Exercice 1 : On considère la droite $\mathcal{D}$ d'équations paramétriques : $\begin{cases} x = 1 - \lambda \\ y = 3 + \lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbf{R}$.

1. Déterminer une équation cartésienne de $\mathcal{D}$.
2. Déterminer une équation cartésienne de la droite $\mathcal{D}'$ parallèle à $\mathcal{D}$ et passant par le point $B(1, 1)$.
3. On considère la famille de droites (Δ_m) avec $\Delta_m : mx + (3m - 1)y + 2 = 0$.
   Déterminer la valeur de m pour laquelle Δ_m est parallèle à $\mathcal{D}$.

Exercice 2 : Le plan est rapporté au repère orthonormal direct $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. Donner des équations paramétriques et une équation cartésienne de la droite $\mathcal{D}'$ passant par $A(-1, 2)$ et dirigée par $\vec{u} = 4\vec{i} + \vec{j}$.
2. Donner des équations paramétriques et une équation cartésienne de la droite $\mathcal{D}''$ passant par $B(2, 1)$ et de vecteur normal $\vec{n} = 3\vec{i} + \vec{j}$.
3. Donner des équations paramétriques de la droite $\mathcal{D}$ d'équation cartésienne $x - 3y + 1 = 0$.

Exercice 3 : Dans l'espace, soit $\mathcal{P}$ le plan d'équation $3x + y - 2z + 3 = 0$.
Déterminer une équation du plan $\mathcal{P}'$ parallèle à $\mathcal{P}$ et passant par le point $A(1, 2, 3)$.

Exercice 4 : Dans l'espace, soient $\mathcal{P}$ et $\mathcal{P}'$ les plans définis par :

* $\mathcal{P}$ est le plan passant par $A(1, -1, 0)$ et dirigé par $\vec{u}(2, 1, -1)$ et $\vec{v}(1, 4, 1)$,
* $\mathcal{P}'$ est le plan d'équation cartésienne $x - 1 = 0$.

1. Déterminer une équation cartésienne de $\mathcal{P}$.
2. Justifier que $\mathcal{P}$ et $\mathcal{P}'$ se coupent suivant une droite $\mathcal{D}$ et déterminer un point et un vecteur directeur de cette droite.

Exercice 5 :

1. Soit $\mathcal{D}$ la droite passant par $A(1, -1, 0)$ et dirigée par $\overrightarrow{u}(2, 1, 1)$.
   Déterminer un système d'équations cartésiennes de $\mathcal{D}$.
2. Soit $\mathcal{D}'$: $\begin{cases} x = z + 2 \\ y = 3z - 3 \end{cases}$. Démontrer que les droites $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$ sont coplanaires et déterminer une équation cartésienne du plan $\mathcal{P}$ contenant $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$.

Exercice 6 : Dans l'espace, soit

* $\mathcal{D}_1$ la droite passant par $A(a, 2, 3)$ et dirigée par $\vec{u}_1(1, 1, 1)$,
* $\mathcal{D}_2$ la droite passant par $B(b, 1, 4)$ et dirigée par $\vec{u}_2(2, -1, 1)$.

Déterminer une condition nécessaire et suffisante sur a et b pour que $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ soient concourantes.

Exercice 7 : Soient les plans $\mathcal{P} : x + y + z + 1 = 0$ et $\mathcal{P}' : x + 2z = 1$.
Déterminer une équation cartésienne du plan $\mathcal{P}''$ perpendiculaire à $\mathcal{P}$ et $\mathcal{P}'$ et passant par le point $A(1, 0, 0)$.

Exercice 8 :

1. Déterminer une équation cartésienne du cercle de centre $\Omega(-2, -1)$ et passant par $B(2, 1)$.
2. Déterminer les caractéristiques du cercle d'équation cartésienne : $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 4 = 0$.
3. Soient $A(5, 1)$ et $B(1, 4)$. Déterminer une équation cartésienne du cercle de diamètre [AB].

Exercice 9 : Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère le point $A(3, 5)$ et la droite $\mathcal{D}$ d'équation cartésienne : $2x + 3y + 5 = 0$.

1. Déterminer les coordonnées du point H, projeté orthogonal de A sur $\mathcal{D}$.
2. En déduire la distance entre le point A et la droite $\mathcal{D}$.

Exercice 10 : Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère le point $A(3, 5, 1)$ et la plan $\mathcal{P}$ d'équation cartésienne : $2x + 3y + 5z - 8 = 0$.

1. Déterminer les coordonnées du point H, projeté orthogonal de A sur $\mathcal{P}$.
2. En déduire la distance entre le point A et le plan $\mathcal{P}$.

Exercice 11 : Démontrer que pour tout quadruplet (A, B, C, D) de points du plan, on a :

$$\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{AB} = 0.$$

En déduire que les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes.