TD φ 12 : Machines thermiques

Relier cours et exercices

Capacités et compétences du cours ...	... à appliquer dans ...
▶ Décrire le sens des échanges énergétiques pour un moteur ou un récepteur thermique ditherme.	▶ Tous les exercices
▶ Analyser un dispositif concret et le modéliser par une machine cyclique ditherme.	▶ Tous les exercices
▶ Définir un rendement ou une efficacité et la relier aux énergies échangées au cours d'un cycle.	▶ Tous les exercices

Savoir appliquer son cours

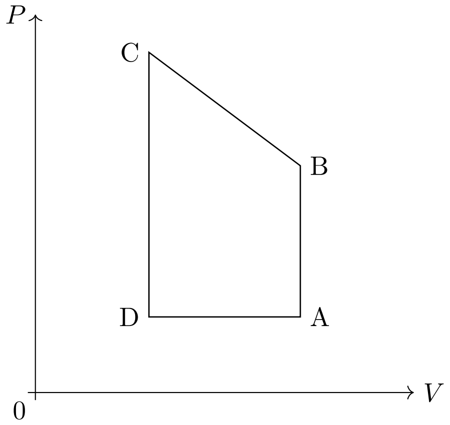
Exercice nº 1 : Calcul de rendement ★

Le chauffage d'une maison nécessite une puissance thermique égale à $\mathscr{P}_{\text{th}} = 15\,\text{kW}$. Il est assuré par une pompe à chaleur dont on suppose qu'elle fonctionne selon un cycle de Carnot réversible. Le moteur qui l'entraîne a un rendement ρ égal à 65%.

Sachant que la température de la maison est de $\theta_{\text{M}} = 19\,°\text{C}$ et que la température de la source froide utilisée par la pompe à chaleur est de $\theta_{\text{F}} = 4\,°\text{C}$, calculer la puissance électrique consommée par le moteur.

Exercice nº 2 : Le cœur ★

La circulation du sang dans l'organisme est assurée par le cœur, qui joue le rôle de pompe. Le cycle cardiaque, représenté dans un diagramme de Clapeyron $P = f(V)$ concerne le ventricule gauche du cœur, principale partie active du cœur d'un point de vue mécanique : le cycle est représenté sur le graphe de la figure ci-dessous qui décrit l'évolution de la pression et du volume du sang circulant dans ce ventricule :



$V_{\text{A}} = V_{\text{B}} = 150\,\text{cm}^3$; $V_{\text{C}} = V_{\text{D}} = 90\,\text{cm}^3$;
$P_{\text{A}} - P_0 = P_{\text{D}} - P_0 = 10\,\text{mmHg}$; $P_{\text{C}} - P_0 = 120\,\text{mmHg}$;
$P_{\text{B}} - P_0 = 80\,\text{mmHg}$; où $P_0 = 750\,\text{mmHg} = 1{,}013 \times 10^5\,\text{Pa}$ représente la pression atmosphérique.

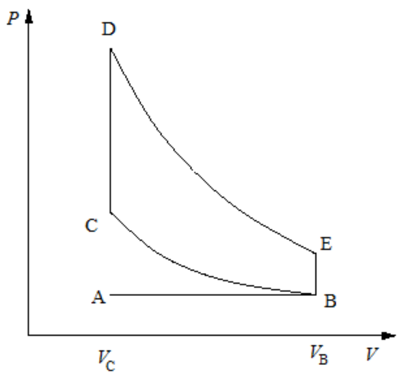
On supposera que le cycle est réversible.

1. Préciser, en justifiant rapidement la réponse, dans quel sens le cycle est décrit.
2. Déterminer littéralement puis numériquement, en fonction de V_{A}, V_{C}, P_{A}, P_{B} et P_{C} le travail fourni par le cœur au cours de chaque cycle.
3. Pour un cœur décrivant 70 cycles par minute, quelle est la puissance consommée par le cœur ?

Exercice nº 3 : Étude du cycle théorique du moteur à explosion : cycle Beau de Rochas ★★

Le moteur à explosion est décrit par ce cycle théorique dit « de Beau de Rochas ». Supposé réversible, ce cyle peut être modélisé de la façon suivante :

- de A à B : admission du mélange air-essence ;
  $T_{\text{B}} = 350\,\text{K}$, $P_{\text{B}} = 1{,}00 \times 10^5\,\text{Pa}$ et $V_{\text{B}} = 2{,}00 \times 10^{-3}\,\text{m}^3$.
- de B à C : compression adiabatique.
  On appelle taux de compression $\alpha = \dfrac{V_{\text{B}}}{V_{\text{C}}} = 8{,}4$.
- de C à D : combustion du mélange gazeux à volume constant ;
  $T_{\text{D}} = T_{\text{C}} + 2000$ (avec T_{C}, T_{D} températures en C et D du mélange, mesurées en Kelvin).
- de D à E : détente adiabatique.
- de E à B : refroidissement à volume constant.
- de B à A : échappement.



Un cycle représente donc 2 tours du moteur. On admet qu'au cours du cycle BCDEB, le fluide est assimilable à un gaz parfait dont le nombre de moles reste constant au cours des transformations (combustion comprise).

1. Calculer la masse du mélange gazeux. On donne la masse molaire du fluide : $M = 29\,\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$.
2. Sachant que $c_{\text{P}} = 1{,}0\,\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{g}^{-1}$, vérifier que le coefficient γ du gaz est 1,4.

3. Déterminer les volumes, pressions et température du gaz aux points B, C, D et E. Regrouper les résultats dans un tableau.
4. Bilan thermodynamique :
   (a) Donner les expressions littérales puis calculer les travaux et les quantités de chaleur échangés au cours de chaque transformation du cycle BCDEB.
   (b) Calculer le travail mis en jeu au cours du cycle.
   (c) Le moteur tourne à $3000\,\mathrm{tr}\cdot\mathrm{min}^{-1}$ (soit 1500 cycles par minute). Calculer la puissance théorique correspondante.
   (d) Cette quantité de chaleur est apportée par le carburant dont le pouvoir calorifique vaut $35\,\mathrm{kJ}\cdot\mathrm{g}^{-1}$, quelle est la masse de carburant admise à chaque cycle ?
5. Efficacité :
   (a) Préciser la quantité de chaleur reçue par le mélange gazeux au cours d'un cycle.
   (b) Calculer l'efficacité de ce cycle (ou rendement).

S'entraîner

Exercice n° 4 : Pompe à chaleur avec un gaz parfait ★★

Une pompe à chaleur effectue le cycle de Joule inversé suivant. L'ai pris dans l'état A de température T_0 et de pression P_0 est comprimé suivant une adiabatique quasistatique jusqu'au point B où il atteint la pression P_1. L'air est ensuite refroidi à pression constante et atteint la température finale de la source chaude T_1 correspondant à l'état C. L'air est encore refroidi dans une turbine suivant une détente adiabatique quasistatique pour atteindre l'état D de pression P_0. Il se réchauffe enfin à pression constante au contact de la source froide et retrouve son état initial.

L'air est considéré comme un gaz parfait de rapport de capacités thermiques $\gamma = 1,4$ indépendant de la température.

On pose $\beta = 1 - \dfrac{1}{\gamma}$ et $a = \dfrac{P_1}{P_0}$.

