TD φ 2 – Lois de la réfraction et de la réflexion

Relier cours et exercices

Capacités et compétences du cours …	… à appliquer dans …
▸ Interpréter qualitativement l'effet photoélectrique à l'aide du modèle particulaire de la lumière.	▸ Exercices n° 1 et 2
▸ Établir la condition de réflexion totale.	▸ Exercices n° 4 et 3
▸ Appliquer les lois de la réflexion et de la réfraction.	▸ Exercices n° 4, 3, 6 et 7

Données :
constante de Planck : $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J · s ; 1 eV $= 1{,}60 \times 10^{-19}$ J ; masse d'un électron : $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ kg.

Savoir appliquer son cours

Exercice n° 1 : Effet photoélectrique pour le cuivre

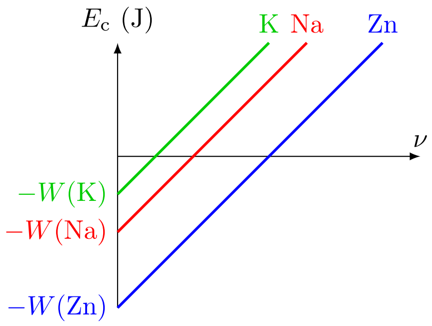
Le travail d'extraction W du cuivre vaut 4,70 eV. On éclaire une plaque de cuivre avec un rayonnement de fréquence $3{,}00 \times 10^{16}$ Hz.

1. À quelle domaine spectral appartient ce rayonnement ?
2. Observera-t-on l'effet photoélectrique ? Si oui, calculer la vitesse d'un photoélectron émis.

Donnée : masse de l'électron : $m = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg.

Exercice n° 2 : Différents effets photoélectriques [2]

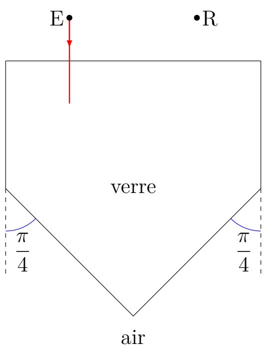
On donne ci-contre le graphe de l'énergie cinétique du photoélectron en fonction de la fréquence du rayonnement incident.



1. Justifier que l'énergie cinétique varie de façon affine avec la fréquence. Que vaut la pente ? Que représente ν_s ?
2. Pour quel métal est-il le plus difficile d'obtenir l'effet photoélectrique ?
3. Sachant que pour le zinc, le travail d'extraction vaut 3,36 eV, déterminer la fréquence seuil puis la longueur d'onde seuil correspondantes. À quel domaine spectral appartiennent-elles ?
4. Pour augmenter l'énergie cinétique du photoélectron émis, faut-il augmenter ou diminuer la longueur d'onde du rayonnement incident à partir de la valeur seuil ?

Exercice n° 3 : Capteur de niveau

On désire connaître le niveau d'un liquide dans un château d'eau. Pour cela, on l'équipe d'un capteur optique schématisé ci-dessous :



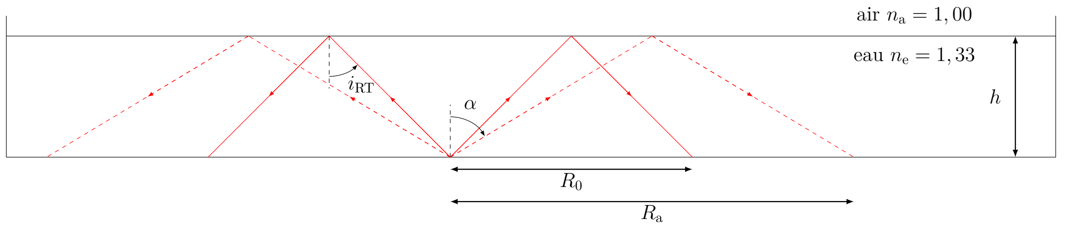
L'émetteur (E) est un faisceau laser et le récepteur (R) est une photodiode. Cette dernière fournit un signal électrique lorsqu'elle reçoit de la puissance lumineuse. L'indice du verre est pris ici à $n_{\text{verre}} = 1,5$ et celui de l'air $n_{\text{air}} = 1,0$.

