

Travaux dirigés du chapitre : 1.2. Oscillateurs

Partie : 1. Electronique

1 Oscillateurs quasi sinusoïdaux

1.1 Généralités

1.1.1 Principe

Considérons un système général composé de deux blocs reliés entre eux. Ces blocs seront :

- un amplificateur composé d'un élément actif capable de fournir de l'énergie ;
- un filtre du second ordre à minima.

1. A l'aide d'un schéma bloc, justifier qu'il est possible d'obtenir alors un comportement oscillant.

1.1.2 Étude des blocs

Une méthode pour obtenir des oscillations quasi-sinusoïdales consiste à utiliser un système bouclé à deux opérateurs :

- le premier, de fonction de transfert $\underline{H}(\omega) = \frac{u_s}{u_e}$, constituant la chaîne direct ;
 - le second, de fonction de transfert $\underline{F}(\omega) = \frac{u_e}{u_s}$, la chaîne de retour.
1. Donner la condition sur les fonctions $\underline{H}(\omega)$ et $\underline{F}(\omega)$ pour que le système soit le siège d'oscillations sinusoïdales spontanées de pulsation ω_0 . Lorsqu'une telle condition est réalisée, quel phénomène est à l'origine de l'apparition des oscillations ?
 2. On se place dans le cas particulier où $\underline{H}$ est une constante réelle H_0 indépendante de ω_0 et où :

$$\underline{F}(\omega) = \frac{u_e}{u_s} = F_0 \frac{j \frac{\omega}{Q\omega_0}}{1 + j \frac{\omega}{Q\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

- (a) Quelle est la nature de la chaîne retour ? Tracer en faisant apparaître précisément les asymptotes, le diagramme de Bode en gain de $\frac{\underline{F}(\omega)}{F_0}$ pour les valeurs $Q = 0, 1$ et $Q = 10$.

On prendra $\omega_0 = 10^4 \text{ rad.s}^{-1}$, ω varie de 10^2 à 10^6 rad.s^{-1} .

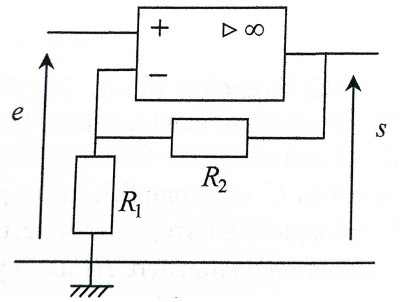
- (b) F_0 , ω_0 et Q étant fixés, pour quelle valeur particulière H_m de H_0 a-t-on des oscillations sinusoïdales ? Que vaut la pulsation des oscillations ?

3. La condition sur H_0 étant une égalité, elle est, en pratique, impossible à réaliser strictement. $u_s(t)$ et $u_e(t)$ ne sont donc pas sinusoïdales. Établir l'équation différentielle satisfaite par $u_s(t)$ et $u_e(t)$ et discuter la nature des solutions en fonctions de H_0 (on se limitera au cas des solutions oscillantes). L'un des opérateurs comportant un ALI, montrer que, pour certaines valeurs de H_0 , il sortira de son domaine de linéarité. On constate dans ce cas que le système peut être le siège d'oscillations permanentes plus ou moins sinusoïdales.

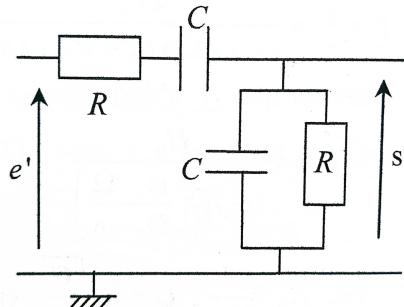
1.2 Oscillateur à pont de Wien

On supposera les ALI idéaux et fonctionnant en régime linéaire.

