindriques (r, θ, u), quelle conséquence sur l'écriture de la distribution $\vec{j}(r, \theta, u)$ et du champ $\vec{B}(r, \theta, u)$ aura une invariance par rotation d'axe $(O, \vec{u})$ et d'angle θ ?

Applications 5 *Exploitation des propriétés d'invariance*

En étudiant les propriétés d'invariance déterminez les variables dont dépend la valeur du champ magnétostatique dans les situations :

Q1. d'un fil infini de section non nulle d'axe (Oz) où $\vec{B}(M) = B(M)\vec{e}_\theta$

Q2. d'un solénoïde infini d'axe (Oz) où $\vec{B}(M) = B(M)\vec{e}_z$

2.3 Orientation des lignes de champ

Définition 10 *Ligne de champs*

Une ligne de champs, $\mathcal{L}$, est une courbe orientée telle qu'en chaque point M de la courbe, le champ vectoriel $\vec{v}(M)$ est tangent à $\mathcal{L}$ et de même sens que $\mathcal{L}$.

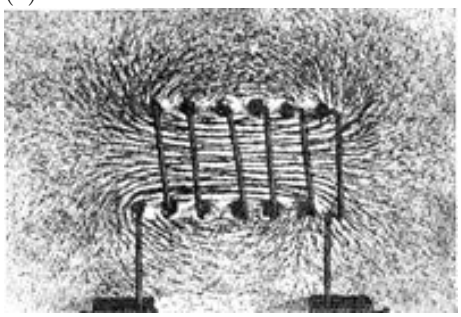
Remarques 10 *Quel schéma peut illustrer la définition d'une ligne de champ ? Que pouvez-vous dire du champ magnétique au croisement de deux lignes de champs ?*

Définition 11 *Carte de champs*

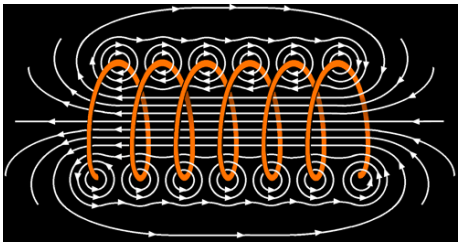
On appelle carte de champs, l'ensemble des lignes de champs.

Remarques 11 *Comment expérimentalement peut-on visualiser une carte de champ magnétique ?*

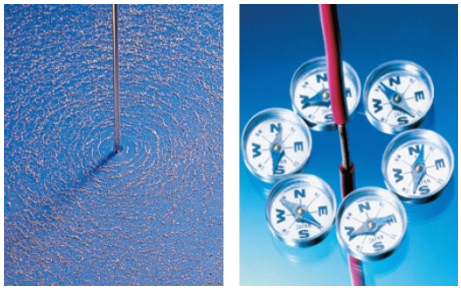
(a)



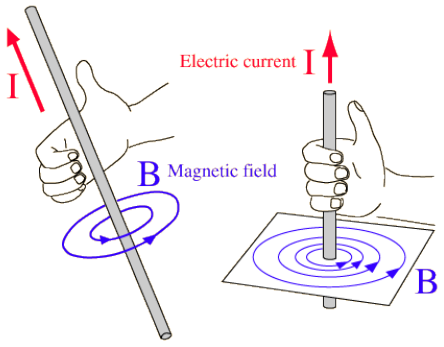
(b)



(c)



(d)



Orientation du champ magnétique par rapport au courant électrique (a) Visualisation à l'aide de limaille de fer du champ magnétique d'un solénoïde fini de 6 spires. (b) Schéma des lignes de champ magnétiques engendrées par ce solénoïde. (c) Visualisation à l'aide de limaille de fer et de boussole du champ magnétique d'un fil rectiligne. (d) Schéma associé à la règle de la main droite sur ce fil rectiligne.