1. Montrer que le faisceau laser se réfléchit totalement sur les faces et ressort en (R).
2. À la place de l'air, il y a désormais de l'eau d'indice $n_{\text{eau}} = 1,33$. Le récepteur reçoit-il toujours de la lumière ?
3. Expliquer comment utiliser ce dispositif pour connaître le niveau de remplissage du château d'eau.

2. 3) $\nu_s = 8{,}11 \times 10^{14}$ Hz et $\lambda_s = 3{,}70 \times 10^{-7}$ m.

Exercice n° 4 : Éclairage du fond du basin [4]

Une lampe étanche est posée au fond du bassin de profondeur $h = 1,0$ m et éclaire vers le haut avec un angle d'ouverture totale $2\alpha = 120°$. On constante que l'éclairement du fond du bassin correspond à un disque et une auréole adjacente et concentrique, tous deux lumineux.



On tient compte du phénomène de réflexion totale du rayon issu de la lampe vers l'interface eau-air. i_{RT} est l'angle limite de réflexion totale pour un rayon lumineux se propageant de l'eau vers l'air.

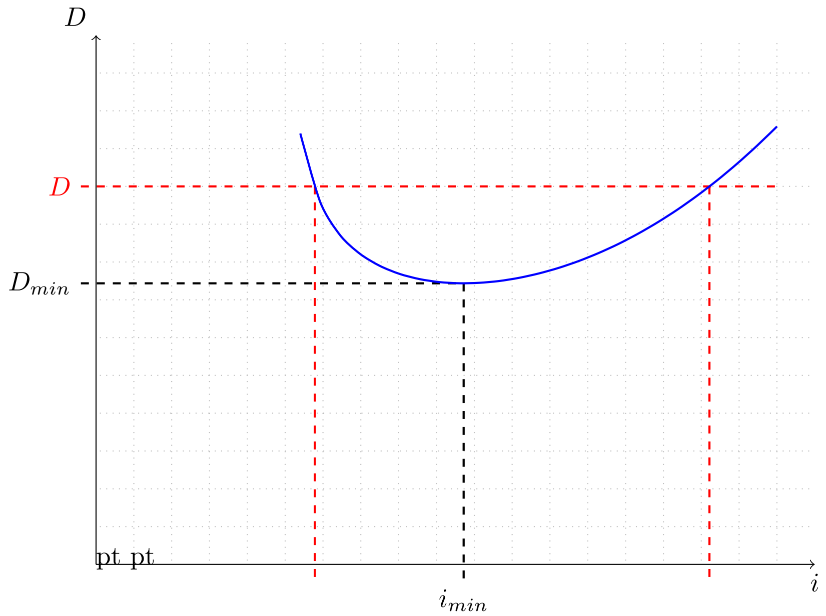
1. Quel est le rayon R_0 du disque ? L'exprimer en fonction de n_e et de h uniquement.
2. Laquelle de ces deux structures (disque et auréole) est la plus lumineuse ?
3. Quel est le rayon externe R_a de l'auréole ?

S'entraîner

Exercice n° 5 : Considérations sur le prisme

On envoie un rayon lumineux sur un prisme en verre à base triangulaire et d'angle au sommet A. L'angle d'incidence est noté i. Le rayon traverse le prisme, et ressort avec un angle i'. L'indice du verre est noté n et celui de l'air $n_{air} = 1,0$. Les angles considérés sont géométriques.

1. Faire un schéma et exprimer la déviation D du rayon lumineux en fonction de i, i' et A.
2. Quelle(s) relation(s) permette(nt) de relier i à i' ?
3. La courbe expérimentale donnant la déviation D en fonction de i est tracée ci-dessous. Pourquoi, à D donné, existe-t-il deux angles d'incidence i qui conviennent ?

