

TD = Expression différentielle des principes de la thermodynamique

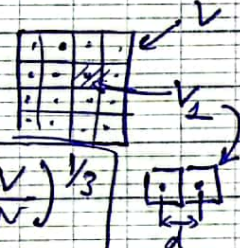
1. Calcul d'échelles

1.1. Mesure l'échelle microscopique

1. Hypothèse gaz parfait $\Rightarrow pV = nRT \Rightarrow n = \frac{pV}{RT}$ or $n = \frac{N}{N_A}$

donc $N = N_A \times \frac{pV}{RT}$ $\left\{ \begin{array}{l} N_A = 6.10^{23} \text{ mol}^{-1} \\ p = 1.10^5 \text{ Pa} \\ V = 1.10^{-9} \text{ m}^3 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \\ T = 300 \text{ K} \end{array} \right.$

$N = 2.10^{18}$

Le volume occupé par une molécule est donc $V_1 = \frac{V}{N}$, 
et la distance entre deux molécules est $d = (V_1)^{1/3} = \left(\frac{V}{N}\right)^{1/3}$
donc $d = 8.10^{-10} \text{ m}$

2. Pour un verre d'eau liquide $n = \frac{m_{\text{eau}}}{M(\text{H}_2\text{O})} = \frac{\rho_{\text{eau}} \times V_{\text{eau}}}{M(\text{H}_2\text{O})}$

donc $N = N_A \times \frac{\rho_{\text{eau}} V_{\text{eau}}}{M(\text{H}_2\text{O})}$ $\left\{ \begin{array}{l} N_A = 6.10^{23} \text{ mol}^{-1} \\ \rho_{\text{eau}} = 1.10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \\ V_{\text{eau}} = 0,2.10^{-3} \text{ m}^3 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} M(\text{H}_2\text{O}) = 18 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \\ = 18.10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1} \end{array} \right.$

$N = 7.10^{24}$

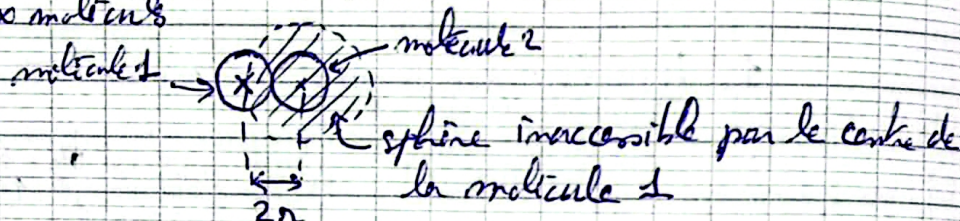
Le volume occupé par une molécule est donc $V_1 = \frac{V_{\text{eau}}}{N}$ et la distance entre deux molécules : $d = \left(\frac{V_{\text{eau}}}{N}\right)^{1/3}$
 $d = 3.10^{-10} \text{ m}$

Dans une phase condensée liquide les molécules sont plus proches que dans un gaz. De plus on se rapproche de la taille d'une molécule $\approx 10^{-10} \text{ m}$.

$$\vec{F}_g \cdot \vec{e}_z = R^2 \left([P_a + \rho g H] \times \left(-\frac{1}{2} \right) \right)$$

1.2. Potentielle d'un gaz de sphères dures

1. Si les molécules de gaz sont des sphères de rayons r , alors pour deux molécules



$$\text{donc } N \times b = \left(\frac{N}{2} \right) \times \left(\frac{4}{3} \pi (2r)^3 \right)$$

↑
nbre de paires de molécules

↑ volume inaccessible pour une paire

$$\text{donc } \boxed{Nb = \frac{16}{3} \pi r^3 N}$$

2. Le gaz est non parfait à partir de $\frac{N^* b}{V} = 0,01$

$$\text{donc } N^* = 0,01 V \times \frac{1}{\frac{16}{3} \pi r^3} = \frac{0,03}{16 \pi} \times \frac{V}{r^3}$$

si on prend $r \approx 10^{-10}$ m l'ordre de grandeur de la taille d'une molécule

$$\underline{N^* \approx 6 \cdot 10^{17}}$$

$$\text{Ceci correspond à une pression } P^* (V - N^* b) = \frac{N^*}{\alpha_A} RT$$

$$\text{donc } P^* = \frac{N^* RT}{\alpha_A (V - \frac{16}{3} \pi r^3 N^*)}$$

$$\underline{P^* = 3 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 30 \text{ bar}}$$

A pression ambiante, un gaz noble peut être considéré comme parfait.

2. Détermination de grandeurs thermodynamiques

2.1. Évolution d'un gaz parfait

1. Transformation isobare d'un gaz parfait :

$$dH = \delta Q, \quad \delta Q = C_p dT, \quad dH = T dS + V dp, \quad dp = 0$$

$$\text{donc } dS = C_p \frac{dT}{T} \quad \text{on donne } C_p = \frac{\gamma}{\gamma-1} nR$$

$$\text{donc } dS = \frac{\gamma}{\gamma-1} nR \frac{dT}{T} = \frac{\gamma}{\gamma-1} nR d(\ln T)$$

$$\text{donc } \boxed{\Delta S = \frac{\gamma}{\gamma-1} nR \ln\left(\frac{T_0}{T_1}\right)}$$

$$2. \quad \underline{\Delta S = -20 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}}$$

$$3. \quad G = H - TS \quad \text{donc } \Delta G = \Delta H - (T_0 S_0 - T_1 S_1)$$

$$\text{donc } \boxed{\Delta G = C_p (T_0 - T_1) - T_0 \Delta S - (T_0 - T_1) S_1}$$

★ 2.2. Chauffage par une résistance

1. Phases condensées incompressible donc pas de travail $\delta W = 0$ ds force de pression
1^{er} principe $dU = \delta Q + \delta W_{\text{elec}}$ avec δW_{elec} travail électrique

incompressible donc $dU = C_v dT$ et la température est de donc $dT = 0$

$$\text{donc } 0 = \delta Q + \delta W_{\text{elec}}$$

$$2^{\text{nd}} \text{ principe } dS = \frac{\delta Q}{T_0} + \delta S_c$$

$$\text{identité thermodynamique } dU = T dS - p dV \quad \text{on } dU = C_v dT = 0 \\ \text{et } dV = 0 \text{ incompressible}$$

$$\text{donc } dS = 0 \Rightarrow \boxed{\Delta S = 0}$$

$$\text{or } 0 = \frac{\delta Q}{T_0} + \delta S_c \Rightarrow \delta S_c = - \frac{\delta Q}{T_0} = \frac{\delta W_{elec}}{T_0}$$

$$\text{donc } \delta S_c = \frac{R i^2 dt}{T_0}$$

$$\text{donc } \boxed{S_c = \frac{R i^2 \Delta t}{T_0}} \quad S_c = 49 \cdot 10^2 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

Génération d'entropie par fonctionnement d'une résistance électrique irréversible

2. Toujours incompressible donc $dV = 0$ or $\delta W_{pression} = 0$

$$\begin{aligned} 1^{\text{er}} \text{ principe } dU &= \delta Q + \delta W_{elec} = \delta W_{elec} \text{ car } \delta Q = 0 \\ dU &= C_v dT = (m_e c_e + m_c c_c) dT \end{aligned}$$

$$2^{\text{nd}} \text{ principe } dS = \frac{\delta Q}{T} + \delta S_c = \delta S_c \text{ car } \delta Q = 0$$

$$\text{identité thermodynamique } dU = T dS - p dV = T dS$$

$$\text{donc } dS = \frac{dU}{T} = (m_e c_e + m_c c_c) \frac{dT}{T}$$

$$\text{donc } \Delta S = (m_e c_e + m_c c_c) \ln\left(\frac{T_f}{T_0}\right)$$

$$\text{or } dU = (m_e c_e + m_c c_c) dT = \delta W_{elec} = R i^2 dt$$

$$\text{donc } dT = \frac{R i^2 dt}{m_e c_e + m_c c_c}$$

$$\text{donc } T_f = T_0 + \frac{R i^2 \Delta t}{m_e c_e + m_c c_c}$$

$$\text{donc } \boxed{\Delta S = (m_e c_e + m_c c_c) \ln \left[1 + \frac{R i^2 \Delta t}{(m_e c_e + m_c c_c) T_0} \right]}$$

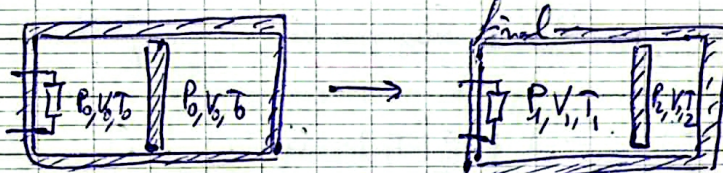
$$\Delta S = 3,7 \cdot 10^2 \text{ J.K}^{-1}$$

$$dS = \delta S_c \Rightarrow S_c = \Delta S \quad S_c = 3,7 \cdot 10^2 \text{ J.K}^{-1}$$

Il y a toujours création d'entropie par le fonctionnement de la résistance qui a dégradé un travail W_{elec} en énergie interne ΔU .