Propriétés 8 *Règle de la main droite*

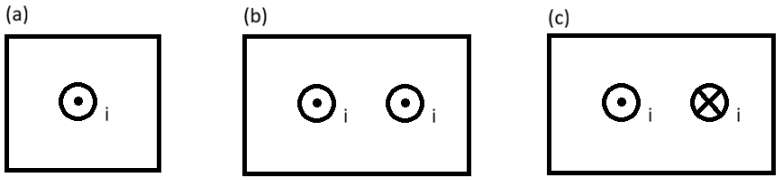
Les lignes de champs magnétostatique s'enroulent dans le sens direct autour des courants électriques comme les doigts de la main droite s'enroulent autour du pouce.

(admise)

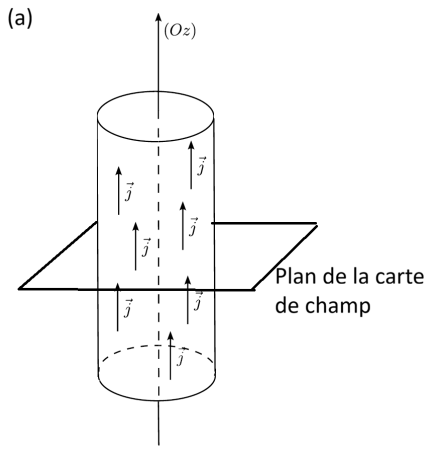
Remarques 12 *Pourquoi précise-t-on "main droite" dans la règle de l'orientation des lignes de champs ? Quelle autre convention utilise aussi la "main droite" et intervient pour quelle force magnétique ?*

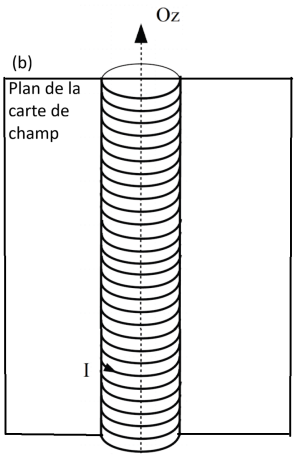
Applications 6 *Cartes de champs*

Q1. Repérez les plans de symétrie et d'anti-symétrie puis tracez à l'aide de la règle de la main droite les cartes de champs correspondant aux distributions de courant suivantes :



Q2. Pour un fil infini de section non nulle et un solénoïde infini tracez les cartes de champs correspondantes :





2.4 Conservation du flux magnétique

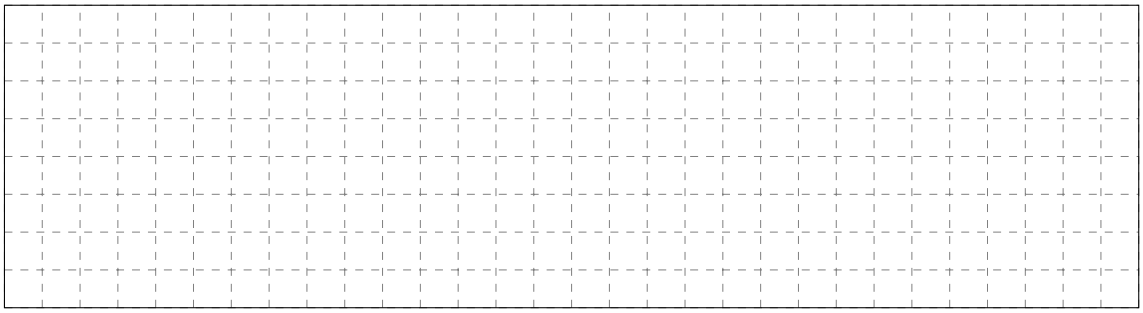
Définition 12 *Flux du champ magnétostatique*