On prendre $T_0 = 283\,\mathrm{K}$, $T_1 = 298\,\mathrm{K}$, $a = 5$ et $R = 8{,}31\,\mathrm{J}\cdot\mathrm{K}^{-1}\cdot\mathrm{mol}^{-1}$.

1. Représenter le cycle parcouru par le gaz dans un diagramme (P, V).
2. En considérant que les adiabatiques quasistatiques peuvent être considérées comme réversibles. On rappelle alors que la loi de Laplace PV^{γ}=cste, s'applique. Donner la formule de Laplace relative à la pression et à la température.
3. En déduire l'expression des température T_B et T_D des états B et D en fonction de T_0, T_1, a et β. Préciser leurs valeurs numériques.
4. Exprimer l'efficacité e de la pompe à chaleur en fonction des transferts thermiques.
5. En déduire l'expression de e en fonction de a et de β. Donner sa valeur numérique.
6. Quelles doivent être les transformations du gaz si on fait fonctionner la pompe à chaleur suivant un cycle de Carnot réversible entre les température T_0 et T_1 ?
7. Établir l'expression de son efficacité e_r. Donner sa valeur numérique.
8. Comparer e et e_r. Proposer une explication à ce résultat.

Exercice n° 5 : Cycle de Stirling ★★

On considère une masse $m = 1{,}3\,\mathrm{g}$ de gaz parfait, de masse molaire $M = 29\,\mathrm{g}\cdot\mathrm{mol}^{-1}$. On note P_i la pression, V_i le volume et T_i la température absolue du gaz dans l'état A_i. L'état initial de ce gaz est défini par : $P_1 = 1{,}0 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$ et $V_1 = 1{,}0 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^3$. Il est soumis à un cycle de quatre transformations (cycle de Stirling) :

- $1 \to 2$: compression isotherme où le gaz échange de la chaleur avec une source froide,
- $2 \to 3$: transformation isochore jusqu'à l'état n° 3 : $V_3 = 2{,}0 \times 10^{-4}\,\mathrm{m}^3$ et $P_3 = 14{,}3 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$,
- $3 \to 4$: détente isotherme où le gaz échange de la chaleur avec une source chaude,
- $4 \to 1$: transformation isochore.

1. Calculer les paramètres thermodynamiques manquants dans chaque état.
2. Représenter l'allure du cycle dans les axes de Clapeyron (V, P).
3. Exprimer puis calculer les travaux échangés au cours de chaque transformation. En déduire le travail total échangé au cours du cycle. Commenter son signe.
4. Exprimer les quantités de chaleur échangées au cours de chaque transformation, ainsi que la quantité de chaleur totale.
5. Vérifier l'application du premier principe au cours du cycle.
6. Définir le rendement du moteur de Stirling η. Établir l'expression de ce rendement en fonction des deux températures T_1 et T_3. Le calculer.

Exercice n° 6 : Moteur thermique ★★

Soit un cycle de machine thermique, réalisé avec un mélange gazeux assimilé à un gaz parfait diatomique. On notera P_i la pression, V_i le volume et T_i la température absolue du gaz dans l'état $\mathrm{A_i}$.

L'état initial A_1 est défini par : $P_1 = 1{,}00 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$; $V_1 = 2{,}00\,\mathrm{L}$; $T_1 = 293\,\mathrm{K}$.

À partir de l'état initial A_1 qui vient d'être défini, le gaz subit quatre transformations réversibles :

- De A_1 à A_2, compression adiabatique et réversible du gaz jusqu'à la pression $P_2 = 10\ P_1$.
- De A_2 à A_3, transformation à pression constante au cours de laquelle le gaz reçoit une quantité de chaleur $Q' = 1{,}45\,\text{kJ}$.
- De A_3 à A_4, détente adiabatique et réversible jusqu'au volume initial V_1.
- De A_4 à A_1, le gaz est refroidi à volume constant.

1. Étude du cycle.
   (a) Calculer la masse de gaz utilisée. On prendra comme masse molaire : $M = 29\,\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$.
   (b) On considère que pour le gaz parfait utilisé, la capacité thermique massique à volume constant est en tout point du cycle constante et égale à $c_v = \dfrac{5R}{2M}$. Déterminer le rapport γ des capacités thermiques massiques à pression constante et volume constant.
   (c) Déterminer les coordonnées thermodynamiques : pression, volume et température des états A_2, A_3, A_4.
   (d) Tracer l'allure de ce cycle dans les axes de Clapeyron.
2. Étude de l'efficacité du cycle.
   (a) Calculer la quantité de chaleur Q'', échangée au cours de la transformation A_4 à A_1.
   (b) En déduire l'énergie mécanique échangée entre le gaz et le milieu extérieur au cours d'un cycle.
   (c) Préciser le caractère moteur ou récepteur du cycle.
   (d) Exprimer et calculer l'efficacité η du cycle.
   (e) On considère un cycle de Carnot (ensemble de deux transformations réversibles isothermes et deux transformations réversibles adiabatiques) fonctionnant entre les mêmes températures extrêmes T_1 et T_3. Établir l'expression de son efficacité η_C. Le comparer à l'efficacité du cycle précédent.

Exercice n° 7 : Cycle d'Erricson 🕓 ★★

Ce moteur a été mis au point par J. Erricson pour des moteurs à air destinés à la propulsion navale. Il fait décrire à une masse m d'air (considérée comme un gaz parfait pour lequel $\gamma = 1{,}4$) un cycle moteur composé des transformations réversibles suivantes :

- de A à B : compression isotherme, le fluide étant en contact avec une source froide à la température T_F ;
- de B à C : détente isobare à la pression P_2 ;
- de C à D : détente isotherme, le fluide est en contact avec la source chaude à la température T_C ;
- de D à A : compression isobare à la pression $P_1 < P_2$.

1. Exprimer le travail et la chaleur échangés par l'air au cours de ces quatre étapes en fonction de T_F, T_C, P_1 et P_2.
2. En déduire le rendement du cycle en fonction de T_F, T_C, P_1 et P_2.
3. *Application numérique* : calculer le rendement pour $T_F = 300\,\text{K}$, $T_C = 900\,\text{K}$, $P_1 = 1\,\text{bar}$ et $P_2 = 4\,\text{bar}$.

Exercice n° 8 : Question ouverte 1 : centrale nucléaire 🕓 ★★

La centrale nucléaire de Chinon est située en bord de Loire, environ 25 km en amont de Saumur. Sur le site se trouvent 4 réacteurs à eau pressurisée (REP) d'une puissance unitaire de 900 MW. En prenant un rendement réel du réacteur à 60 % du rendement théorique maximal, estimer la variation de température du fleuve en aval de la centrale lorsque les 4 réacteurs fonctionnent au maximum de leur puissance.