1. On considère le quadripôle :



- (a) Préciser le modèle de l'ALI idéal en régime linéaire. Déterminer la fonction de transfert $\underline{F} = \underline{s}/\underline{e}$ en fonction de R_1 et de R_2 quand l'ALI fonctionne en régime linéaire. Préciser les limitations pratiques que l'on peut rencontrer.
- (b) Tracer la caractéristique $s(e)$, c'est-à-dire le graphe représentant s en ordonnée en fonction de e en abscisse.
2. Étude du filtre de Wien ci-dessous :

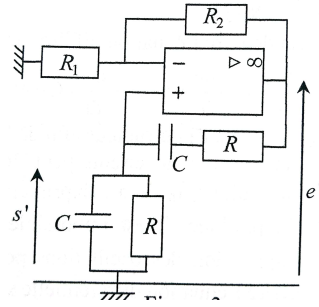


Vérifier que $\underline{G} = \frac{\underline{s'}}{\underline{e'}} = \frac{G_0}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$ avec $G_0 = \frac{1}{3}$, $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ et $Q = \frac{1}{3}$

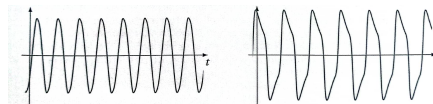
Quelle est la fonction de ce quadripôle ?

Préciser les caractéristiques du filtre (gain maximum, facteur de qualité, pulsation particulière).

3. On couple le filtre de Wien avec le montage amplificateur 1 :



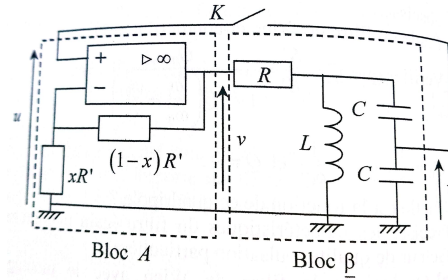
- Identifier dans le schéma électronique deux blocs distincts connus et tracer le schéma fonctionnel correspondant.
- On ne tient aucun compte de la réponse fréquentielle de l'amplificateur et on suppose le régime linéaire toujours établi.
A partir des expressions de $\underline{F}$ et $\underline{G}$, montrer qu'il peut théoriquement exister un signal sinusoïdal sans générateur basse fréquence pour une valeur $r = \frac{R_2}{R_1}$ et une fréquence f particulière à déterminer.
- En utilisant la relation imposée par l'amplificateur et l'équation différentielle du filtre de Wien, établir l'équation différentielle vérifiée par s' . Montrer qu'il peut exister un signal sinusoïdal sans générateur BF. Retrouver les conditions de la question précédente.
- Calculer numériquement f si $R = 10\text{k}\Omega$ et $C = 4,8\text{nF}$. Peut-on légitimement ignorer la réponse fréquentielle de l'ALI ?
- En pratique on ne sait pas réaliser exactement la condition $r = \frac{R_2}{R_1}$. A partir de l'équation différentielle précédente, montrer qu'une condition d'apparition des oscillations est $r = \frac{R_2}{R_1} > n$ (n entier à définir). Si on choisit $R_2 = 10\text{k}\Omega$, les valeurs disponibles dans les catalogues étant $4,7\text{ k}\Omega$; $5,6\text{ k}\Omega$ et $10\text{ k}\Omega$, quelle valeur doit-on prendre pour R_1 ?
- Justifier que la tension e' ne peut pas dépasser une certaine valeur. En déduire alors la valeur atteinte par la tension s' .
- Justifier alors que la tension s' suit une nouvelle équation différentielle permettant la modération de sa croissance.
- Justifier et décrire le fonctionnement de l'oscillateur.
- On trace deux oscillations stabilisées de s' pour deux valeurs de r . Définir la distorsion harmonique et justifier que l'oscillateur à pont de Wien est qualifié d'oscillateur "quasi-sinusoïdal".



- (j) On fait varier la valeur de R_1 de 10 k Ω à 1 k Ω à l'aide d'un potentiomètre. Décrire ce que l'on observe suivant la valeur de R_1 . Donner l'amplitude des oscillations pour $e'(t)$ et $s'(t)$. Faire l'application numérique si la tension de saturation de l'ALI vaut 13 V.

1.3 Oscillateur à inductance et double condensateur

On considère le montage ci-dessous utilisant un potentiomètre de résistance totale R' et de coefficient $0 \leq x \leq 1$, une résistance R et une inductance L , deux condensateurs de capacités C et un ALI considéré comme idéal et en régime linéaire.



1. Lorsque l'interrupteur K est ouvert, calculer en régime sinusoïdal de pulsation ω la fonction de transfert $\underline{H}(\omega) = \underline{w}/\underline{u}$
On donne pour le bloc $\underline{\beta}$:

$$\underline{\beta} = \frac{\underline{w}}{\underline{v}} = \frac{1/2}{1 + jRC\omega/2 + R/(jL\omega)}$$

Montrer que $\underline{H}$ s'écrit :

$$\underline{H}(\omega) = \frac{H_0}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\Omega} - \frac{\Omega}{\omega} \right)}$$

avec $H_0 = \frac{1}{2x}$, $Q = R\sqrt{\frac{C}{2L}}$ et $\Omega = \sqrt{\frac{2}{LC}}$

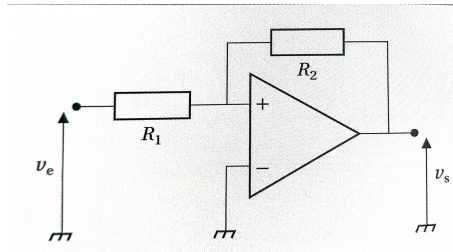
En déduire l'équation différentielle liant $u(t)$ et $w(t)$ sous la forme : $\frac{d^2w}{dt^2} + a\frac{dw}{dt} + bw = c\frac{du}{dt}$.
On exprimera les coefficient a , b , c en fonction de Ω , H_0 , Q .

2. On ferme l'interrupteur afin de boucler le système. En traduisant la condition de Barkhausen, montrer que le circuit peut être le siège d'une tension w sinusoïdale pour une valeur particulière x_0 de x . Exprimer la pulsation ω_0 des oscillations en fonction de L et C .
3. En pratique, il est impossible de réaliser exactement la condition $x = x_0$. Observe-t-on l'apparition des oscillations pour x légèrement inférieur ou supérieur à x_0 ? On pourra écrire l'équation différentielle satisfaite par $w(t)$.
4. Quel phénomène détermine l'amplitudes des oscillations?

2 Oscillateurs de relaxation

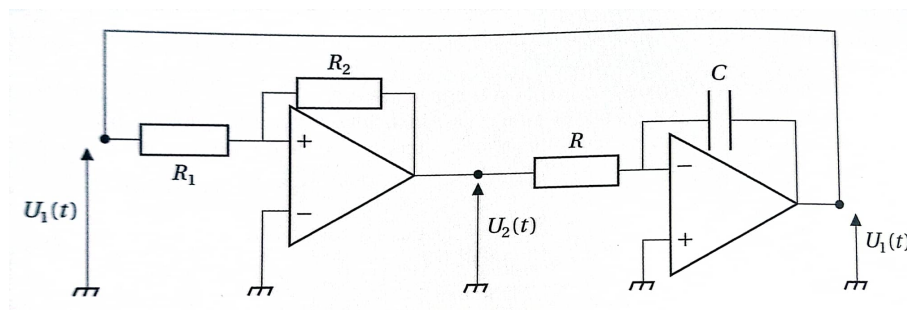
2.1 Association comparateur+intégrateur

2.1.1 Le comparateur non inverseur



1. Quel est le régime de fonctionnement de l'ALI ?
2. Exprimer la tension différentielle ϵ en fonction de v_s et v_e .
3. Quels sont les seuils de basculement ?
4. Tracer le cycle de fonctionnement du comparateur.

