Exercice 1 : Soit f la fonction définie sur $\mathbf{R}$ par $f(x) = x^3 - 3x$.

1. Étudier les variations de f.
2. La fonction f est-elle injective ? surjective ?
3. Déterminer graphiquement les ensembles $f([1, 2])$ et $f([-1, +\infty[)$.

Exercice 2 : Dire si la fonction $x \mapsto |x|$ est injective, surjective, bijective en tant qu'application :

1. de $\mathbf{R}_+$ dans $\mathbf{R}$.
2. de $\mathbf{R}_-^\star$ dans $\mathbf{R}_+^\star$.
3. de $]-\infty, -2] \cup [0, 2]$ dans $\mathbf{R}_+$.

Exercice 3 : Soit f et g les fonctions définies par : $f(x) = x^2$ et $g(x) = \sqrt{x}$.
Préciser les ensembles de définition de $f \circ g$ et $g \circ f$ et trouver une expression aussi simple que possible de ces deux fonctions.

Exercice 4 : Montrer que

$$\begin{aligned} f : \mathbf{N} &\longrightarrow \mathbf{N} \\ n &\longmapsto 8n^2 - 10n + 3 \end{aligned}$$

définit bien une application. Est-elle injective, surjective, bijective ?

Exercice 5 : On définit la fonction f par :

$$f(x) = \frac{3x - 2}{x - 1}.$$

Prouver que f est une application bijective de $\mathbf{R} \setminus \{1\}$ dans $\mathbf{R} \setminus \{3\}$ et déterminer f^{-1}.

Exercice 6 : Soient E, F et G des ensembles non vides, $f : E \longrightarrow F$ et $g : F \longrightarrow G$.

1. Montrer que si $g \circ f$ est injective, alors f est injective.
2. Montrer que si $g \circ f$ est surjective, alors g est surjective.

Exercice 7 : Tracer les graphes des fonctions suivantes. Avant ou après ce tracé, pouvez-vous indiquer par quelle(s) transformation(s) géométrique(s) ce graphe peut être obtenu à partir du graphe d'une fonction usuelle vue en cours.

1. $f : x \mapsto e^{-x}$
2. $g : x \mapsto 2 - e^x$
3. $h : x \mapsto -e^{-x}$
4. $i : x \mapsto \ln(x - 3)$
5. $j : x \mapsto 1 + \sin(2x)$
6. $k : x \mapsto 3\cos(x + \frac{\pi}{4})$