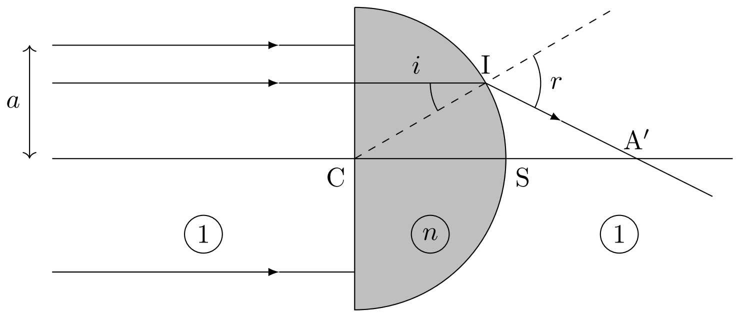


4. Au minimum de déviation i_{min}, le trajet est symétrique c'est-à-dire que $i' = i$. Expliquer.
5. Exprimer l'indice n du verre en fonction du minimum de déviation D_{min} et de l'angle A.
6. Dans le prisme, l'indice dépend en fait de la longueur d'onde. Le rayon incident est constitué de lumière blanche. Que se passe-t-il ? Que pensait de ce phénomène ?

4. 1) $R_0 = 2{,}3\,\text{m}$. 3) $R_a = 3{,}5\,\text{m}$

Exercice n° 6 : Lentille demi-boule[6] ★★

On considère une lentille en forme de demi-boule de rayon $R = 5{,}0\,\text{cm}$, d'indice $n = 1{,}5$ et plongée dans l'air d'indice 1,0. Un faisceau lumineux cylindrique, de rayon a, arrive sous incidence normale sur la face plane de la lentille.

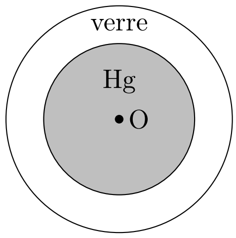


1. Un rayon donné de ce faisceau émerge en coupant l'axe optique en un point A′. Établir la relation donnant CA′ en fonction de $R = \text{CS}$ et des angles i et r.
2. En déduire la limite CF′ de CA′ lorsqu'on se place dans l'approximation de Gauss (angles faibles).
3. Quelle est la valeur limite a_0 du rayon du faisceau incident si l'on veut que tous les rayons ressortent de la lentille ?
4. Déterminer la valeur de a pour laquelle le rayon lumineux subit deux réflexions totales avant de ressortir de la demi-boule parallèlement à sa direction incidente.

Préparer l'oral

Exercice n° 7 : Thermomètre[7] ★★

Un tube en verre cylindrique creux contient du mercure dans son volume intérieur. Les rayons intérieur et extérieur sont R_1 et R_2, l'indice du verre est $n = 1{,}5$. Montrer qu'à partir d'une certaine valeur du rapport $\dfrac{R_1}{R_2}$, le mercure paraît à un observateur remplir le tube extérieur.

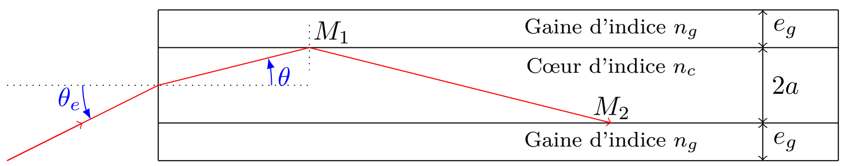


Un sujet de concours

Exercice n° 8 : Étude d'une fibre optique ★★★

1. **Propagation dans une fibre optique : aspect géométrique**

   Dans la suite, on considère le modèle simple de fibre optique suivant :



   Un cylindre d'indice n_c et de rayon a, dénommé cœur de la fibre, est entouré d'un milieu d'indice n_g plus faible ($n_c > n_g$) d'épaisseur e_g, dénommé gaine de la fibre. La fibre est placée dans l'air d'indice égal à n_0.