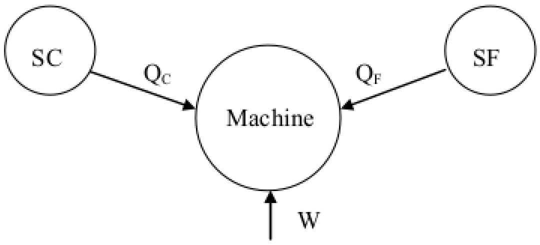
Exercice n° 9 : Question ouverte 2 : mise en route d'un réfrigérateur 🕓 ★★

À l'arrêt, un réfrigérateur est en équilibre thermique avec l'atmosphère d'un local à la température de 20 °C. La capacité thermique du réfrigérateur est $C = 80\,\text{kJ}\cdot\text{K}^{-1}$. On met alors le réfrigérateur en service. Celui-ci fonctionne de manière réversible. La température intérieure atteint 5,0 °C en quarante minutes.
Calculer les transferts thermiques reçus par le fluide frigorifique de la part des sources pendant cette durée.
Déterminer la puissance mécanique $\mathscr{P}_m$ reçue par le fluide frigorifique circulant dans le réfrigérateur.

Un sujet de concours

Exercice n° 10 : Machine thermique et principes de la thermodynamique – G2E 2013 🕓 ★★★

Au quotidien, nous utilisons l'énergie sous différentes formes et avec différents appareils.
Dans ce problème, nous allons nous intéresser au fonctionnement de machines motrices et réceptrices dont le rôle est de transformer une forme d'énergie en une autre, notamment mécanique et thermique, et bien sûr électrique.
La machine thermique imaginée par Carnot en 1824 fonctionne, de façon cyclique, au contact de deux thermostats appelés aussi sources de chaleur dont la température est considérée comme constante. L'objectif de Carnot fut d'optimiser le rendement et l'efficacité de ces machines.



Les notations utilisées sont les suivantes :
- W : transfert mécanique ou travail échangé entre la machine et l'extérieur.
- Q : transfert thermique ou chaleur échangée entre la machine et l'extérieur.
- SC : source chaude à la température T_C, échange la chaleur Q_C avec la machine.
- SF : source froide à la température T_F, échange la chaleur Q_F avec la machine.

Par convention $T_\mathrm{C} > T_\mathrm{F}$.

W, Q_C et Q_F seront donc positifs lorsque la machine reçoit de l'énergie et négatifs lorsqu'elle cède de l'énergie à l'extérieur.

1. Préciser les signes de W, Q_C, Q_F pour le fonctionnement de trois types de machines : moteur (M), réfrigérateur (RF) et pompe à chaleur (PAC).
2. Définir, en fonction de Q_C, Q_F et W, le rendement η du moteur, ainsi que les efficacités e_RF et e_PAC du réfrigérateur et de la pompe à chaleur.
3. (a) Si l'évolution des machines est réversible, exprimer les relations données par les deux principes de la thermodynamique. On rappelle que chaque machine fonctionne de façon cyclique.
   (b) En déduire, dans cette évolution réversible, le rendement de Carnot η_C et les efficacités e_RF et e_PAC en fonction des températures.

On souhaite maintenir la température d'une habitation (H) à la température $T_\mathrm{H} = 293\,\mathrm{K}$, alors que la température de l'extérieur (E) est égale à $T_\mathrm{E} = 273\,\mathrm{K}$.

Pour cela on doit fournir à la maison la puissance thermique $\Phi = 12\,\mathrm{kW}$ qui correspond aux pertes thermiques. On propose dans cette partie de comparer différents procédés de chauffage.

5. On chauffe directement la maison en utilisant du bois comme combustible. Déterminer la masse m_B de bois consommée par heure sachant que le pouvoir calorifique du bois est : $q_\mathrm{B} = 18\,\mathrm{MJ \cdot kg^{-1}}$.
6. On utilise maintenant une PAC fonctionnant réversiblement.
   (a) Calculer l'efficacité e_1 de la PAC.
   (b) En déduire la puissance électrique du moteur alimentant la PAC.
7. On imagine maintenant que le bois est utilisé pour maintenir la température $T = 573\,\mathrm{K}$, d'un réservoir (R) qui sert de SC à un moteur dont la SF est constituée par l'habitation (H). Le travail fourni par le moteur est intégralement transformé en énergie électrique.
   Celle-ci sert à alimenter une PAC fonctionnant réversiblement entre (H) qui sert de SC et (E) qui sert de SF. Le schéma de fonctionnement est celui de la Figure 1.
   On note Q la quantité de chaleur fournie par le bois et transmise au moteur par l'intermédiaire du réservoir.

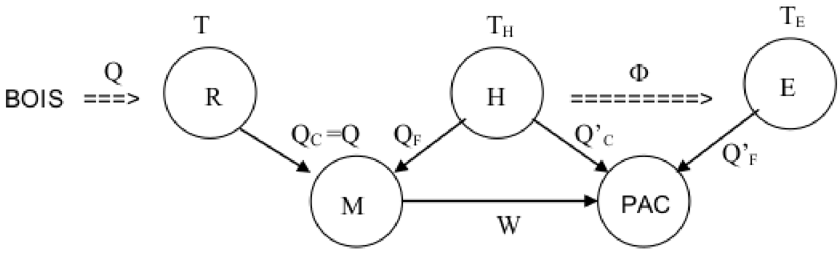


Figure 1

   (a) Préciser les signes de Q_C, Q'_C, Q_F, Q'_F et de W.
   (b) Exprimer, en fonction de Q et des températures, la chaleur Q_H reçue par l'habitation de la part des deux machines (M et PAC), qui fonctionnent de façon réversible.
   (c) En déduire la masse m'_B de bois consommée par heure. Comparer m'_B et m_B.

Corrections

Correction de l'exercice n° 1 « Calcul de rendement »:

Le dispositif peut être représenté de la façon suivante :

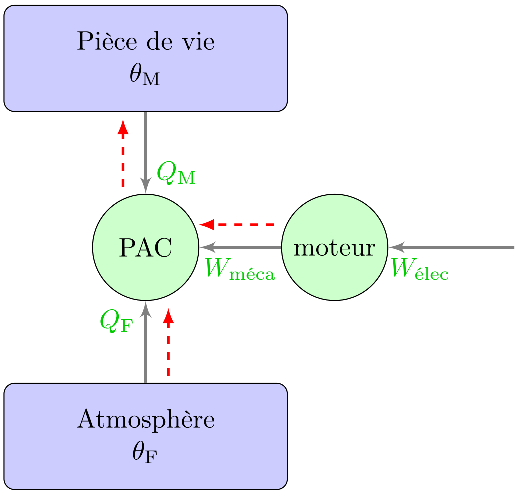


Figure 2. Principe de fonctionnement d'un réfrigérateur.

Considérons le système {fluide de la pompe à chaleur} décrivant des cycles. Le premier principe de la thermodynamique appliqué au système au cours d'un cycle donne la relation suivante :

$$\Delta U = 0 = W_{\text{méca}} + Q_F + Q_M \Leftrightarrow W_{\text{méca}} = -Q_F - Q_M$$

Et le second appliqué à l'Univers s'écrit (égalité de Clausius, le fonctionnement étant réversible) :

$$\Delta S = \frac{-Q_F}{T_F} + \frac{-Q_M}{T_M} = 0 \Leftrightarrow \frac{Q_F}{T_F} + \frac{Q_M}{T_M} = 0 \Leftrightarrow \frac{Q_M}{Q_F} = -\frac{T_M}{T_F}$$

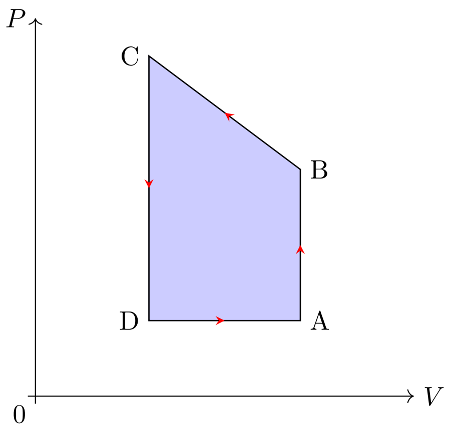
L'efficacité de la pompe à chaleur vaut :

$$e_{\text{PAC}} \overset{\text{déf.}}{=} \left|\frac{-Q_M}{W_{\text{méca}}}\right| \overset{\text{ou}}{=} \left|\frac{-\mathscr{P}_{\text{th}}}{\mathscr{P}_{\text{méca}}}\right| = \frac{Q_M}{Q_M + Q_F} = \frac{1}{1 + \dfrac{Q_F}{Q_M}} = \frac{T_M}{T_M - T_F} = 19{,}5$$

Sachant que $\rho = \left|\dfrac{\mathscr{P}_{\text{méca}}}{\mathscr{P}_{\text{élec}}}\right| = \left|\dfrac{W_{\text{méca}}}{W_{\text{élec}}}\right| = 0{,}65$, on en déduit la puissance électrique consommée par le moteur :

$$\mathscr{P}_{\text{élec}} = \frac{\mathscr{P}_{\text{méca}}}{\rho} = \frac{\mathscr{P}_{\text{th}}}{e_{\text{PAC}} \times \rho} = \frac{\mathscr{P}_{\text{th}}\,(T_M - T_F)}{T_M \times \rho} = \frac{15 \times 10^3 \times 15}{0{,}65 \times 292} = 1{,}19\,\text{kW}$$

Correction de l'exercice n° 2 « Le cœur »:



1. Le système étudié ici, qui décrit des cycles, est le {sang}. Une pompe est un récepteur : il reçoit du travail au cours du cycle, $W > 0$. Le cycle est donc parcouru dans le sens trigonométrique.
2. Le travail fourni par le cœur au {sang} est égal à l'aire du cycle :

$$\begin{aligned} W = \mathscr{A} &= (P_B - P_A) \times (V_A - V_D) + \frac{1}{2}(P_C - P_B) \times (V_A - V_D) \\ &= \left(\frac{P_B + P_C}{2} - P_A\right) \times (V_A - V_D) \overset{\text{déf.}}{=} 7{,}3 \times 10^{-1}\,\text{J} \end{aligned}$$

3. On en déduit aisément la puissance consommée par le cœur :

$$\mathscr{P} = W \times \frac{70}{60} = 8{,}5 \times 10^{-1}\,\text{W}$$

☺ Correction de l'exercice n° 3 « Étude du cycle de Beau de Rochas »:

1. Appliquons l'équation d'état au gaz supposé parfait dans l'état B : $P_B V_B = nRT_B \Leftrightarrow m = \dfrac{P_B V_B M}{RT_B} = 2{,}0\,\text{g}$.
2. Pour un gaz parfait, $c_P = \dfrac{R\gamma}{M(\gamma-1)} \Leftrightarrow \dfrac{\gamma-1}{\gamma} = \dfrac{R}{Mc_P} \Leftrightarrow \gamma = \dfrac{1}{1-\dfrac{R}{Mc_P}} \overset{\text{A.N.}}{=} 1{,}4$.
3.
   - B → C : $V_C = \dfrac{V_B}{\alpha} \overset{\text{A.N.}}{=} 2{,}38\times10^{-4}\,\text{m}^3$; Loi de Laplace : $P_B V_B^\gamma = P_C V_C^\gamma \Leftrightarrow P_C = P_B \alpha^\gamma \overset{\text{A.N.}}{=} 19{,}7\times10^5\,\text{Pa}$ puis $T_C \overset{\text{EEGP}}{=} 817\,\text{K}$.
   - C → D : $V_D = V_C$; $T_D = 2817\,\text{K}$; $P_D \overset{\text{EEGP}}{=} 67{,}8\times10^5\,\text{Pa}$.
   - D → E : $V_E = V_B = \alpha V_D$; Loi de Laplace : $P_D V_D^\gamma = P_E V_E^\gamma \Leftrightarrow P_E = P_D \alpha^{-\gamma} \overset{\text{A.N.}}{=} 3{,}44\times10^5\,\text{Pa}$; $T_E \overset{\text{EEGP}}{=} 1202\,\text{K}$.
4. (a)
   - B → C : $Q(\text{B}\to\text{C}) = 0$ et $W(\text{B}\to\text{C}) = \Delta U_{BC} = \dfrac{mR}{M(\gamma-1)}(T_C - T_B) \overset{\text{A.N.}}{=} 6{,}69\times10^2\,\text{J}$;
   - C → D : $W(\text{C}\to\text{D}) = 0$ et $Q(\text{C}\to\text{D}) = \Delta U_{CD} = \dfrac{mR}{M(\gamma-1)}(T_D - T_C) \overset{\text{A.N.}}{=} 2{,}86\times10^3\,\text{J}$;
   - D → E : $Q(\text{D}\to\text{E}) = 0$ et $W(\text{D}\to\text{E}) = \Delta U_{DE} = \dfrac{mR}{M(\gamma-1)}(T_E - T_D) \overset{\text{A.N.}}{=} -2{,}31\times10^3\,\text{J}$;
   - E → B : $W(\text{E}\to\text{B}) = 0$ et $Q(\text{E}\to\text{B}) = \Delta U_{EB} = \dfrac{mR}{M(\gamma-1)}(T_E - T_B) \overset{\text{A.N.}}{=} -1{,}22\times10^3\,\text{J}$.

   (b) Donc $W_{\text{cycle}} = -1{,}64\times10^3\,\text{J} < 0$: c'est bien un moteur.

   (c) Le moteur effectue donc $\dfrac{1500}{60} = 25$ cycles par seconde.
   Il fournit donc une puissance $P = 25\times1{,}64\times10^3 = 41\,\text{kW}$.

   (d) Soit m_C la masse de carburant admise à chaque cycle. Ainsi, $-W_{\text{cycle}} = m_C \times q_C$ où q_C est le pouvoir calorifique du carburant. Donc $m_C = -\dfrac{W_{\text{cycle}}}{q_C} = 46{,}8\,\text{mg}$ à chaque cycle.
5. (a) Pour trouver la quantité de chaleur reçue par le mélange gazeux au cours d'un cycle en provenance de la source chaude, il faut faire la somme des transferts thermiques positifs : $Q_C = Q_{CD} = 2{,}86\times10^3\,\text{J}$.

   (b) Donc le rendement du moteur vaut : $\eta = \dfrac{-W_{\text{cycle}}}{Q_{CD}} \overset{\text{A.N.}}{=} 0{,}57 = 57\%$.