2.1.2 L'oscillateur

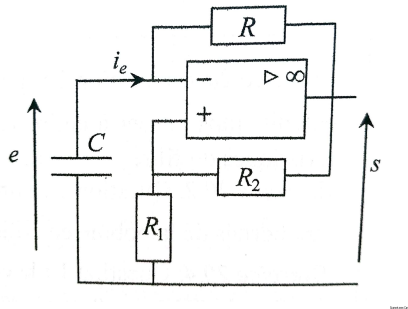


1. Identifier dans le schéma électronique deux blocs distincts connus.
2. Donner la relation temporelle entre la tension de sortie $U_1(t)$ du second ALI et la tension d'entrée $U_2(t)$.
3. On suppose qu'initialement $U_2(0) = +V_{sat}$, en déduire l'expression de $U_1(t)$.

4. Donner l'expression du temps de basculement t_B lorsque la tension $U_2(t)$ change.
5. En déduire l'expression de $U_2(t)$ et $U_1(t)$ pour $t > t_B$.
6. Donner l'expression du temps de basculement t_C lorsque la tension $U_2(t)$ change à nouveau. Tracer ensuite l'évolution des deux tensions en fonction du temps.
7. En déduire la période T de l'oscillateur.
8. Quelle doit être la condition sur R_1 et R_2 pour que le montage puisse fonctionner. Quel est l'intérêt de ce montage ?

2.2 Astable à pseudo-intégrateur

On considère le schéma de la figure ci-dessous.



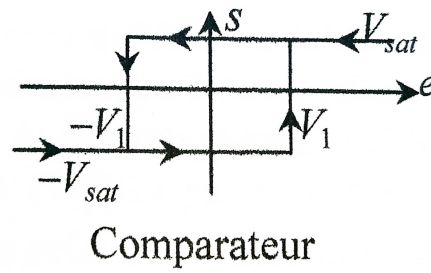
On pose $\alpha = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$. L'ALI est supposé idéal et en régime saturé.

1. Donner le schéma fonctionnel du montage. On fera apparaître dans un 1er bloc un comparateur à hystérésis. Que comporte le 2e bloc β ?
2. Étude du bloc 1 (comparateur à hystérésis).
Tracer le cycle d'hystérésis $s = f(e)$ de ce bloc.
3. Étude du bloc 2
 - (a) Déterminer la fonction de transfert. Justifier le nom de "pseudo-intégrateur".
 - (b) En déduire l'équation différentielle liant $e(t)$ à $s(t)$.
4.
 - (a) Décrire qualitativement l'évolution de $e(t)$ et $s(t)$.
 - (b) A $t = 0$, la tension s bascule de $-V_{sat}$ à $+V_{sat}$. Déterminer l'évolution $e(t)$ pendant cette première phase, en déduire l'instant t_1 de basculement à $-V_{sat}$.
 - (c) Même questions pour la phase (2).
 - (d) Tracer $e(t)$ et $s(t)$.
 - (e) En déduire la période T des oscillations.

3 Problèmes

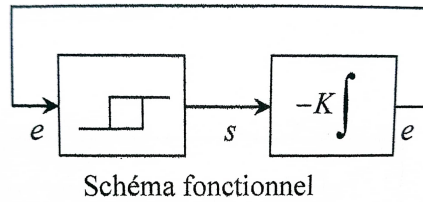
3.1 Astable à paramètres modifiables

Un oscillateur astable à paramètres modifiables est composé d'un comparateur à hystérésis non inverseur dont la caractéristique est :

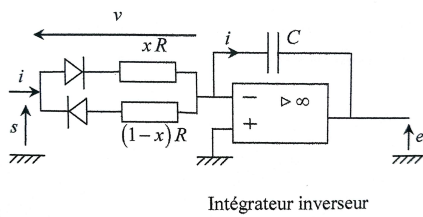


avec $V_1 = \frac{R_1}{R_2} V_{sat}$.