   On ne considère dans ce problème que des rayons lumineux se propageant dans le plan Oxz (plan de la feuille).

   (a) On considère un rayon lumineux se propageant de O vers M_1 dans le coeur en faisant un angle θ avec l'axe Oz (voir figure). Pour quelles valeurs de θ le rayon est-il totalement réfléchi au point M_1 ? Que se passe-t-il alors au point M_2 ?

   (b) On considère maintenant le rayon se propageant de A vers O dans l'air en faisant un angle θ_e avec l'axe Oz (voir figure). Exprimer la valeur maximale de θ_e, notée $\theta_{e,max}$, pour laquelle le rayon est totalement réfléchi au point M_1. Calculer la valeur numérique de $\theta_{e,max}$ pour $n_0 = 1$; $n_c = 1,53$ et $n_g = 1,49$.

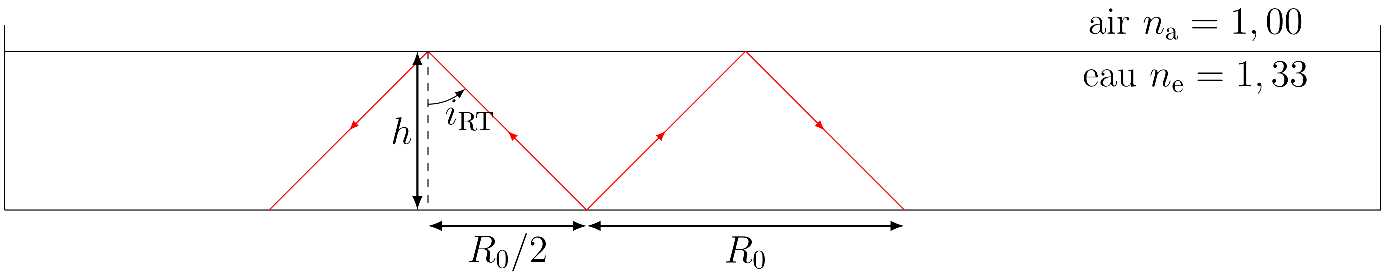
6. 1) $\overline{\text{CA}'} = R\left[\cos i + \dfrac{\sin i}{\tan(r-i)}\right]$ ou $\overline{\text{CA}'} = R\dfrac{\sin r}{\sin(r-i)}$; 2) $\overline{\text{CF}'} = \dfrac{nR}{n-1}$; 3) $a_0 \leq \dfrac{R}{n} = 3{,}3\,\text{cm}$; 4) $a = \dfrac{R}{\sqrt{2}} = 3{,}5\,\text{cm}$.
7. $\frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{n}$.

2. **Propagation dans une fibre optique : aspect dynamique**
   (a) On considère les impulsions lumineuses, de durée très brève par rapport à leur période, émises par une lampe . Un rayon lumineux issu de cette source pénètre, à l'instant $t = 0$, dans la fibre optique (en $z = 0$) sous l'incidence $\theta_\mathrm{e} = 0$. Calculer le temps mis par ce rayon pour parcourir une longueur de fibre L.
   (b) On considère maintenant le rayon pénétrant (en $z = 0$), à l'instant $t = 0$, dans la fibre optique sous l'incidence $\theta_\mathrm{e} = \theta_1$ défini par :
   $$\sin\theta_1 = n_\mathrm{c}\sqrt{1 - \frac{n_\mathrm{g}^2}{n_\mathrm{c}^2}}$$
   Calculer le temps mis par ce rayon pour parcourir la longueur de fibre L.
   (c) Dans la pratique, une impulsion lumineuse issue de la lampe et incidente sur la fibre (en $z = 0$) se traduit par un cône de rayons arrivant à l'instant $\mathrm{t} = 0$ suivant toutes les incidences $0 < \theta_\mathrm{e} < \theta_1$. Calculer la différence Δt entre les durées de propagation des rayons correspondant à $\theta_\mathrm{e} = \theta_1$ et $\theta_\mathrm{e} = 0$ pour la longueur de fibre égale à L.
   (d) La grandeur Δt s'appelle l'élargissement temporel de l'impulsion lumineuse au bout d'une distance de propagation L. Au bout de quelle distance L_1 y a-t-il recouvrement des impulsions ?