☺ Correction de l'exercice n° 4 « Pompe à chaleur avec un gaz parfait »:

1. Représentons le cycle en coordonnées de Clapeyron :

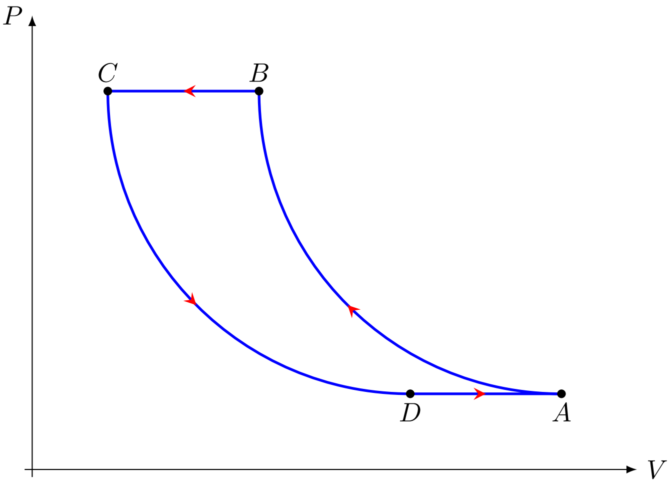


Figure 3. Représentation du cycle d'Erricson dans le diagramme de Claypeyron.

2. La relation de Laplace qui relie P et T se déduit de la loi de Laplace PV^γ=cste et de l'EEGP :
$$P^{1-\gamma}T^\gamma = \text{cste}$$
3. On applique la relation de Laplace à la transformation AB et on obtient
$$\begin{cases} T_B = T_0 a^\beta = 448\,\text{K} \\ T_D = T_1 a^{-\beta} = 188\,\text{K} \end{cases}$$
4. L'efficacité est définie par $e = -\dfrac{Q_{BC}}{W} = \dfrac{Q_{BC}}{Q_{BC}+Q_{DA}}$ (en appliquant le premier principe $\Delta U = 0$ sur un cycle).
5. Les transformations BC et DA sont isobares donc leurs transferts thermiques sont identifiables à la variation d'enthalpie du système, soit en tenant compte du caractère parafit du gaz (loi de Joule) :
$$\begin{cases} Q_{BC} = C_P(T_C - T_B) \\ Q_{DA} = C_P(T_A - T_D) \end{cases}$$
On reporte alors dans l'expression de l'efficacité e et on en déduit :
$$e = \frac{1}{1-a^{-\beta}} \overset{\text{A.N.}}{=} 2,71$$
6. Le cycle de Carnot est composés de deux transformations adiabatiques réversibles et de deux transformations isothermes au cours desquelles ont lieu les transferts thermiques.
7. Pour ce cycle réversible, le calcul du cours montre que $e_r = \dfrac{T_1}{T_1 - T_0} = 19,9$
8. On a donc $e < e_r$, parce que le cylce décrit n'est pas réversible : dans les transformations BC et CD le gaz est mis en contact avec la source (chaude ou froide) alors que sa température n'est pas égale à celle de la source, il y a donc irréversibilité thermique.

☺ Correction de l'exercice n° 6 « Moteur thermique »:

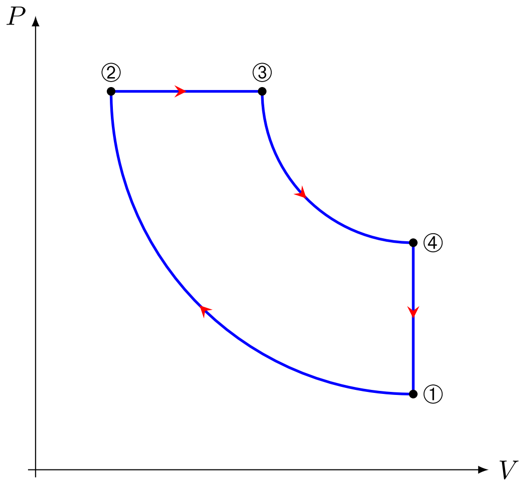


Figure 4. Représentation du cycle dans le diagramme de Claypeyron.

1. (a) À l'état initial, on peut écrire : $P_1V_1 = \frac{m}{M}RT_1 \Leftrightarrow m = \frac{P_1V_1M}{RT_1} = 2{,}38 \times 10^{-3}\,\text{kg}$.

   (b) On sait que $c_v = \frac{5R}{2M} = \frac{R}{M(\gamma-1)} \Leftrightarrow \frac{2}{5} = \gamma - 1 \Leftrightarrow \gamma = \frac{7}{5} = 1{,}4$.

   (c)
   - $A_1 \to A_2$: adiabatique réversible. On peut donc appliquer la loi de Laplace :
     $P_1V_1^\gamma = P_2V_2^\gamma \Leftrightarrow V_2 = V_1 \times \left(\frac{1}{10}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \overset{\text{A.N.}}{=} 3{,}86 \times 10^{-1}\,\text{L}$ et $T_2 \overset{\text{EEGP}}{=} \frac{P_2V_2}{nR} = 10T_1 \times \frac{V_2}{V_1} \overset{\text{A.N.}}{=} 566\,\text{K}$
   - $A_2 \to A_3$: échauffement isobare. Donc $P_3 = P_2 = 10P_1 = 1{,}00 \times 10^6\,\text{Pa}$.
     La transformation est isobare donc : $\Delta H = m\gamma c_v (T_3 - T_2) = Q''$. D'où $T_3 = 1173\,\text{K}$.
     Enfin, $V_3 = \frac{mRT_3}{P_3M} = 8{,}00 \times 10^{-1}\,\text{L}$.
   - $A_3 \to A_4$: nouvelle adiabatique réversible : on peut également appliquer la loi de Laplace :

$$P_3V_3^\gamma = P_4V_4^\gamma = P_4V_1^\gamma \Leftrightarrow P_4 = 10P_1 \times \left(\frac{V_3}{V_1}\right)^\gamma = 2{,}77 \times 10^5\,\text{Pa}$$

$$T_3V_3^{\gamma-1} = T_4V_4^{\gamma-1} = T_4V_1^{\gamma-1} \Leftrightarrow T_4 = T_3 \times \left(\frac{V_3}{V_1}\right)^{\gamma-1} = 813\,\text{K}$$

2. (a) $A_4 \to A_1$: refroidissement isochore. D'après le premier principe appliqué au fluide sur cette transformation, $Q'' = \Delta U_{41} = mc_v (T_1 - T_4) = -8{,}87 \times 10^2\,\text{J}$ d'après la première loi de Joule.

   (b) Le premier principe appliqué au fluide sur un cycle s'écrit :

$$\Delta U = 0 = W + Q' + Q'' \Leftrightarrow W = -Q' - Q'' = -5{,}63 \times 10^2\,\text{J}$$

   (c) $W < 0$: le cycle est moteur.

   (d) $\eta = \frac{\text{utile}}{\text{fourni}} = \frac{-W}{Q'} = \frac{563}{1450} = 0{,}388 \simeq 39\%$.

   (e) cf. cours. $\eta_C = 1 - \frac{T_1}{T_3} = 1 - \frac{293}{1173} = 0{,}75 = 75\% > \eta$. Le cycle réel n'est pas réversible.

