Travaux Dirigés du chapitre : 6.1 Modèle scalaire des ondes lumineuses

Partie : 6 Optique ondulatoire

Éléments de correction

1 Chemin optique et réfraction

1. Les trois lois de Snell-Descartes :
   - les rayons incident, réfracté, et réfléchi sont dans le même plan
   - l'angle incident et réfléchi sont égaux
   - l'angle incident et réfracté sont reliés par $n_1 \sin i = n_2 \sin r$
2. tracé
3. les chemins optiques (B_1A_2) et (A_1B_2) séparent deux surfaces d'onde donc ils sont identiques $(B_1A_2) = (A_1B_2)$
4. or $(B_1A_2) = n_1 \cos\left(\frac{\pi}{2} - i\right) A_1A_2$ et $(A_1B_2) = n_2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - r\right) A_1A_2$
   donc $n_1 \cos\left(\frac{\pi}{2} - i\right) A_1A_2 = n_2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - r\right) A_1A_2$
   donc $n_1 \sin i = n_2 \sin r$

2 Différence de marche vs différence d'amplitude

1. $\delta = \frac{xa}{D}$
   $x_0 = \frac{D\lambda_0}{2a}$
2. en $x = x_0$, $S_1M = \sqrt{D^2 + (x_0 - a/2)^2}$ et $S_2M = \sqrt{D^2 + (x_0 + a/2)^2}$
   or pour une onde sphérique $A \propto \frac{1}{r}$ donc $A_1 = \frac{A}{\sqrt{D^2 + (x_0 - a/2)^2}} \simeq \frac{A}{D}\left(1 - \frac{(x_0 - a/2)^2}{2D^2}\right)$
   et $A_2 = \frac{A}{\sqrt{D^2 + (x_0 + a/2)^2}} \simeq \frac{A}{D}\left(1 - \frac{(x_0 + a/2)^2}{2D^2}\right)$
   donc $\left|\frac{A_1 - A_2}{A_1 + A_2}\right| \simeq \frac{x_0 a}{2D^2} \simeq \frac{\lambda_0}{4D}$
3. lorsque $\delta = \frac{\lambda_0}{2}$ les ondes sont en opposition de phase, donc on passe d'interférence constructive ($\delta = 0$) à destructive ($\delta = \frac{\lambda_0}{2}$) l'influence de la variation de phase est importante,

pour ce même décalage x_0 on observe une variation relative d'amplitude de $\left|\frac{A_1 - A_2}{A_1 + A_2}\right| \simeq \frac{\lambda_0}{4D}$ or $\lambda_0 \simeq 600$ nm $\ll D \simeq 1$ m donc la variation d'amplitude est négligeable.

3 Fibre à saut d'indice

1. Pour que le rayon soit confiné on doit avoir réflexion totale du rayon dans le cœur sur le dioptre cœur/gaine optique.
   On a réflexion totale lorsqu'il n'y a plus de rayon réfléchi, donc lorsque la 3e loi de Snell-Descartes n'est plus vérifiée, soit $n_c \sin\theta \neq n_g \sin\theta'$.
   or θ' n'existe pas si $\sin\theta' > 1$ donc si $n_c \sin\theta > n_g$
   la condition est donc $\sin\theta > \frac{n_g}{n_c}$

2. Les surfaces d'onde sont des plans perpendiculaires aux rayons lumineux (Théorème de Malus) donc par exemple le plan passant par A, H_1, et H.
   Les points d'une même surface d'onde sont en phase.

3. Si les points A et H sont en phase alors $(AH) = k\lambda_0$ avec k un entier.
   or A et H appartiennent au même rayon optique donc $(AH) = n_c(AI + IH)$ avec I le point d'intersection de rayon avec le dioptre opposé entre le cœur et la gaine.
   Si on fait les symétrique de H et de A par rapport au dioptre cœur/gaine en I, on obtient un triangle $A\text{sym}(H)\text{sym}(A)$ rectangle en H,
   et dont on connait un angle au sommet $\text{sym}(\widehat{A)A\text{sym}}(H) = \theta$ et l'hypoténuse $\text{sym}(A)A = 2d$
   donc $A\text{sym}(H) = AI + IH = 2d\cos\theta$
   donc $\cos\theta = k\frac{\lambda_0}{2n_c d}$

4. Pour compter le nombre de modes possibles il faut compter le nombre de k entier qui vérifient les deux conditions donc
   $k = \frac{2n_c d}{\lambda_0}\cos\theta$
   donc $k = \frac{2n_c d}{\lambda_0}\sqrt{1 - \sin^2\theta}$
   donc $k < \frac{2n_c d}{\lambda_0}\sqrt{1 - \left(\frac{n_g}{n_c}\right)^2}$
   donc $k < \frac{2d}{\lambda_0}\sqrt{n_c^2 - n_g^2}$
   donc k peut prendre 107 valeurs

4 Traversée d'une lame à faces parallèles

1. $\sin\theta = n\sin\theta'$
2. $(AB) = nAB$ or AB est l'hypothénuse d'un triangle rectangle donc
   $(AB) = \frac{ne}{\cos\theta'}$

3. il s'agit des rayons en trait plein et pointillé sur la figure de l'énoncé
4. On trace les surfaces d'onde, et on remarque que la différence de marche est la différence de chemin optique entre (AB) et (HB) avec H le projeté orthogonal de A sur la droite en pointillé.

   $\delta = (AB) - (HB) = nAB - HB = nAB\left(1 - \dfrac{HB}{AB}\right) = AB\,(n - \cos(\theta - \theta'))$

   $\delta = AB(n - \cos\theta\cos\theta' - \sin\theta\sin\theta')$

   donc $\delta = AB(n - \cos\theta\cos\theta' - n\sin^2\theta')$

   donc $\delta = AB(n\cos^2\theta' - \cos\theta\cos\theta')$

   donc $\delta = \cos\theta' AB(n\cos\theta' - \cos\theta)$

   donc $\delta = e(n\cos\theta' - \cos\theta)$
5. Pour $\theta = 0$ on a aussi $\theta' = 0$ d'après les lois de Descartes donc $\delta = e(n-1)$.

   le développement limité en 0 à l'ordre 2 de $\cos u \simeq 1 - \dfrac{u^2}{2}$

   donc $\delta = e(n - n\dfrac{\theta'^2}{2} - 1 + \dfrac{\theta^2}{2})$

   et le développement limité à l'ordre 2 de $\sin u \simeq u$

   donc $\theta = n\theta'$ d'après les lois de Descartes

   donc $\delta = e(n - \dfrac{\theta^2}{2n} - 1 + n\dfrac{\theta^2}{2n})$

   donc $\delta = e(n-1)(1 + \dfrac{\theta^2}{2n})$
6. On est dans les conditions de Gauss pour des rayons peu écartés de l'axe optique et peu incliné par rapport à l'axe optique.

   Dans les conditions de Gauss les systèmes optiques vérifient les conditions de stigmatisme et d'aplanétisme.
7. Pour $\theta = 0$, on a aussi $\theta' = 0$ donc les rayons lumineux correspondent au cas étudié précédemment et $\delta = e(n-1) - d$ avec $e(n-1)$ pour la traversé du verre et $-d$ car S' est d plus proche de B.

   Or le chemin optique entre deux points conjugués par un système optique est constant donc $(SB) = (S'B)$ donc $\delta = e(n-1) - d = 0$ donc $d = e(n-1)$