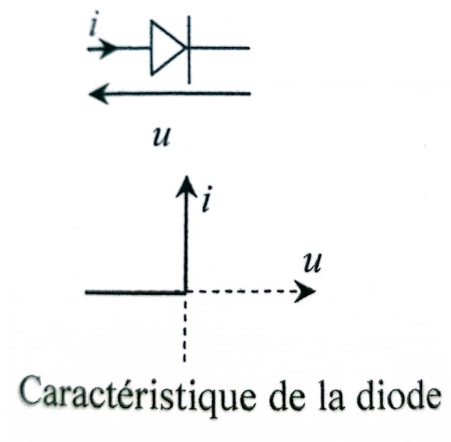
Ce comparateur est bouclé avec un intégrateur inverseur selon le schéma fonctionnel :



Le bloc intégrateur inverseur suit le montage :



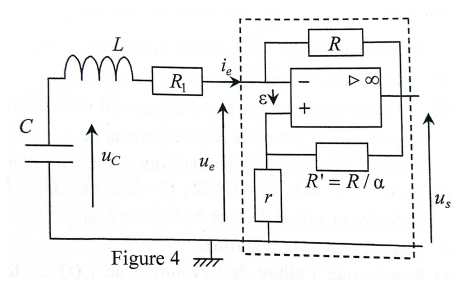
Un potentiomètre permet de régler la valeur des résistances xR et $(1-x)R$. On donne également la caractéristique de la diode qui contient 2 modes de fonctionnement : passante ($i > 0$ et $u = 0$) ou bloquée ($i = 0$ et $u < 0$).



1. Représenter l'évolution de $e(t)$ et de $s(t)$.
2. Calculer le rapport cyclique $\alpha = \tau/T$ de $s(t)$, avec τ la durée de l'état $+V_{sat}$ et T la période du signal.
3. Que proposez-vous afin qu'un expérimentateur puisse régler indépendamment la fréquence f de l'oscillateur et le rapport cyclique ?

3.2 Oscillateur à résistance négative

On étudie le montage électrique suivant :



Le facteur α est un réel positif qui peut être modifié afin de permettre d'ajuster la valeur de la résistance $R' = R/\alpha$.

Dans un premier temps on isole le circuit noté A , inclus dans le domaine délimité par les traits pointillés, dont les grandeurs d'entrée, définies sur la figure, sont u_e , i_e et la grandeur de sortie est u_s .

1. L'ALI.

- (a) Pour un ALI idéal, tracer la caractéristique de transfert statique, c'est-à-dire les variations de u_s en fonction de ϵ . On notera V_{sat} la valeur absolue de la tension de saturation.
- (b) Cette caractéristique fait apparaître deux domaines. Nommer et définir ces domaines.
- (c) Définir le modèle ALI idéal. Celui-ci sera adopté en ce qui concerne l'ALI de A .

Dans toute la suite, nous admettrons que le comportement de l'ALI même en régime variable, reste celui du régime statique.

2. Caractéristique d'entrée de A . On désigne par caractéristique d'entrée les variations de i_e en fonction de u_e .

- (a) En prenant pour hypothèse $|u_s| < V_{sat}$, établir la relation (1) liant u_e , i_e , α et r . Quelle fonction réalise ce montage ?
- (b) Établir les relations (2) et (3), liant u_e et i_e respectivement lorsque $u_s = V_{sat}$ et $u_s = -V_{sat}$.

Expliciter en fonction des paramètres du problème les deux valeurs I_m et $-I_m$ de i_e et les deux valeurs U_m et $-U_m$ de u_e correspondant aux limites de validité des relations précédentes. Représenter la caractéristique globale d'entrée du montage étudié, dans le cas où $\alpha r < R$. On fera apparaître sur le graphique I_m et U_m .

3. Montage oscillateur : condition de démarrages des oscillations. Le dipôle d'entrée est désormais connecté au dipôle formé de l'association série d'un condensateur de capacité C et d'une inductance L . Lorsque les dipôles sont connectés, l'intensité circulant dans l'inductance est initialement nulle et le condensateur présente une tension $u_c(t=0) = U_0$ suffisamment faible pour que $u_s < V_{sat}$.