☺ Correction de l'exercice n° 7 « Cycle d'Erricson »:

Représentons le cycle en coordonnées de Clapeyron :

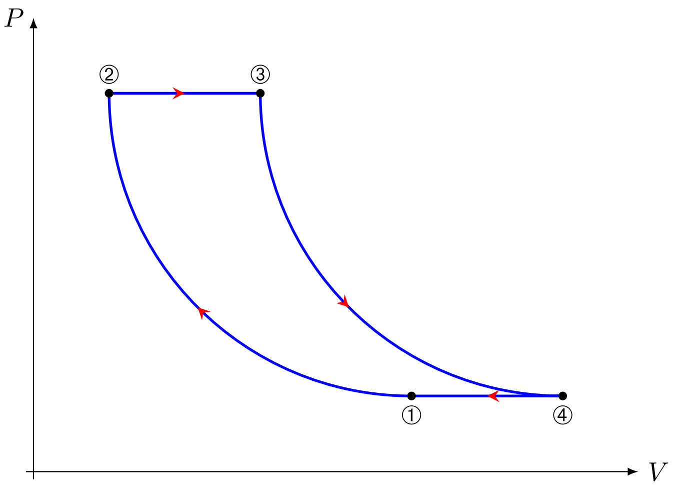


FIGURE 5. Représentation du cycle d'Erricson dans le diagramme de Claypeyron.

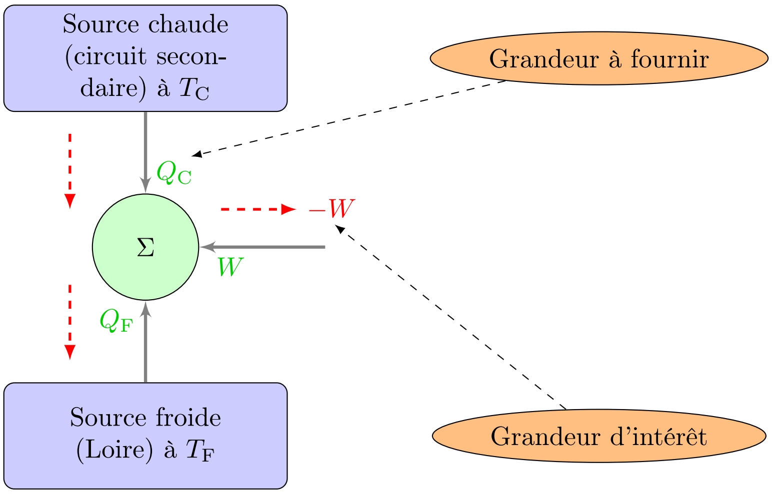
1. Le cycle est réversible, donc pour chaque étape, $P = P_{\text{ext}}$. On peut alors calculer le travail pour chaque étape :
   - de A à B : isotherme, $W\left(\text{A} \rightarrow \text{B}\right) = \int -P\text{d}V = \int_{V_\text{A}}^{V_\text{B}} -nRT_\text{F} \times \dfrac{\text{d}V}{V} = -nRT_\text{F} \ln\left[\dfrac{V_\text{B}}{V_\text{A}}\right]$.
     Or (isotherme), $P_\text{A}V_\text{A} = P_\text{B}V_\text{B} \Leftrightarrow \dfrac{V_\text{B}}{V_\text{A}} = \dfrac{P_\text{A}}{P_\text{B}}$. Donc $W\left(\text{A} \rightarrow \text{B}\right) = +nRT_\text{F} \ln\left[\dfrac{P_\text{B}}{P_\text{A}}\right] = nRT_\text{F} \ln\left[\dfrac{P_2}{P_1}\right] > 0$;
   - de B à C : isobare, $W\left(\text{B} \rightarrow \text{C}\right) = -P_2\left(V_\text{C} - V_\text{B}\right) \overset{\text{EE}}{=} nR\left(T_\text{F} - T_\text{C}\right) < 0$;
   - de C à D : isotherme, $W\left(\text{C} \rightarrow \text{D}\right) = -nRT_\text{C} \ln\left[\dfrac{V_\text{D}}{V_\text{C}}\right] = nRT_\text{C} \ln\left[\dfrac{P_1}{P_2}\right] < 0$;
   - de D à A : isobare, $W\left(\text{D} \rightarrow \text{A}\right) = -P_1\left(V_\text{A} - V_\text{D}\right) \overset{\text{EE}}{=} nR\left(T_\text{C} - T_\text{F}\right) > 0$;

   Et enfin la chaleur échangée :
   - de A à B : isotherme, $\Delta U_{\text{AB}} = 0 \Leftrightarrow Q\left(\text{A} \rightarrow \text{B}\right) = -W\left(\text{A} \rightarrow \text{B}\right) = -nRT_\text{F} \ln\left[\dfrac{P_2}{P_1}\right] < 0$;
   - de B à C : isobare, $Q\left(\text{B} \rightarrow \text{C}\right) = \Delta H_{\text{BC}} = \dfrac{nR\gamma}{\gamma - 1}\left(T_\text{C} - T_\text{F}\right) > 0$;
   - de C à D : isotherme, $Q\left(\text{C} \rightarrow \text{D}\right) = -W\left(\text{C} \rightarrow \text{D}\right) = -nRT_\text{C} \ln\left[\dfrac{P_1}{P_2}\right] > 0$;
   - de D à A : isobare, $Q\left(\text{D} \rightarrow \text{A}\right) = \Delta H_{\text{DA}} = \dfrac{nR\gamma}{\gamma - 1} nR\left(T_\text{F} - T_\text{C}\right) < 0$;
2. Il s'agit bien d'un moteur car $W_{\text{cycle}} = \sum W_i = W\left(\text{A} \rightarrow \text{B}\right) + W\left(\text{C} \rightarrow \text{D}\right) = nR \ln\left[\dfrac{P_2}{P_1}\right]\left(T_\text{F} - T_\text{C}\right) < 0$. Donc par définition, le rendement du cycle s'écrit :

$$\eta = \frac{-W_{\text{cycle}}}{\sum Q_i > 0} = \frac{\cancel{nR} \ln\left[\dfrac{P_2}{P_1}\right]\left(T_\text{C} - T_\text{F}\right)}{\dfrac{\cancel{nR}\gamma}{\gamma - 1}\left(T_\text{C} - T_\text{F}\right) + \cancel{nR}T_\text{C} \ln\left[\dfrac{P_2}{P_1}\right]} \overset{\text{A.N.}}{=} 24{,}8\,\%$$

Correction de l'exercice n° 8 « Question ouverte 1 : centrale nucléaire »:

