Devoir Maison n°8
pour Mardi 10 novembre, 8h

La présentation et la rédaction devront être soignées.
Les exercices ou questions avec ★ sont facultatifs.

Exercice 1.

Les applications suivantes sont-elles injectives ? surjectives ?

$$f : \begin{array}{ccc} \mathbb{N} & \to & \mathbb{N} \\ n & \mapsto & n^2 \end{array} \qquad h : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R}^2 \\ x & \mapsto & (x, 2x) \end{array} \qquad i : \begin{array}{ccc} \mathbb{Z}^2 & \to & \mathbb{Z} \\ (x;y) & \mapsto & 2x-y \end{array}$$

Exercice 2.

On définit $g : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}\backslash\{3\} & \to & \mathbb{R}\backslash\{-1\} \\ x & \mapsto & \dfrac{x+2}{3-x} \end{array}$.
Montrer que l'application g est une bijection et déterminer son application réciproque.

Exercice 3.

On note $f(x) = e^{\frac{1}{x-3}}$.
Déterminer l'ensemble de définition et de dérivabilité de f, et construire son tableau de variations complet, avec limites aux bords de l'ensemble de définition.

Exercice 4. (à partir de vendredi)

Pour chacune des fonctions suivantes :
⋆ déterminer les limites en $-\infty$ et en $+\infty$
⋆ étudier la limite en $\frac{1}{3}$ en distinguant si besoin $\frac{1}{3}^+$ et $\frac{1}{3}^-$
⋆ donner les asymptotes éventuelles (phrases précises).

$$f(x) = \frac{2x+1}{3x-1} \qquad g(x) = \frac{x^2-1}{(3x-1)^2} \qquad h(x) = \frac{3x^2-7x+2}{3x-1}$$

★ Exercice 5.

Soient E et F deux ensembles, et f une application de E dans F.
A est une une partie de E et B une partie de F.

1. Montrer que $A \subset f^{-1}(f(A))$ et $f(f^{-1}(B)) \subset B$.
   (*pour plus de clarté dans la rédaction, on pourra noter* $A' = f(A)$ *et* $B' = f^{-1}(B)$)
2. Montrer que si f est injective, alors $f^{-1}(f(A)) \subset A$.
3. Montrer que si f est surjective, alors $B \subset f(f^{-1}(B))$.

TSI 2.1 *lycée Monge* 2026-2027 DM n°8

Devoir Maison n°8
pour Mardi 10 novembre, 8h

La présentation et la rédaction devront être soignées.
Les exercices ou questions avec ★ sont facultatifs.

Exercice 1.

Les applications suivantes sont-elles injectives ? surjectives ?

$$f : \begin{array}{ccc} \mathbb{N} & \to & \mathbb{N} \\ n & \mapsto & n^2 \end{array} \qquad h : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R}^2 \\ x & \mapsto & (x, 2x) \end{array} \qquad i : \begin{array}{ccc} \mathbb{Z}^2 & \to & \mathbb{Z} \\ (x;y) & \mapsto & 2x-y \end{array}$$

Exercice 2.

On définit $g : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}\backslash\{3\} & \to & \mathbb{R}\backslash\{-1\} \\ x & \mapsto & \dfrac{x+2}{3-x} \end{array}$.
Montrer que l'application g est une bijection et déterminer son application réciproque.

Exercice 3.

On note $f(x) = e^{\frac{1}{x-3}}$.
Déterminer l'ensemble de définition et de dérivabilité de f, et construire son tableau de variations complet, avec limites aux bords de l'ensemble de définition.

Exercice 4. (à partir de vendredi)

Pour chacune des fonctions suivantes :
⋆ déterminer les limites en $-\infty$ et en $+\infty$
⋆ étudier la limite en $\frac{1}{3}$ en distinguant si besoin $\frac{1}{3}^+$ et $\frac{1}{3}^-$
⋆ donner les asymptotes éventuelles (phrases précises).

$$f(x) = \frac{2x+1}{3x-1} \qquad g(x) = \frac{x^2-1}{(3x-1)^2} \qquad h(x) = \frac{3x^2-7x+2}{3x-1}$$

★ Exercice 5.

Soient E et F deux ensembles, et f une application de E dans F.
A est une une partie de E et B une partie de F.

1. Montrer que $A \subset f^{-1}(f(A))$ et $f(f^{-1}(B)) \subset B$.
   (*pour plus de clarté dans la rédaction, on pourra noter* $A' = f(A)$ *et* $B' = f^{-1}(B)$)
2. Montrer que si f est injective, alors $f^{-1}(f(A)) \subset A$.
3. Montrer que si f est surjective, alors $B \subset f(f^{-1}(B))$.

Devoir Maison n°8

pour Mardi 10 novembre, 8h

Version « moins mais très bien ».

La présentation et la rédaction devront être soignées.

Exercice 1.

Les applications suivantes sont-elles injectives ? surjectives ?

$$f : \begin{array}{ccc} \mathbb{N} & \to & \mathbb{N} \\ n & \mapsto & n^2 \end{array} \qquad i : \begin{array}{ccc} \mathbb{Z}^2 & \to & \mathbb{Z} \\ (x;y) & \mapsto & 2x-y \end{array}$$

Exercice 2.

On définit $g : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}\backslash\{3\} & \to & \mathbb{R}\backslash\{-1\} \\ x & \mapsto & \dfrac{x+2}{3-x} \end{array}$.

Montrer que l'application g est une bijection et déterminer son application réciproque.

Exercice 3.

On note $f(x) = e^{\frac{1}{x-3}}$.

On admet que f est définie et dérivable sur $\mathbb{R}\backslash\{3\}$.

Construire son tableau de variations complet, avec limites aux bords de l'ensemble de définition.

Exercice 4. (à partir de vendredi)

Pour chacune des fonctions suivantes :

- ⋆ déterminer les limites en $-\infty$ et en $+\infty$
- ⋆ étudier la limite en $\frac{1}{3}$ en distinguant si besoin $\frac{1}{3}^+$ et $\frac{1}{3}^-$
- ⋆ donner les asymptotes éventuelles (phrases précises).

$$f(x) = \frac{2x+1}{3x-1} \qquad g(x) = \frac{x^2-1}{(3x-1)^2}$$

TSI 2.1 *lycée Monge* 2026-2027 DM n°8

Devoir Maison n°8

pour Mardi 10 novembre, 8h

Version « moins mais très bien ».

La présentation et la rédaction devront être soignées.

Exercice 1.

Les applications suivantes sont-elles injectives ? surjectives ?

$f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, $n \mapsto n^2$; $i : \mathbb{Z}^2 \to \mathbb{Z}$, $(x;y) \mapsto 2x-y$

Exercice 2.

On définit $g : \mathbb{R}\backslash\{3\} \to \mathbb{R}\backslash\{-1\}$, $x \mapsto \dfrac{x+2}{3-x}$.

Montrer que l'application g est une bijection et déterminer son application réciproque.

Exercice 3.

On note $f(x) = e^{\frac{1}{x-3}}$.

On admet que f est définie et dérivable sur $\mathbb{R}\backslash\{3\}$.

Construire son tableau de variations complet, avec limites aux bords de l'ensemble de définition.

Exercice 4. (à partir de vendredi)

Pour chacune des fonctions suivantes :

- ⋆ déterminer les limites en $-\infty$ et en $+\infty$
- ⋆ étudier la limite en $\frac{1}{3}$ en distinguant si besoin $\frac{1}{3}^+$ et $\frac{1}{3}^-$
- ⋆ donner les asymptotes éventuelles (phrases précises).

$f(x) = \dfrac{2x+1}{3x-1}$ $\qquad$ $g(x) = \dfrac{x^2-1}{(3x-1)^2}$