Corrections

☺ Correction de l'exercice n° 4 « Éclairage du fond du bassin »:

1. On peut annoter le schéma de la manière suivante :



Géométriquement, on a donc :

$$\tan(i_{RT}) = \frac{R_0}{2h}$$

Par définition de l'angle incident limite de réflexion totale, on peut écrire :

$$n_e \sin(i_{RT}) = n_{air} \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = n_{air}$$

On en déduit :

$$i_{RT} = \arcsin\left(\frac{n_{air}}{n_{eau}}\right)$$

Finalement :

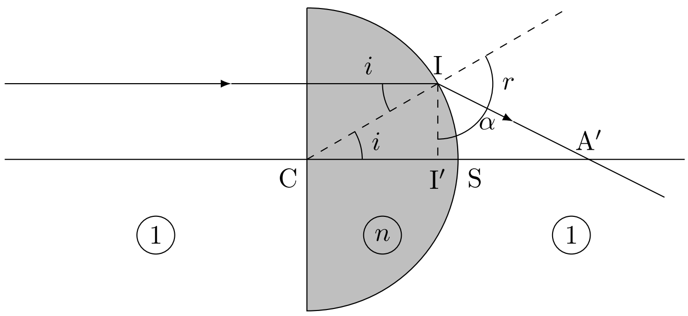
$$\boxed{R_0 = 2h \tan\left(\arcsin\left(\frac{n_{air}}{n_{eau}}\right)\right) \overset{\text{A.N.}}{=} 2{,}3\,\text{m}}$$

2. Le halo lumineux qui forme l'auréole est issue de rayons dont l'incidence sur le dioptre eau-air s'effectue avec un angle d'incidence supérieur à i_{RT} et qui sont donc réfléchis totalement sur le dioptre. Cette auréole est donc plus lumineuse que le disque.
3. De façon similaire au rayon du disque, on trouve :

$$\boxed{R_a = 2h\tan(\alpha) \overset{\text{A.N.}}{=} 3{,}5\,\text{m}}$$

☺ Correction de l'exercice n° 6 « Lentille demi-boule »:

1. Pour répondre au problème, on se propose d'ajouter le point I', projeté orthogonal de I sur (CA') :



On peut alors en déduire géométriquement que :

$$\overline{\text{CI}'} = R\cos(i) \text{ et } \alpha = \frac{\pi}{2} + i - r$$

Par complémentarité $\widehat{CA'I} = r - i$:

$$\tan(r-i) = \frac{\overline{\text{II}'}}{\overline{\text{I}'\text{A}'}}$$

or $\overline{\mathrm{II'}} = R\sin(i)$ (dans le triangle rectangle CII'), donc $\overline{\mathrm{I'A'}} = \dfrac{\overline{\mathrm{II'}}}{\tan(r-i)} = \dfrac{R\sin(i)}{\tan(r-i)}$. Finalement :

$$\boxed{\overline{\mathrm{CA'}} = \overline{\mathrm{CI'}} + \overline{\mathrm{I'A'}} = R\left[\cos i + \frac{\sin i}{\tan(r-i)}\right]}$$