2.3. Calculer un travail et un transfert thermique

1. initial



$$\text{gaz parfaits} \Rightarrow \begin{cases} P_0 V_0 = n R T_0 \\ P_1 V_1 = n R T_1 \\ P_2 V_2 = n R T_2 \end{cases}$$

même n dans les deux compartiments
car initialement on a le même (P_0, V_0, T_0)

$$\begin{aligned} \text{pression 1 double} &\Rightarrow P_1 = 2 P_0 \\ \text{piston mobile} &\Rightarrow P_2 = P_1 = 2 P_0 \end{aligned}$$

$$\text{volume cylindre de} \Rightarrow V_1 + V_2 = 2 V_0$$

Compartiment 2 : gaz parfait + pas de frottements $\Rightarrow$ réversible + adiabatique
donc loi de Laplace
 $P_2 V_2^\gamma = P_0 V_0^\gamma$

$$\text{donc } 2 P_0 V_2^\gamma = P_0 V_0^\gamma \Rightarrow V_2 = 2^{-1/\gamma} \times V_0$$

$$T_2 = \frac{P_2 V_2}{n R} = T_0 \times \frac{P_2 V_2}{P_0 V_0} \Rightarrow T_2 = 2^{\gamma-1/\gamma} T_0$$

$$V_1 = 2 V_0 - V_2 = (2 - 2^{-1/\gamma}) V_0 \Rightarrow V_1 = \frac{2^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} - 1}{2^{1/\gamma}} V_0$$

$$T_1 = \frac{P_1 V_1}{n R} = T_0 \times \frac{P_1 V_1}{P_0 V_0} = 2 \times (2 - 2^{-1/\gamma}) T_0 \Rightarrow T_1 = (4 - 2^{\gamma+1/\gamma}) T_0$$

monotanique donc $\gamma = \frac{5}{3}$

$$\text{donc } \boxed{\begin{aligned} P_1 &= 2P_0, V_1 \approx 1,34V_0, T_1 \approx 2,68T_0 \\ P_2 &= 2P_0, V_2 \approx 0,66V_0, T_2 \approx 1,32T_0 \end{aligned}}$$

2. méthode 1: Un seul système $\Sigma =$ les deux composants

1^{er} principe $\Delta U = Q_1$ et gaz parfaits donc U ne dépend que de T
et $\Delta U = C_V \Delta T$

$$\text{donc } U_1(T_1) - U_1(T_0) + U_2(T_2) - U_2(T_0) = Q_1$$

et monochromatique
 $C_V = \frac{nR}{\gamma-1}$

$$\text{donc } Q_1 = \frac{nR}{\gamma-1} (T_1 - T_0) + \frac{nR}{\gamma-1} (T_2 - T_0)$$

$$\text{donc } Q_1 = \frac{nRT_0}{\gamma-1} \left(\frac{T_1 + T_2}{T_0} - 2 \right) \quad \text{or } T_1 + T_2 = 4T_0$$

$$\text{et } nRT_0 = P_0 V_0$$

$$\text{donc } Q_1 = \frac{P_0 V_0}{\gamma-1} (4-2) \quad \text{et } \gamma = \frac{5}{3}$$

$$\text{donc } \boxed{Q_1 = 3P_0 V_0}$$

méthode 2: on considère deux systèmes composant 1 = Σ_1
composant 2 = Σ_2

$$\text{pour le composant 1: } \Delta U = Q_1 + W_1$$

$$\text{donc } Q_1 = \frac{nR}{\gamma-1} (T_1 - T_0) - W_1$$

$$Q_1 = \frac{P_0 V_0}{\gamma-1} (4 - 2^{\gamma-1/\gamma} - 1) - W_1$$

$$Q_1 = \frac{P_0 V_0}{\gamma-1} (3 - 2^{\gamma-1/\gamma}) - W_1$$

pour le compresseur 2: $W_2 = -W_1$ et il subit une transformation réversible $\Rightarrow$ quasi-statique
 donc $W_2 = \int_{V_0}^{V_2} -p dV$