- (a) Montrer que $i_e(t)$ est solution de l'équation différentielle (E) du second ordre :

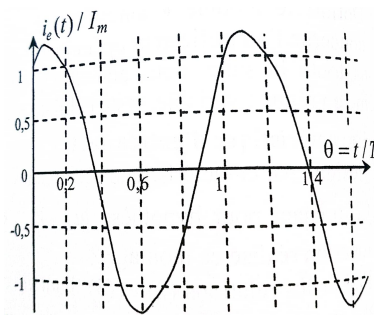
$$\frac{d^2 i_e}{dt^2} + 2\xi\omega_0 \frac{di_e}{dt} + \omega_0^2 i_e = 0$$

Exprimer l'amortissement ξ et ω_0 en fonction de L , C , R_1 , r et α .

- (b) D'après les conditions initiales, quelles sont les valeurs de $i_e(t=0)$ et de $\frac{di_e}{dt}(t=0)$? On suppose que $|\xi| < 1$. Expliciter la solution de $i_e(t)$.
- (c) Que se passe-t-il si U_0 est nul ? Commenter.
- (d) On suppose donc que U_0 n'est pas nul mais de très faible valeur. Quelle est la condition sur ξ puis sur α pour que les oscillations de i_e présentent une amplitude croissante au cours du temps ? On suppose désormais que cette condition est réalisée.
- (e) On donne $r = 1\text{k}\Omega$, $R_1 = 100\Omega$, $C = 1,28\text{ nF}$, $L = 2\text{mH}$, $\alpha = 0,35$.
Calculer la valeur de ξ et de $T_0 = 2\pi/\omega_0$.

4. Amplitude des oscillations

- (a) Représenter l'allure de l'évolution de $i_e(t)$ en fonction du temps à compter de $t=0$. En utilisant la caractéristique d'entrée établie en 2, montrer que cette loi d'évolution n'est valable que sur une durée limitée. Donner l'autre équation différentielle régissant l'évolution de $i_e(t)$.
- (b) Après un régime transitoire que l'on n'étudiera pas, les variations de i_e en fonction du temps suivent un régime périodique établi. La figure ci-dessous montre les évolutions de i_e/I_m en fonction de la variable réduite $\theta = t/T_0$.



Déterminer les domaines de cette courbe qui se rapportent respectivement aux zones (1), (2) et (3) de la caractéristique d'entrée de A .

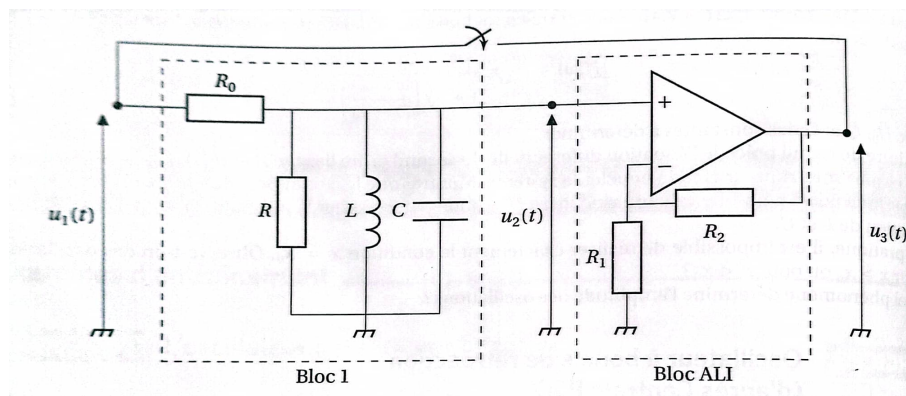
- (c) Comment qualifier les oscillations représentées figure précédente ? Évaluer la période, puis la fréquence f de ces oscillations ainsi que la valeur maximale de i_e .

On donne $R = 2,5\text{k}\Omega$ et $V_{sat} = 15\text{V}$.

3.3 Conditionnement de signaux par oscillateurs

L'information de déplacement en provenance de capteurs capacitifs et inductifs peut être extraite à partir d'un oscillateur électronique. Dans ce cas, l'information d'un déplacement, induisant une modification de L ou C est source d'une modification de la fréquence de résonance de l'oscillateur, aisément détectable, par exemple à l'aide d'un fréquencemètre.