Le flux du champ magnétostatique $\Phi_S(\vec{B})$ à travers une surface S est définit par l'expression :

$$\Phi_S(\vec{B}) = \iint_{M\in S} \vec{B}(M).\overrightarrow{\mathrm{d}S}$$

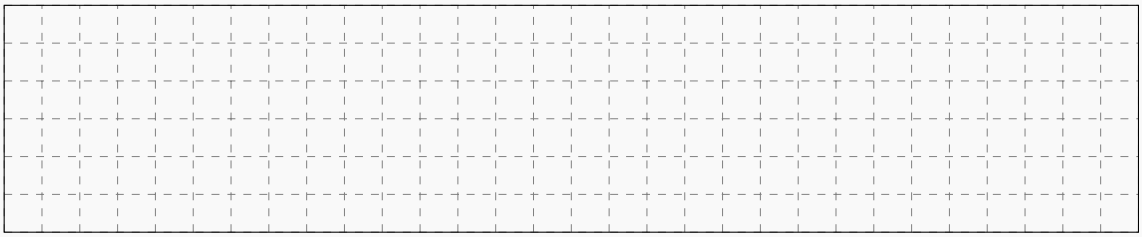
avec $\overrightarrow{\mathrm{d}S}$ le vecteur surface élémentaire de $\mathrm{d}S$ au point M.

Remarques 13 *Quel schéma permet d'illustrer la définition du flux magnétostatique ? Comment définir la direction de $\overrightarrow{\mathrm{d}S}$? Et comment définir le sens de $\overrightarrow{\mathrm{d}S}$ par rapport au contour de la surface S ?*



Propriétés 9 *Cas particulier du flux d'un champ magnétique*

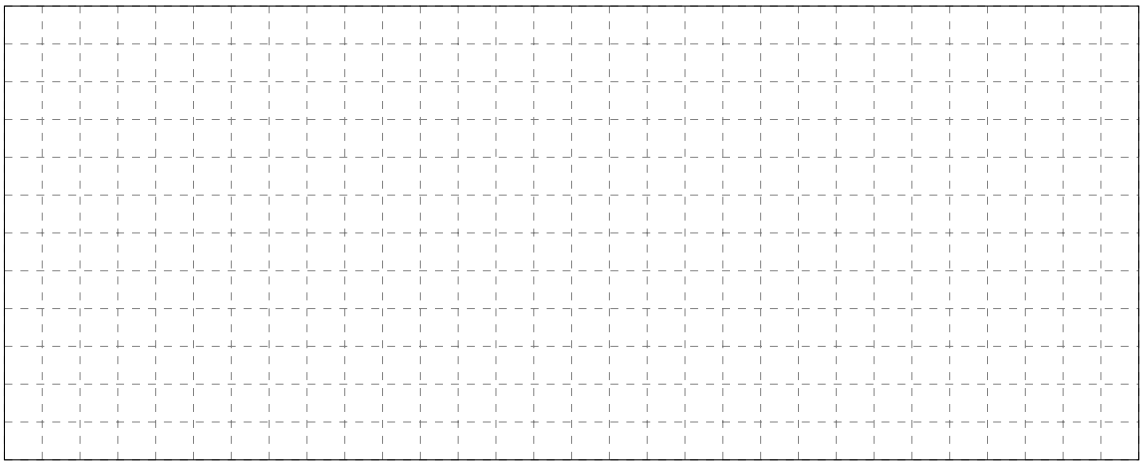
- Si $\vec{B}$ est uniforme sur S et perpendiculaire à S, alors $\Phi_S(\vec{B}) = B \times S$
- Si $\vec{B}$ est tangent à S en tout point de la surface, alors $\Phi_S(\vec{B}) = 0$



Définition 13 *Surface fermée*

Une surface est fermée si elle définit un volume intérieur.

Remarques 14 *Donnez des exemples schématisé de surface fermée et ouverte. Pour une surface fermée, comment peut-on définir l'orientation des vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{d}S}$ intervenant dans l'expression du flux ?*



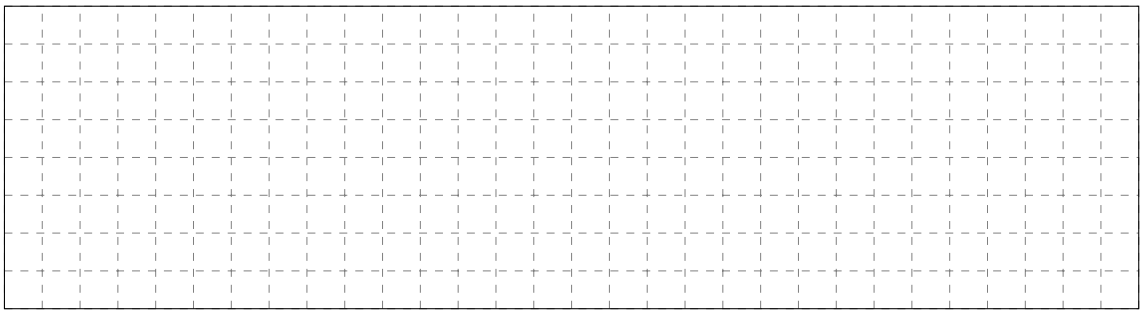
Propriétés 10 *Théorème de conservation du flux magnétostatique*

Pour toutes surfaces S fermées,

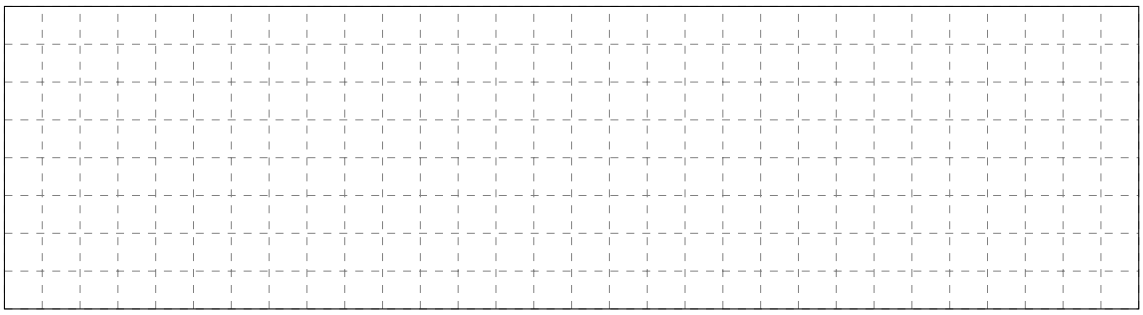
$$\Phi_S(\vec{B}) = \oiint_{M\in S} \vec{B}(M).\overrightarrow{\mathrm{d}S}^{\mathrm{ext}} = 0$$

(admise)

Remarques 15 *Comment appelle-t-on la propriété équivalente pour une distribution de courant ? Pourquoi peut-on choisir une section de fil quelconque pour calculer le courant qui le traverse ?*



Remarques 16 *Pourquoi le flux du champ magnétique à travers deux surfaces ouvertes ayant le même contour est identique ? Quel lien y-a-t-il entre la conservation du flux magnétostatique et la forme de boucle des lignes de champ magnétique ?*