ou loi de Laplace $p = \frac{P_0 V_0^\gamma}{V^\gamma}$

donc $W_1 = -W_2 = \int_{V_0}^{V_2} P_0 V_0^\gamma \frac{dV}{V^\gamma} = P_0 V_0^\gamma \left[\frac{V_2^{1-\gamma} - V_0^{1-\gamma}}{1-\gamma} \right]$

donc $-W_1 = \frac{P_0 V_0^\gamma}{\gamma-1} \times V_0^{1-\gamma} \left(\left(\frac{V_2}{V_0} \right)^{1-\gamma} - 1 \right)$ or $V_2 = 2^{-1/\gamma} V_0$

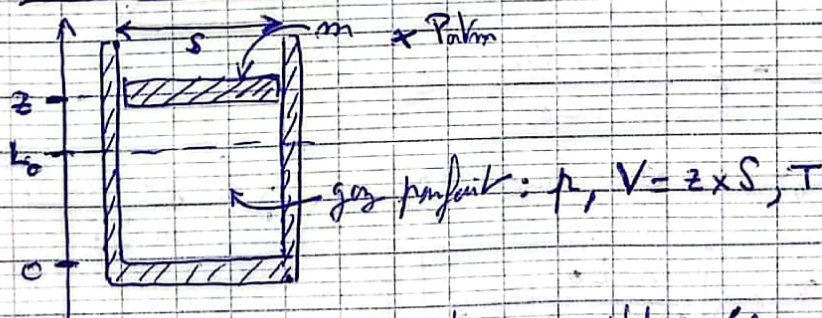
donc $-W_1 = \frac{P_0 V_0}{\gamma-1} (2^{\gamma-1/\gamma} - 1)$

donc $Q_1 = \frac{P_0 V_0}{\gamma-1} (3 - 2^{\gamma-1/\gamma} + 2^{\gamma-1/\gamma} - 1)$

donc $Q_1 = 3 P_0 V_0$

3. Systèmes thermodynamiques variables

★ 3.1. Oscillations d'un piston



Le gaz parfait transformation quasi-statique (hypothèse) et adiabatique donc

$p \times V^\gamma = p_0 V_0^\gamma$ (~~$p_0 = P_0$ à l'équilibre~~)

donc $p = p_0 \left(\frac{V_0}{V} \right)^\gamma$

Système: piston de masse m

Forces: poids $\vec{F} = -mg \vec{e}_z$

pression de l'atmosphère $-P_{atm} \times S \vec{e}_z$

pression du gaz parfait $+p S \vec{e}_z$

PFD: $m \vec{a} = -mg \vec{e}_z - P_{atm} S \vec{e}_z + p S \vec{e}_z$

on projette sur $\vec{e}_z$: $m \ddot{z} = -mg - P_{atm} S + p_0 \left(\frac{V_0}{V} \right)^\gamma S$

à l'équilibre $\ddot{z} = 0$ et $V = V_0$ donc $p_0 S = mg + P_{atm} S$

donc $p_0 = \frac{mg}{S} + P_{atm}$

et $V_0 = L_0 \times S$ et $V = z \times S$

donc $m \ddot{z} = -mg - P_{atm} S + (mg + P_{atm} S) \times \left(\frac{L_0}{z} \right)^\gamma$

on pose ε tq $z = L_0 + \varepsilon$ avec hyp: $|\varepsilon| \ll L_0$

$\ddot{z} = \ddot{\varepsilon}$ et $\left(\frac{L_0}{z} \right)^\gamma = \left(1 + \frac{\varepsilon}{L_0} \right)^{-\gamma} \approx 1 - \gamma \frac{\varepsilon}{L_0}$

donc $m \ddot{\varepsilon} = -(\cancel{mg + P_{atm} S}) + (mg + P_{atm} S) \times \left(1 - \gamma \frac{\varepsilon}{L_0} \right)$

donc $m \ddot{\varepsilon} = -\gamma \frac{mg + P_{atm} S}{L_0} \varepsilon$

donc $\ddot{\varepsilon} + \omega_0^2 \varepsilon = 0$ avec $\omega_0 = \sqrt{\gamma \frac{(mg + P_{atm} S)}{m L_0}}$

donc $T = 2\pi \times \sqrt{\frac{m L_0}{\gamma (mg + P_{atm} S)}}$

ou à l'équilibre $p_0 V_0 = n R T_0 \Rightarrow p_0 S \times L_0 = n R T_0$

$\Rightarrow (mg + P_{atm} S) = \frac{n R T_0}{L_0}$

donc $T = 2\pi \times \sqrt{\frac{m L_0^2}{\gamma n R T_0}}$

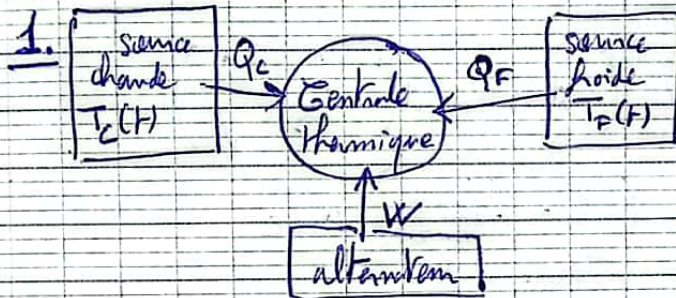
ou avec la masse molaire $M = \frac{m}{n}$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M L_0^2}{\gamma R T_0}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{\gamma R T_0}} L_0 \quad T = 2\pi \frac{L_0}{c_0}$$

avec c_0 vitesse du son dans un gaz parfait à T_0 , $c_0 = \sqrt{\frac{\gamma R T_0}{M}}$

* 3.2. Pseudo-sources de températures variables



Considérons un cycle de la centrale thermique donc $\Delta S = 0$, réversible $S_c = 0$ et de échanges infinitésimaux sur le cycle $\delta Q_c, \delta Q_f, \delta W$,
donc $0 = \frac{\delta Q_c}{T_c(t)} + \frac{\delta Q_f}{T_f(t)} + 0$

La source chaude et froide sont de capacités calorifiques C donc $\delta Q_c = -C dT_c$
et $\delta Q_f = -C dT_f$ donc, signe - car ce qui est reçu par la source est l'opposé
de ce qui est reçu par la centrale
 $0 = C \frac{dT_c}{T_c} + C \frac{dT_f}{T_f}$

donc $0 = d(\ln T_c + \ln T_f)$

donc $\ln(T_c \times T_f) = \text{cte}$

donc $T_c(t) \times T_f(t) = \text{cte}$ à l'instant $t=0$, $T_c = T_{c0}$ et $T_f = T_{f0}$

d'où $T_c(t) \times T_f(t) = T_{c0} \times T_{f0} = 1,20 \cdot 10^5 \text{ K}^2$

2. La centrale cesse fonctionner pour $T_c = T_f$ donc

$$T_{\text{finale}}^2 = T_{c0} \times T_{f0} \Rightarrow T_{\text{finale}} = \sqrt{T_{c0} \times T_{f0}} = 346 \text{ K}$$

3. Sur un cycle $\Delta U = 0$ et échanges infinitésimaux δW , $\delta Q_F = C dT_F$,
 $\delta Q_C = -C dT_C$ donc

1^{er} principe $0 = \delta W + C dT_F + C dT_C$

donc $\delta W = -C (dT_F + dT_C)$

donc $W = -C \left[\int_{T_F_0}^{T_{finale}} dT_F + \int_{T_C_0}^{T_{finale}} dT_C \right]$

donc $W = -C (2T_{finale} - T_{F_0} - T_{C_0})$ $W = -800 \text{ kJ}$

rendement $\eta = \frac{-W}{Q_C} \leftarrow$ elle fournit un travail
 $\leftarrow$ et ça coûte un transfert thermique de la source chaude

ou $Q_C = \int_{T_{C_0}}^{T_{finale}} -C dT_C = C (T_{C_0} - T_{finale})$

donc $\eta = \frac{T_{F_0} + T_{C_0} - 2T_{finale}}{T_{C_0} - T_{finale}} = 1 + \frac{T_{F_0} - T_{finale}}{T_{C_0} - T_{finale}}$

donc $\eta = 1 - \frac{T_{finale} - T_{F_0}}{T_{C_0} - T_{finale}}$

$\eta = 0,15$

$\eta_{\text{Carnot}} = 1 - \frac{T_{F_0}}{T_{C_0}}$

$\eta_{\text{Carnot}} = 0,25$

donc $\eta < \eta_{\text{Carnot}}$ bien que l'on

est en fonctionnement réversible
 les sources ne sont pas de température
 cte donc à chaque cycle le
 rendement diminue.