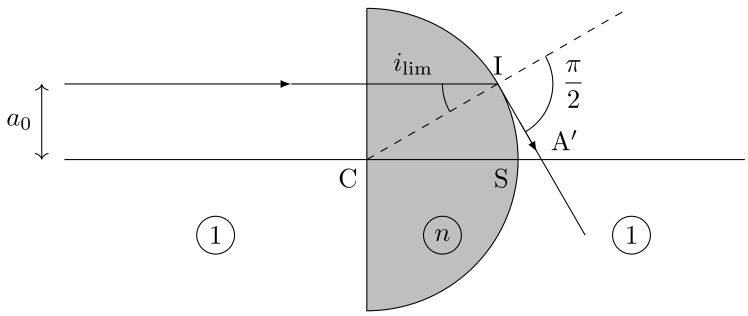
2. Dans le cas des petits angles : $\cos(i) = 1$, $\sin(i) \approx i$ et $\tan(r-i) \approx r - i$, ainsi :

$$\overline{\mathrm{CF'}} \approx R\left[1 + \frac{i}{r-i}\right]$$

Or d'après les lois de Snell-Descartes, $n\sin(i) = n_{\text{air}}\sin(r) \Rightarrow n \times i = r$ avec $n_{\text{air}} = 1$. en substituant dans l'expression précédente :

$$\boxed{\overline{\mathrm{CF'}} \approx R\left[1 + \frac{i}{n\times i - i}\right] = \frac{nR}{n-1}}$$

3. Pour que tous les rayons du faisceau incident émerge de la lentille demi-boule, il faut que l'angle i soit inférieur à l'angle i_{lim}, qui correspond à la limite de réflexion totale.



On en déduit :

$$n\sin(i_{\text{lim}}) = n_{\text{air}}\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1,0$$

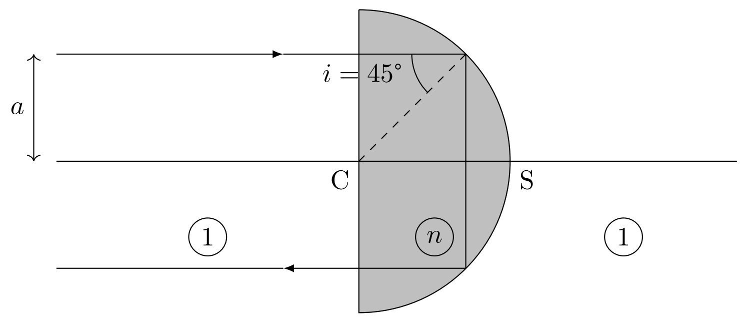
Géométriquement :

$$\sin(i_{\text{lim}}) = \frac{a_0}{R}$$

Finalement :

$$\boxed{a_0 = R\sin(i_{\text{lim}}) = \frac{R}{n} \overset{\text{A.N.}}{=} 3{,}3\,\text{cm}}$$

4. Pour que le rayon ressorte parallèlement au rayon entrant, il faut $i = 45°$.

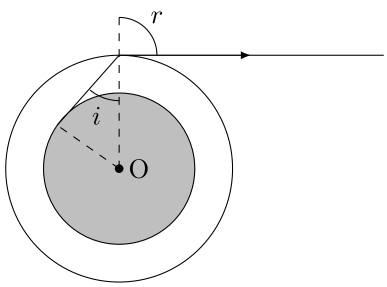


Comme précédemment :

$$\boxed{a = R\sin(i) \overset{\text{A.N.}}{=} 3{,}5\,\text{cm}}$$

☺ Correction de l'exercice n° 7 « Thermomètre »:

On considère un observateur très éloigné (distance séparant l'observateur du thermomètre très grande devant le rayon du thermomètre) reçoit un faisceau lumineux quasi parallèle. Si le mercure lui semble remplir tout le tube, c'est que les rayons lui arrivant en passant par le bord (tangentiellement) proviennent du mercure (après réfraction à la limite du verre). Si on se place dans le cas limite de la valeur de r permettant cette configuration, c'est que ces rayons proviennent plus précisément du bord du mercure (tangentiellement), donc $r = \dfrac{\pi}{2}$.



Il ne reste alors qu'à constater la propriété géométrique correspondante, déduite de la loi de la réfraction :

$$n\sin(i) = \sin(r) = 1$$

Autrement dit :

$$\sin(i) = \frac{1}{n}$$

De plus, par construction géométrique :

$$\sin(i) = \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow \frac{1}{n} = \frac{R_1}{R_2}$$