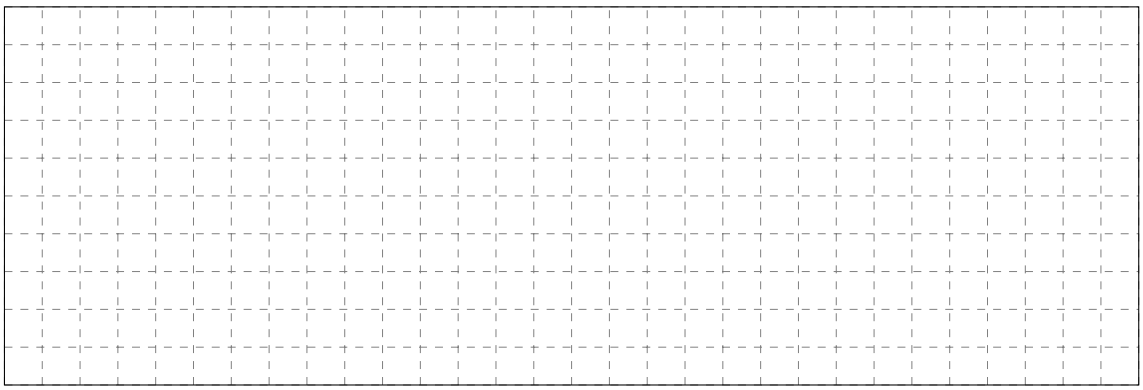


Définition 14 *Tube de champ*

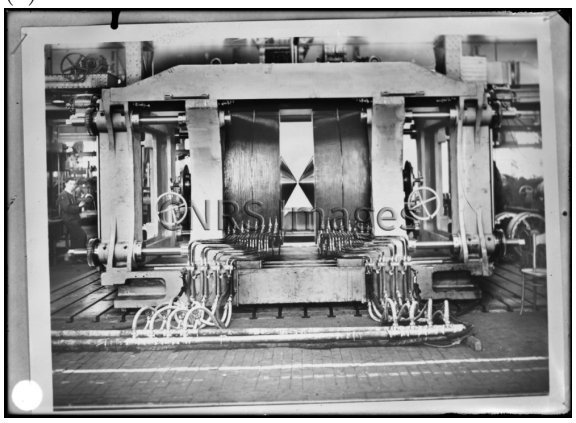
Un tube de champ est une surface fermée constituée :

- d'une surface latérale faite de lignes de champs
- de deux surfaces aux extrémités perpendiculaires en tous points au champ magnétostatique.

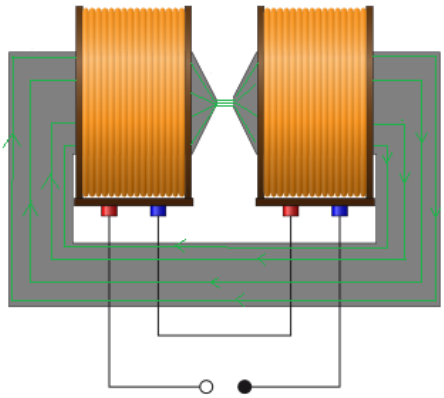
Remarques 17 *Schématisez un tube de champ. Quelle simplification apporte la définition d'un tube de champ pour le calcul du flux ?*



(a)



(b)



Principe d'un électroaimant à champ magnétique intense (a) Photographie d'un grand électraimant. (b) Schéma des éléments d'un électroaimant : bobines, noyau, entrefer, branchements électriques ; et les lignes de champ magnétique créée.

Remarques 18 *Dans la fabrication d'un électroaimant, comment doivent être orientées les spires des deux bobines ? Pourquoi les bobines sont en série ? Quel lien remarquez-vous entre les lignes de champ et la zone de champ intense utilisée ?*

Propriétés 11 *Augmentation du champ magnétique avec le ressèrement des lignes de champ*

Soit un tube de champ suffisamment étroit pour que le champ magnétostatique soit uniforme sur les surfaces aux extrémités, on appelle S_1 et S_2 les surfaces aux extrémités et B_1, B_2 les normes de champ magnétique sur ces surfaces, alors :

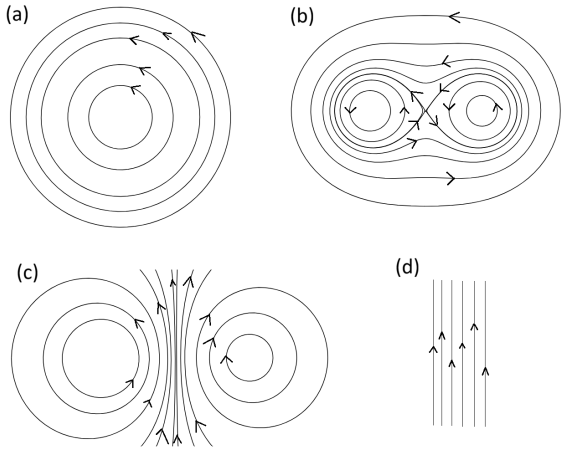
$$B_1 \times S_1 = B_2 \times S_2$$

on dit que le flux se conserve le long d'un tube de champ et on en déduit que si les lignes de champ se resserrent ($S_2 < S_1$) alors le champ est plus intense ($B_2 > B_1$).