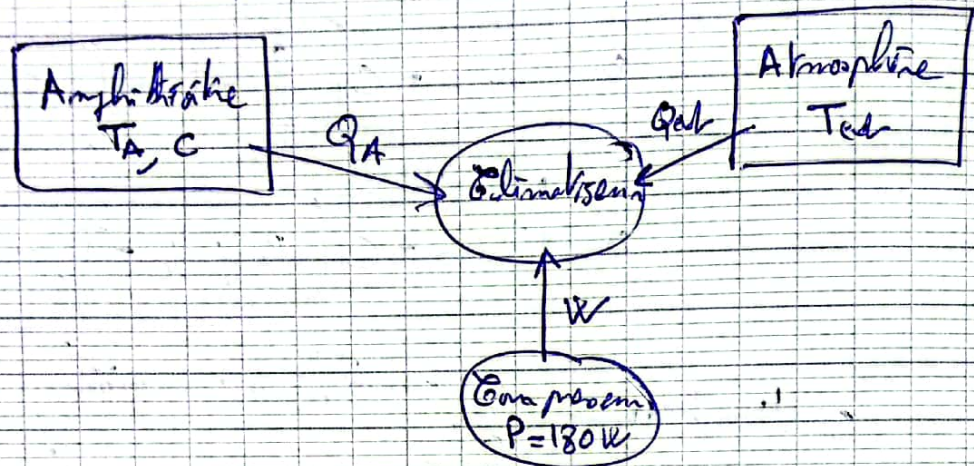
Il faudrait des thermostats parfaits

soit une durée de fonctionnement telle que $|W| \ll C \times (T_{Co} + T_{Fo} - 2T_{Amb})$
avec P la puissance de la centrale

$$\Delta t \ll \frac{C \times (T_{Co} + T_{Fo} - 2T_{Amb})}{P}$$

3.3. Quinze minutes de climatisation

1.



Le fonctionnement du climatiseur est cyclique donc sur un cycle $\Delta U = 0$ donc il est aussi réversible donc $S_c = 0$, et les échanges sur un cycle sont infinitésimaux donc $\delta Q_A = -C dT_A$, $\delta W = +P dt$, δQ_{ext}

donc 1^{er} principe : $0 = P dt + C dT_A + \delta Q_{ext}$

2nd principe : $0 = -C \frac{dT_A}{T_A} + \frac{\delta Q_{ext}}{T_{ext}} \Rightarrow \delta Q_{ext} = C \frac{T_{ext}}{T_A} dT_A$

donc $0 = P dt - C dT_A + C \frac{T_{ext}}{T_A} dT_A$ on intègre avec les bornes de part

donc $0 = P \Delta t - C(T_{A,fin} - T_{ext}) + C T_{ext} \ln\left(\frac{T_{A,fin}}{T_{ext}}\right)$

donc $C = \frac{P \Delta t}{T_{A,fin} - T_{ext} + T_{ext} \ln\left(\frac{T_{A,fin}}{T_{ext}}\right)}$

$C = 4,27 \cdot 10^6 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$

Si on considère que la partie la plus importante à refroidir est l'air de l'amphithéâtre

$$C_m(\text{air}) = \frac{R}{\gamma-1} \times \frac{1}{M} \quad \text{et} \quad C_v(\text{air}) = \frac{R}{\gamma-1} \times \frac{1}{M(\text{air})} \times \rho_{\text{air}}$$

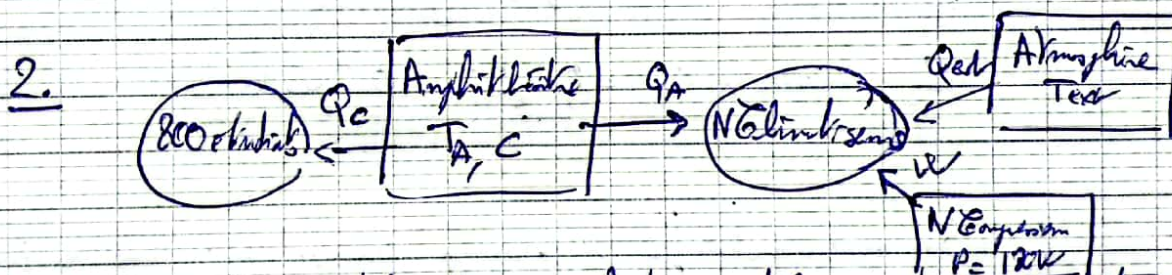
et $R = 8,314 \text{ J.K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$, $\gamma_{\text{air}} = \frac{7}{5}$, $M(\text{air}) = 29 \text{ g.mol}^{-1}$, $\rho_{\text{air}} = 1.2 \text{ kg.m}^{-3}$

$$\text{donc } C_v(\text{air}) \approx 10^3 \text{ J.K}^{-1} \cdot \text{m}^{-3}$$

donc le volume de l'amphithéâtre $V \approx \frac{C}{C_v} \approx 10^3 \text{ m}^3$ si on considère que

pour chaque place il y a environ 1 m^2 au sol et 3 m sous le plafond

il y a $\frac{V}{3 \text{ m}^3} \approx 10^3$ places.



Entre le instant t et $t+dt$ on suppose que $dU_{\text{amphithéâtre}} = 0$ car $dT_A = 0$
 donc $\delta Q_C + \delta Q_A = 0$

$$\text{donc } \delta Q_A = -800 P_{\text{étu.}} dt$$

Si on considère un cycle de N climatiseurs dans ces conditions

1^{er} principe = $0 = N P dt - 800 P_{\text{étu.}} dt + \delta Q_{\text{air}}$

2nd principe = $0 = - \frac{800 P_{\text{étu.}} dt}{T_A} + \frac{\delta Q_{\text{air}}}{T_{\text{atm}}} \Rightarrow \delta Q_{\text{air}} = \frac{800 P_{\text{étu.}} T_{\text{atm}}}{T_A} dt$

$$\text{donc } 0 = N P dt - 800 P_{\text{étu.}} dt + 800 P_{\text{étu.}} \frac{T_{\text{atm}}}{T_A} dt$$

$$\text{donc } N = 800 \frac{P_{\text{don}}}{P} \left(\frac{T_{\text{air}}}{T_A} - 1 \right)$$

on reconnaît l'inverse du rendement de climatiseur réversible

$$\text{donc } N = 3,8$$

$$\eta = \frac{1}{\frac{T_C}{T_F} - 1}$$

il faut donc 4 climatiseurs

3.4. Complexe sportif patrimoine - piscine

$$\underline{1. C_1 = m_1 \times c_1 = 8,36 \cdot 10^9 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}}$$

$$\underline{C_2 = m_2 \times c_1 = 10,5 \cdot 10^9 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}}$$

$$\underline{C_2' = m_2 \times c_2 = 0,523 \cdot 10^9 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}}$$

2. On veut réchauffer la piscine qui est à température élevée, donc c'est la source chaude qui doit être réchauffée.

$C_1 < C_2$ donc au démarrage si on fait le 2nd principe réversible sur un cycle où les échanges sont infinitésimaux

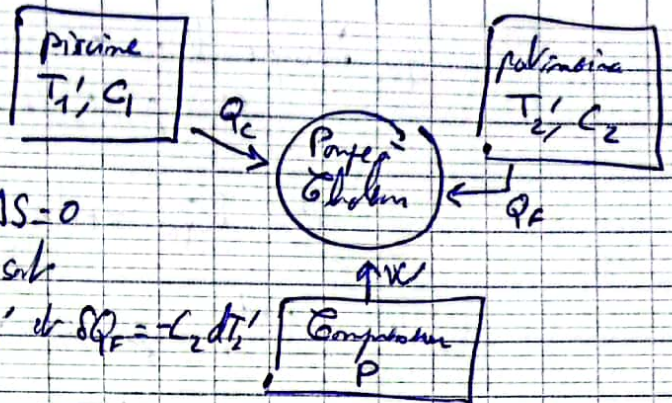
$$0 = \frac{\delta Q_C}{T_C} + \frac{\delta Q_F}{T_F} + 0 \Rightarrow 0 = -C_1 \frac{dT_C}{T_C} + (-C_2) \frac{dT_F}{T_F}$$

$$\text{donc } dT_C = - \frac{C_2}{C_1} \times \frac{T_C(0)}{T_F(0)} \times dT_F$$

donc $|dT_C| \neq |dT_F|$ au démarrage $\Rightarrow$ car $T_C(0) = T_F(0) = T_i$

donc c'est la pompe à chaleur dont la température variera le plus vite au démarrage

