Programme de la semaine 8
du 16 au 20 novembre.

Calculs : *un de chaque catégorie, au choix de l'examinateur*

1. Déterminer l'expression de $f'(x)$ dans chacun des cas suivants :
(a) $f(x) = \ln(\ln(x))$ **(b)** $f(x) = (2-x)e^{x^2+x}$ **(c)** $f(x) = e^{3\sin(x)}$.

2. Calculer le carré de chacun des nombres suivants.
Bonus : en déduire une expression simple du nombre.
$A = \sqrt{3+\sqrt{5}} - \sqrt{3-\sqrt{5}}$; $B = \sqrt{3-2\sqrt{2}} + \sqrt{3+2\sqrt{2}}$; $C = \sqrt{4-\sqrt{7}} - \sqrt{4+\sqrt{7}}$

Questions de cours : *2 au choix de l'examinateur*

Calculs 4 : limites.
- théorème d'encadrement et $\lim\limits_{x\to 0^+} x\sin\left(\dfrac{1}{x}\right)$;
- théorème de comparaison et $\lim\limits_{x\to+\infty} x^2 + \cos(x)$.

Fonctions 3 : étude de fonctions.
- définition d'une fonction paire et d'une fonction impaire, étudier la parité de $g : x \mapsto x + \frac{3}{x}$;
- méthode pour montrer la parité ou imparité d'une fonction, méthode pour montrer qu'une fonction n'est ni paire ni impaire, application à la fonction $h : x \mapsto x^3 - x^2 + 1$;
- définition de la périodicité, montrer que $f : x \mapsto \cos(3x + \frac{1}{2})$ est $\frac{2\pi}{3}$-périodique ;
- on définit sur $\mathbb{R}$ la fonction f par $f(x) = \frac{\sin(2x)}{1+\cos^2(x)}$, montrer que f est π-périodique et impaire et en déduire un intervalle d'étude le plus petit possible en expliquant comment reconstituer la fonction sur $\mathbb{R}$.
- caractérisations de la croissance d'une fonction ;
- équation de la tangente à la courbe de f au point $(a, f(a))$ et donner l'équation de la tangente à la courbe de la fonction cube en 1 ;
- rappel de la définition d'une bijection, et propriété, méthode pour montrer qu'une fonction est une bijection ;
- on note $f(x) = \frac{3x+2}{x+2}$, montrer que f réalise une bijection de $]-2, +\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.

Questions d'application directe du cours :
- déterminer une limite simple sans forme indéterminée ;
- montrer qu'une fonction est paire, ou impaire, ou ni l'un ni l'autre ;
- montrer qu'une fonction est périodique (période donnée) ;
- étudier les variations d'une fonction simple ;
- déterminer une équation de tangente ;
- à partir d'un tableau de variations, justifier correctement qu'une fonction est une bijection et préciser l'intervalle d'arrivée.

Thèmes généraux des exercices :
- étude de fonctions : parité, périodicité, limites, variations, tracé de courbe, bijection (mais pas de majorant minorant...).

Bon courage !

Barème : calculs 4 points, cours 6 points, exercices 10 points.