Remarques 19 *Comment justifier du terme "conservation" dans le théorème indiquant que le flux sur une surface fermée est nul : $\Phi_S(\vec{B}) = \oiint_{M\in S} \vec{B}(M).\overrightarrow{\mathrm{d}S}^{\mathrm{ext}} = 0$?*

Applications 7 *Conservation du flux magnétique*

Q1 Repérez sur les cartes de champs les zones de champ faible, uniforme et intense :



3 Calculs de champs magnétostatiques dans des cas à haut degré de symétrie

3.1 Théorème d'Ampère

Définition 15 *Chemin*

Un chemin de A à B est une courbe reliant les points A et B orientée de A vers B.

Remarques 20 *Schématisez un chemin. Combien y-a-t-il de chemin relient deux points A et B ?*

Définition 16 *Vecteur déplacement élémentaire*

Le vecteur déplacement élémentaire $\overrightarrow{\mathrm{d}l}$ est un vecteur élémentaire entre deux points M et M' infiniment proches appartenant au chemin l et dans le sens de l.

Remarques 21 *Schématisez un vecteur déplacement élémentaire. Que donne l'intégrale des $\mathrm{d}l = ||\overrightarrow{\mathrm{d}l}||$ et celle des $\overrightarrow{\mathrm{d}l}$ sur un chemin allant de A à B ? Que pouvez-vous dire du vecteur $\overrightarrow{\mathrm{d}l}$ comparé au chemin l ?*

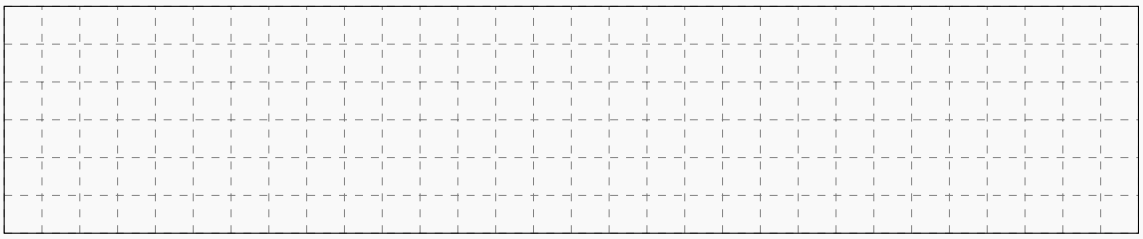
Définition 17 *Circulation*

La circulation du champ magnétostatique $\mathcal{C}_{A\to B}(\vec{B})$ le long d'un chemin l est défini par :

$$\mathcal{C}_{A\to B}(\vec{B}) = \int_{A\to B} \vec{B}(M).\overrightarrow{\mathrm{d}l}$$

Propriétés 12 *Cas particulier de la circulation d'un champ vectoriel*

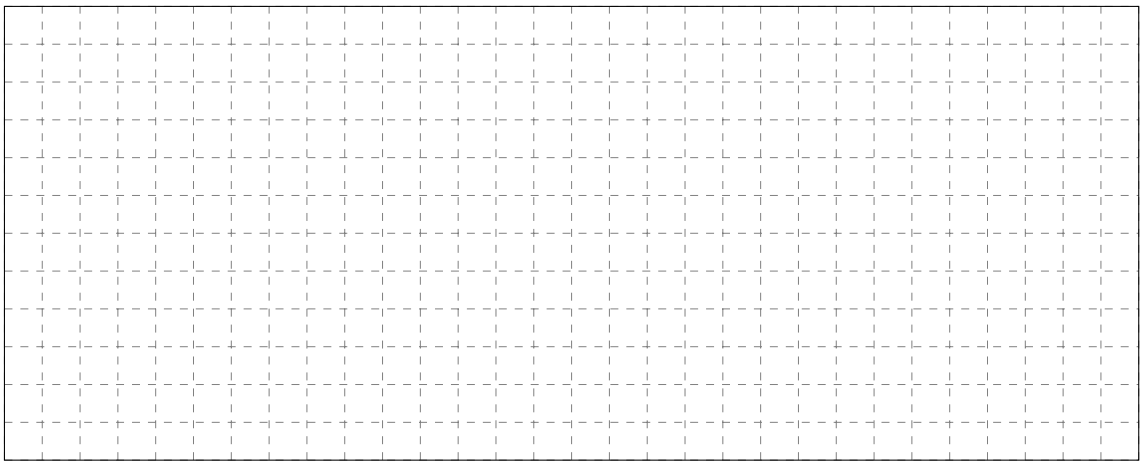
- Si pour tout point M du chemin l de A à B, $\vec{B}(M) \perp l$, alors la circulation est nulle $\mathcal{C}_{A\to B}(\vec{B}) = 0$.
- Si pour tout point M du chemin l de A à B, $\vec{B}(M)$ est tangent à l et de norme constante, alors la circulation est $\mathcal{C}_{A\to B}(\vec{B}) = B \times l_{AB}$.