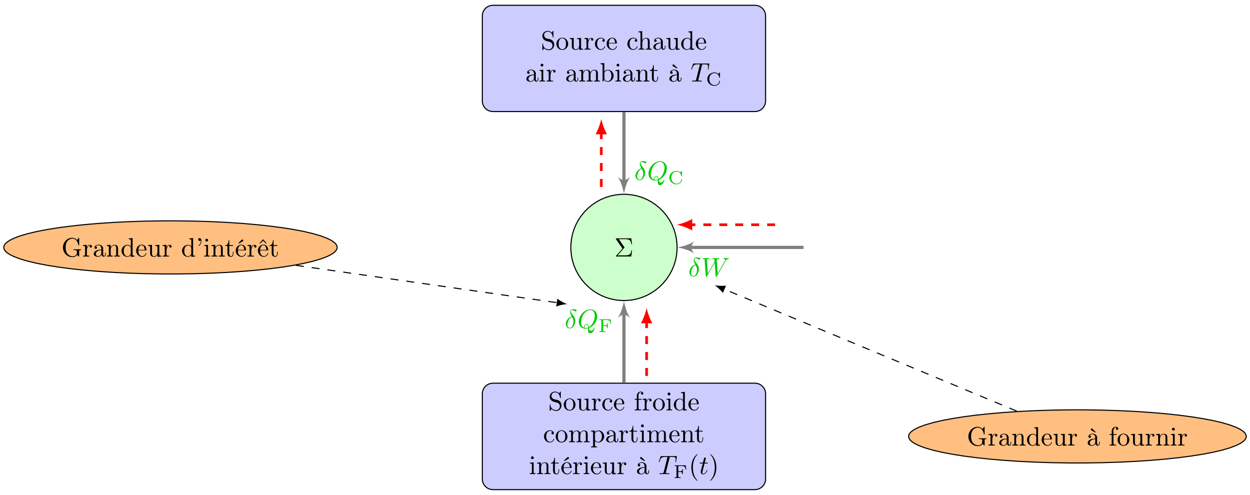
- Analyser et s'approprier l'énoncé : la centrale est une machine thermique, fonctionnant entre deux sources de chaleur :
  - source chaude (circuit secondaire) à $T_\mathrm{C} = 306\,°\mathrm{C} \simeq 600\,\mathrm{K}$;
  - source froide (fleuve) à $T_\mathrm{F} = 15\,°\mathrm{C} \simeq 300\,\mathrm{K}$ et de débit volumique moyen $D_\mathrm{V} = 5{,}0 \times 10^2\,\mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{s}^{-1}$.



- Modéliser en raisonnant sur un réacteur :
  - *déterminer le rendement (max) de Carnot* (à redémontrer) :
    $\rho_\mathrm{C} = 1 - \dfrac{T_\mathrm{F}}{T_\mathrm{C}} \overset{\text{A.N.}}{=} 50\,\%$. Donc rendement réel : $\rho = 0{,}60 \times \rho_\mathrm{C} = 0{,}30$.
  - *estimer la puissance thermique reçue de la source chaude* (définition du rendement) :
    $\mathscr{P}_\mathrm{C} = \dfrac{-\mathscr{P}_\mathrm{m}}{\rho} = \dfrac{900}{0{,}30} = 3{,}0\,\mathrm{GW}$.
  - *en déduire la puissance thermique cédée à la source froide* (bilan énergétique, ici en puissance) :
    $\mathscr{P}_\mathrm{F} = -\mathscr{P}_\mathrm{m} - \mathscr{P}_\mathrm{C} = 0{,}9 - 3 = -2{,}1\,\mathrm{GW}$ par réacteur, soit une puissance totale cédée de $8{,}4\,\mathrm{GW}$.
  - *faire un bilan de puissance sur l'eau du fleuve* :
    Le fleuve reçoit $-\mathscr{P}_\mathrm{F} = D_\mathrm{m} c_\mathrm{p} \Delta\theta$ (loi de Joule en puissance pour une phase condensée) avec $D_\mathrm{m} = \mu_\mathrm{eau} D_\mathrm{V}$ le débit massique.
    En effet, $-\mathscr{P}_\mathrm{F} = -\dfrac{\delta Q_\mathrm{F}}{\mathrm{d}t}$ où $-\delta Q_\mathrm{F}$ est le transfert thermique élémentaire reçu par $\mathrm{d}m$, masse d'eau élémentaire de la Loire, dont la température varie de $\Delta\theta$. D'après la loi de Joule, $-\delta Q_\mathrm{F} = \mathrm{d}m\, c_\mathrm{p} \Delta\theta$.
    Ainsi, on a bien $-\dfrac{\delta Q_\mathrm{F}}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}m\, c_\mathrm{p} \Delta\theta}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} c_\mathrm{p} \Delta\theta = D_\mathrm{m} c_\mathrm{p} \Delta\theta = \mu_\mathrm{eau} D_\mathrm{V} c_\mathrm{p} \Delta\theta$.
    Numériquement, $\Delta\theta = \dfrac{-\mathscr{P}_\mathrm{F}}{\mu D_\mathrm{V} c_\mathrm{p}} \overset{\text{A.N.}}{=} \dfrac{8{,}4 \times 10^9}{10^3 \times 5 \times 10^2 \times 4{,}2 \times 10^3} = 4\,°\mathrm{C}$, soit $1\,°\mathrm{C}$ par réacteur.
- Commenter :
  l'opérateur de la centrale (l'électricien EDF) n'utilise jamais la centrale à pleine puissance car l'impact environnemental est trop fort. Il doit par ailleurs surveiller le niveau du fleuve (plus D_V est faible, plus $\Delta\theta$ est grand). Ainsi, en été en cas de sécheresse, la centrale peut être contrainte d'être mise à l'arrêt.
  Les centrales situées sur les littoraux sont moins soumises à cette contrainte, l'océan jouant un « vrai » rôle de thermostat.

☺ Correction de l'exercice n° 9 « Question ouverte 2 : mise en route d'un réfrigérateur »:

- Analyser et s'approprier le problème : on se place ici en régime transitoire, la température de la source froide va varier, le fonctionnement du fluide n'est pas rigoureusement cyclique. Pour que l'approximation soit acceptable, on va travailler sur un cycle élémentaire sur lequel on pourra considérer que la température T_{F} n'a pas varié.
- Modéliser :
  - *Faire un schéma et introduire des grandeurs* : sur un cycle (élementaire) de durée (élémentaire) dt, le fluide reçoit δQ_{F} de la source froide (de température $T_{\mathrm{F}}(t)$ à l'instant t) et δQ_{C} de la source chaude (air ambiant) :



  - *Formuler des hypothèses* : les cycles sont réversibles, donc on peut supposer que les évolutions sont lentes.
  - Du point de vue de la source froide : $\delta Q_{\mathrm{F}} = -C\mathrm{d}T_{\mathrm{F}}$.
  - Jusqu'à l'état final : $Q_{\mathrm{F}}^{\mathrm{tot}} = \int \delta Q_{\mathrm{F}} = -C\left(T_{\mathrm{F}}^{\infty} - T_{\mathrm{C}}\right) = -80 \times (5 - 20) = 1{,}20\,\mathrm{MJ}$.

— À chaque cycle élémentaire, d'après l'égalité de Clausius (fonctionnement supposé réversible), et du point de vue de la source chaude : $\delta Q_{\mathrm{C}} = -\dfrac{T_{\mathrm{C}}}{T_{\mathrm{F}}(t)}\delta Q_{\mathrm{F}} = C \cdot T_{\mathrm{C}}\dfrac{\mathrm{d}T_{\mathrm{F}}}{T_{\mathrm{F}}}$.

— Jusqu'à l'état final : $Q_{\mathrm{C}}^{\mathrm{tot}} = \int \delta Q_{\mathrm{C}} = C \cdot T_{\mathrm{C}} \ln\left(\dfrac{T_{\mathrm{F}}^{\infty}}{T_{\mathrm{C}}}\right) = -1{,}23\,\mathrm{MJ}$.

— On peut en déduire le travail mécanique W_{tot} puis la puissance mécanique $\mathscr{P}_{\text{méca}}$ reçue par l'appareil : 1^er^ principe : $W_{\mathrm{tot}} = -Q_{\mathrm{C}}^{\mathrm{tot}} - Q_{\mathrm{F}}^{\mathrm{tot}} = 3{,}18 \times 10^{1}\,\mathrm{kJ}$, soit $\mathscr{P}_{\text{méca}} = \dfrac{W_{\mathrm{tot}}}{\Delta t} = \dfrac{3{,}18 \times 10^{1}}{40 \times 60} = 13{,}3\,\mathrm{W}$.