3.(a) Système pompe à chaleur



Système fonctionnant de manière cyclique $\Delta S = 0$
 et réversible $S_c = 0$ et les échanges sont
 infinitésimaux donc $\delta Q_c = -C_1 dT_1'$ et $\delta Q_f = -C_2 dT_2'$

2nd principe $0 = -C_1 \frac{dT_1'}{T_1'} - C_2 \frac{dT_2'}{T_2'}$

donc $0 = C_1 \frac{dT_1'}{T_1'} + C_2 \frac{dT_2'}{T_2'}$

on intègre $0 = C_1 \ln\left(\frac{T_1'}{T_i}\right) + C_2 \ln\left(\frac{T_2'}{T_i}\right)$

3.(b) à $T_1' = T_3$ et $T_2' = T_0$

$$0 = C_1 \ln\left(\frac{T_3}{T_i}\right) + C_2 \ln\left(\frac{T_0}{T_i}\right)$$

donc $T_3 = T_i \times \exp\left(-\frac{C_2}{C_1} \ln\left(\frac{T_0}{T_i}\right)\right)$

donc $T_3 = T_i \times \left(\frac{T_i}{T_0}\right)^{C_2/C_1}$ $T_3 = 280,9 \text{ K}$

3.(c) pour le m^e système au m^e fonctionnement $\Delta U = 0$ et δW , $\delta Q_c = -C_1 dT_1'$ et $\delta Q_f = -C_2 dT_2'$

donc 1^{er} principe devient $0 = \delta W - C_1 dT_1' - C_2 dT_2'$

on intègre $0 = W_1 - C_1 (T_3 - T_i) - C_2 (T_0 - T_i)$

donc $W_1 = C_1 (T_3 - T_i) + C_2 (T_0 - T_i)$

$W_1 = 0,33 \cdot 10^3 \text{ J}$

$W_1 > 0$ donc le travail est
requis.

4. Lorsque l'eau se transforme en glace la température du mélange eau+glace est constante à T_0

et $\delta Q_F = +dm_{\text{glace}} \times L$ ($\delta Q_F > 0$ car on reçoit de l'énergie de la glace qui se forme et donc $\delta Q_F > 0$)

donc le 2nd principe appliqué à la pompe à chaleur devient

$$0 = \frac{\delta Q_C}{T_C} + \frac{\delta Q_F}{T_0} \Rightarrow 0 = -C_1 \frac{dT_C}{T_C} + \frac{L}{T_0} dm_{\text{glace}}$$

on intègre $0 = -C_1 \ln\left(\frac{T_4}{T_3}\right) + \frac{L}{T_0} (m_2 - 0)$

donc
$$T_4 = T_3 \times \exp\left(\frac{L m_2}{C_1 T_0}\right)$$

$$T_4 = 294,4 \text{ K}$$

de même le 1^{er} principe devient $0 = \delta W - C_1 dT_C + dm_{\text{glace}} \times L$

on intègre $0 = W_2 - C_1 (T_4 - T_3) + m_2 L$

$$W_2 = C_1 (T_4 - T_3) - m_2 L$$

$$W_2 = 4,28 \cdot 10^9 \text{ J} \quad (W_2 > 0)$$

5. (a) on retrouve le fonctionnement du 3(a) et 3(b)

donc
$$0 = C_1 \ln\left(\frac{T_5}{T_4}\right) + C_2 \ln\left(\frac{T_2}{T_0}\right)$$

donc
$$T_5 = T_4 \times \left(\frac{T_0}{T_2}\right)^{C_2/C_1}$$

$$T_5 = 292,8 \text{ K}$$

et en réutilisant 3.(c)
$$W_3 = C_1(T_5 - T_4) + C_2(T_2 - T_0)$$

$$W_3 = 1,05 \cdot 10^9 \text{ J}$$

5.(b) par chauffage direct $W_4 = \Delta U = C_1(T_1 - T_5)$

$$W_4 = C_1(T_1 - T_5)$$

$$W_4 = 60,2 \cdot 10^9 \text{ J}$$

6. $W_{\text{tot}} = P \times \Delta t$

donc
$$\Delta t = \frac{W_1 + W_2 + W_3 + W_4}{P}$$

$$\Delta t = 0,329 \cdot 10^6 \text{ s}$$

$$\Delta t = 3 \text{ j } 19 \text{ h } 23 \text{ min } 20 \text{ s}$$