Définition 18 *Chemin fermé (ou contour)*

Un chemin est dit fermé lorsqu'il définit le contour d'une surface ouverte et orientée.

Remarques 22 *Illustrez par des schémas des chemins fermés et ouverts. Comment noter la circulation sur un contour ? Que pouvez-vous dire des points de départ et d'arriver d'un chemin fermé ? Y-a-t-il besoin de les préciser sur la circulation ? Combien a-t-on de surface ouverte ayant un même contour ? Comment sont-elles orientées ?*



Propriétés 13 *Théorème d'Ampère*

Soit l un contour (c'est-à-dire un chemin fermé) orienté, pour toutes surfaces S ouvertes s'appuyant sur le contour l et orientées par l :

$$\mathcal{C}_l(\vec{B}) = \oint_{M\in l} \vec{B}(M).\overrightarrow{\mathrm{d}l} = \mu_0 I_{\text{enlacé}}$$

avec μ_0 une constante appelée perméabilité du vide

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{H.m^{-1}}$$

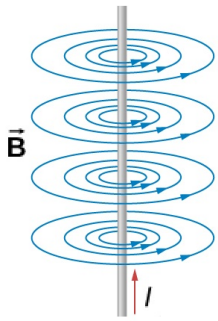
et $I_{\text{enlacé}}$ est le courant traversant S.

(admis)

Remarques 23 *Pour une distribution filiforme comment exprimer $I_{\text{enlacé}}$ en fonction des courants i_1, i_2, ... parcourant chaque fils ? Pour une distribution volumique comment exprimer $I_{\text{enlacé}}$ en fonction des vecteurs densités de courant $\vec{j}$? Pourquoi le courant $I_{\text{enlacé}}$ ne dépend pas du choix de S du moment que la surface ouverte repose sur le contour l ? Comment choisir S et l pour simplifier l'application du théorème d'Ampère ?*

Applications 8 *Théorème d'Ampère*

Soit un fil infini d'axe (Oz) parcouru par un courant i dont on a établit la carte de champ suivante :



$\vec{B} = B(r)\vec{e}_\theta$ en exploitant les symétries et les invariances.

Q1. Choisir le contour l et la surface S à partir de la carte de champ en vu d'appliquer simplement le théorème d'Ampère.

Q2. Appliquez le théorème d'Ampère pour déterminer l'expression de $B(r)$.