- Commentaires : on retrouve ici l'ordre de grandeur de la puissance consommée par cet appareil présent dans tous les foyers. La puissance électrique consommée est nécessairement plus grande (le moteur électrique qui alimente Σ en travail mécanique n'a vraisemblablement pas un rendement de 100%).

☺ Correction de l'exercice n° 10 « G2E 2013 »:

1. • pour un moteur, $W < 0$, $Q_C > 0$, $Q_F < 0$;
   • pour un réfrigérateur et une pompe à chaleur, $W > 0$, $Q_C < 0$, $Q_F > 0$.
2. Le rendement (ou efficacité) de la machine thermique est défini(e) comme le rapport de la « grandeur d'intérêt » sur la « grandeur à fournir ». Ainsi,
   - pour un moteur : intérêt $= -W$, coût $= Q_C$ donc $\eta = \dfrac{-W}{Q_C}$;
   - pour un réfrigérateur : intérêt $= Q_F$, coût $= W$ donc $e_{RF} = \dfrac{Q_F}{W}$;
   - pour une pompe à chaleur : intérêt $= -Q_C$, coût $= W$ donc $e_{PAC} = \dfrac{-Q_C}{W}$.
3. (a) Appliquons au fluide de la machine qui décrit des cycles réversibles,
   - le premier principe : $\Delta U \underbrace{=0}_{cycle} = W + Q_C + Q_F \Leftrightarrow -W = Q_C + Q_F$;
   - le second principe : $\Delta S \underbrace{=0}_{cycle} = S_{\text{éch,C}} + S_{\text{éch,F}} + \underbrace{S_{cr}}_{=0,\text{rév.}} = \dfrac{Q_C}{T_C} + \dfrac{Q_F}{T_F} \Leftrightarrow \dfrac{Q_C}{Q_F} = -\dfrac{T_C}{T_F}$.

   (b) Reprenons les résultats précédents :
   - pour un moteur : $\eta_C = \dfrac{-W}{Q_C} = \dfrac{Q_C + Q_F}{Q_C} = 1 + \dfrac{Q_F}{Q_C} = 1 - \dfrac{T_F}{T_C}$;
   - pour un réfrigérateur : $e_{RF} = \dfrac{Q_F}{W} = -\dfrac{Q_F}{Q_C + Q_F} = \dfrac{1}{1 + \dfrac{Q_C}{Q_F}} = \dfrac{1}{1 - \dfrac{T_C}{T_F}} = \dfrac{T_F}{T_C - T_F}$;
   - pour une pompe à chaleur : $e_{PAC} = \dfrac{-Q_C}{W} = \dfrac{Q_C}{Q_C + Q_F} = \dfrac{1}{1 + \dfrac{Q_F}{Q_C}} = \dfrac{1}{1 - \dfrac{T_F}{T_C}} = \dfrac{T_C}{T_C - T_F}$.
4. Pour que le système {maison} évolue de manière stationnaire, il faut que le chauffage du bois compense les pertes thermiques. Donc, sur une heure, il faut fournir l'énergie $Q_C = \Phi \times \Delta t$, provenant d'une masse de bois telle que :
$$\Phi \times \Delta t = m_B \times q_B \Leftrightarrow m_B = \frac{\Phi \times \Delta t}{q_B} \overset{\text{A.N.}}{=} \frac{12 \times 10^3 \times 3600}{18 \times 10^6} = 2{,}4\,\text{kg}$$
5. (a) À l'aide de la question 3b, on peut déterminer l'efficacité e_1 de la PAC : $e_{PAC} = \dfrac{T_H}{T_H - T_E} \overset{\text{A.N.}}{=} 14{,}7$.

   (b) Or, par définition de l'efficacité, $e_1 = \dfrac{-Q_C}{W} = \dfrac{\Phi}{P_{\text{él}}} \Leftrightarrow P_{\text{él}} = \dfrac{\Phi}{e_1} \overset{\text{A.N.}}{=} 819\,\text{W}$.
6. (a) Du point de vue du moteur, (R) est la source chaude donc $Q_C > 0$ et (H) la source froide donc $Q_F < 0$. Du point de vue de la PAC, (H) est la source chaude donc $Q'_C < 0$, (E) la source froide donc $Q'_F > 0$ et $W > 0$.

   (b) Reprenons les expressions données par les deux principes, en fonctionnement réversible, établies à la question 3a pour :
   - (M) : $0 = -W + Q + Q_F \Leftrightarrow W = Q + Q_F$ (1) et $0 = \dfrac{Q}{T} + \dfrac{Q_F}{T_H} \Leftrightarrow Q_F = -Q \times \dfrac{T_H}{T}$ (2) ;
   - (PAC) : $0 = W + Q'_C + Q'_F \Leftrightarrow Q'_F = -Q'_C - W$ (3) et $0 = \dfrac{Q'_C}{T_H} + \dfrac{Q'_F}{T_E} \Leftrightarrow Q'_C = -Q'_F \times \dfrac{T_H}{T_E}$ (4).

   Nous cherchons $Q_H = -Q_F - Q'_C$.

   Or, $Q'_C \overset{(4)}{=} -Q'_F \times \dfrac{T_H}{T_E} \overset{(3)}{=} (Q'_C + W) \times \dfrac{T_H}{T_E} \Leftrightarrow Q'_C\left(1 - \dfrac{T_H}{T_E}\right) = W \times \dfrac{T_H}{T_E} \Leftrightarrow Q'_C\,(T_E - T_H) = W \times T_H$.

   $\Rightarrow Q'_C = \dfrac{W \times T_H}{T_E - T_H} \overset{(1)}{=} \dfrac{(Q + Q_F) \times T_H}{T_E - T_H} \overset{(2)}{=} \dfrac{\left(Q - Q \times \dfrac{T_H}{T}\right) \times T_H}{T_E - T_H} = Q \times \dfrac{(T - T_H) \times T_H}{T \times (T_E - T_H)}$ (5).

   Enfin, $Q_H = -Q_F - Q'_C \overset{(2)+(5)}{=} Q \times \dfrac{T_H}{T} - Q \times \dfrac{(T - T_H) \times T_H}{T \times (T_E - T_H)} = Q \times \dfrac{T_H}{T}\left[1 - \dfrac{T - T_H}{T_E - T_H}\right]$,

   $\Rightarrow Q_H = Q \times \dfrac{T_H}{T} \times \dfrac{T_E - \cancel{T_H} - T + \cancel{T_H}}{T_H - T_E} = Q \times \dfrac{T_H \times (T_E - T)}{T \times (T_E - T_H)}$.

   (c) Comme au début du problème, $Q_H = \Phi \times \Delta t$ et $Q = m'_B \times q_B$ donc :
$$\Phi \times \Delta t = m'_B \times q_B \times \frac{T_H \times (T_E - T)}{T \times (T_E - T_H)} \Leftrightarrow m'_B = \frac{\Phi \times \Delta t \times T \times (T_E - T_H)}{q_B \times T_H \times (T_E - T)} \overset{\text{A.N.}}{=} 0{,}31\,\text{kg} < m_B$$

   On réduit ainsi la consommation de bois.