On considère le montage électronique ci-dessous envisagé pour extraire l'information issue d'un capteur.



L'ALI utilisé, que l'on supposera parfait, est alimenté au moyen d'une alimentation symétrique $\pm V_{cc} = \pm 12\text{V}$ et sa tension de saturation est $V_{sat} = 11\text{V}$.

1. Étude du bloc 1.

Le bloc 1 réalise un filtre de fonction de transfert complexe :

$$\underline{H} = \frac{\underline{u_2}}{\underline{u_1}} = \frac{A_0}{1 + jQ \left(x - \frac{1}{x} \right)}$$

avec $A_0 = 0,1$; $Q = 25$; $x = \frac{\omega}{\omega_0}$; $\log(25) \approx 1,4$.

- Donner les équations des deux asymptotes hautes et basses fréquences du gain en décibels de ce filtre.
- Représenter le diagramme de Bode (en amplitude uniquement) donnant ce gain en décibel en fonction de $\log(x)$.
- Préciser la nature de ce filtre.
- Exprimer, à partir du schéma bloc 1, la fonction de transfert $\underline{H}$ en fonction de ω et des valeurs caractéristiques des composants de ce bloc 1. Par identification, donner les expressions littérales de ω_0 et Q en fonction des valeurs caractéristiques des composants.

2. Étude du bloc ALI

- Déterminer l'expression littérale de la fonction de transfert complexe $\underline{G} = \frac{\underline{u_3}}{\underline{u_2}}$.
- On pose $K = |\underline{G}|$. Exprimer K en fonction de R_1 et R_2 .

3. Système bouclé

On ferme l'interrupteur, réalisant ainsi un système bouclé.

- Déduire des questions précédentes l'équation différentielle vérifiée par u_3 .
- A partir de cette équation :
 - Trouver une condition liant A_0 , K et Q pour que s'établissent des oscillations quasi-sinusoïdales.
 - Déterminer alors la fréquence f_0 de ces oscillations.
- Toujours à partir de l'équation différentielle de u_3 , montrer que la naissance d'oscillations impose des conditions sur le produit A_0K et les expliciter.

4. On choisit les composants de manière à obtenir l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d^2 u_3}{dt^2} - 10^4 \frac{du_3}{dt} + 9.10^8 u_3 = 0$$

- Donner l'expression numérique de u_3 en fonction de t sans chercher à calculer les constantes dépendant des conditions initiales.
 - Montrer que l'on obtient des oscillations dont l'amplitude A varie temporellement.
 - Exprimer et représenter A en fonction de t .
 - Dans la pratique, on obtient une stabilisation de l'amplitude à une valeur A_{max} . Expliquer pourquoi et expliciter A_{max} .
 - Compte tenu de ce qui précède, représenter l'allure de $u_3(t)$.
5. On utilise le dispositif complet pour suivre les déplacements x de la partie mobile d'un capteur capacitif dont la capacité est donnée par la loi $C = C_0 \left(1 - \frac{x}{l} \right)$, avec $C_0 = 10 \mu\text{F}$ et $l = 10\text{mm}$. Ce capteur forme le condensateur du bloc 1.

- Les composants choisis sont tels que le montage oscille à une fréquence f_{osc} liée à la capacité C par la relation $f_{osc} = \frac{D}{\sqrt{C}}$ avec $D = 1 \text{ H}^{-1/2}$.
 - A la position de référence du capteur ($x = 0$), la fréquence d'oscillation est f_{or} .
- (a) Montrer que, pour un petit déplacement x ($x \ll 1$), la fréquence d'oscillation peut s'écrire sous la forme $f_{osc} = ax + b$ et expliciter a et b en fonction des données.
- (b) On note $\Delta f = f_{osc} - f_{or}$ la variation de fréquence liée à un déplacement. La plus petite variation détectable est $\Delta f_{min} = 3 \text{ Hz}$. Quel est le plus petit déplacement détectable ?