3.2 Modèles de distribution infinie

Propriétés 14 *Champ magnétique engendré par un courant parcourant un fil infini rectiligne de section finie*

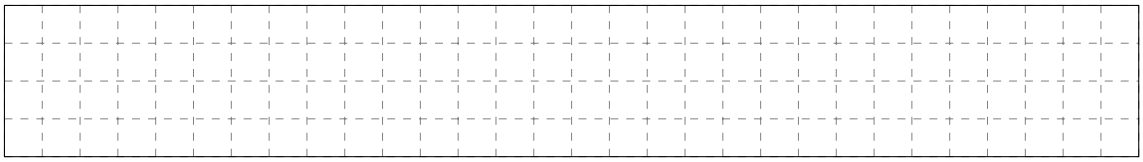
Soit un fil rectiligne infini de rayon R parcouru par un courant I correspondant à une distribution uniforme $\vec{j}$,
le champ magnétique $\vec{B}$ engendré par ce fil est dans un système de coordonnée cylindrique de même axe (Oz) que le fil et orienté dans le même sens que I :

- à l'intérieur du fil, $\vec{B} = \dfrac{\mu_0 j r}{2}\vec{e}_\theta$ avec $r < R$
- à l'extérieur du fil, $\vec{B} = \dfrac{\mu_0 j R^2}{2r}\vec{e}_\theta = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}\vec{e}_\theta$ avec $r > R$

Propriétés 14 *Champ magnétique engendré par un courant parcourant un fil infini rectiligne de section finie (suite)*



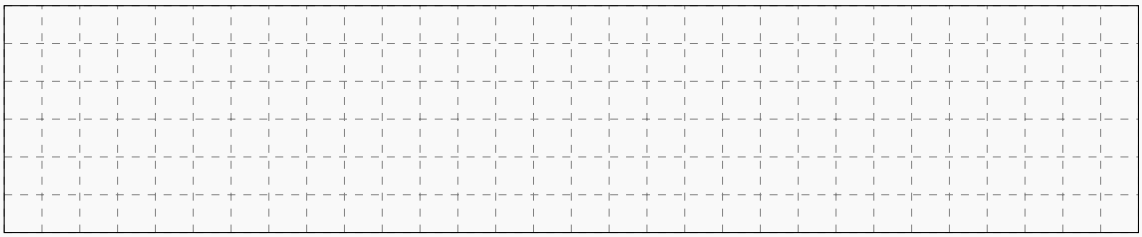
Remarques 24 *A l'extérieur du fil, que pouvez-vous dire de l'influence de la section du fil sur le champ magnétique ?*



Propriétés 15 *Champ magnétique engendré par un courant parcourant un solénoïde droit infini*

Soit un solénoïde droit infini composé d'une densité de n spire par mètre. Les spires sont circulaires de rayon R et parcourues par un courant i.
Le champ magnétique $\vec{B}$ engendré par ce solénoïde est dans un système de coordonnée cylindrique de même axe (Oz) que le solénoïde et orienté dans le sens direct par i :

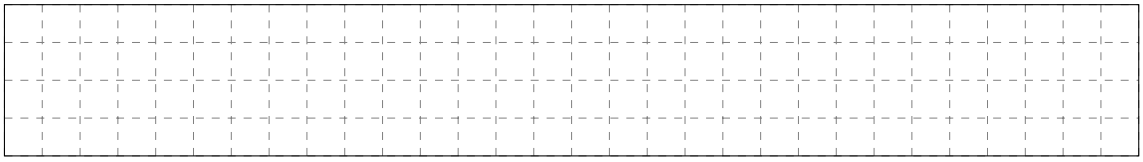
- à l'intérieur du solénoïde, $\vec{B} = \mu_0 ni\vec{e}_z$ avec $r < R$
- à l'extérieur du solénoïde, $\vec{B} = \vec{0}$ avec $r > R$



Propriétés 15 *Champ magnétique engendré par un courant parcourant un solénoïde droit infini (suite)*



Remarques 25 *A l'intérieur du solénoïde, que pouvez-vous dire du champ magnétique ? Est-ce cohérent avec la carte de champ correspondante ?*



Vers les concours

- Modéliser un courant électrique par une distribution de courant filiforme ou volumique
- Exploiter les symétries et invariances d'une distribution de courant pour prévoir les propriétés du champ magnétique qu'elle engendre
- Prévoir et tracer une carte de champ à partir d'une distribution de courant
- Exploiter la conservation du flux du champ magnétostatique
- Suivre une démarche approprée pour appliquer le théorème d'Ampère à des situations présentant un haut degré de symétrie