TD φ 4 – Signaux électriques en régime transitoire

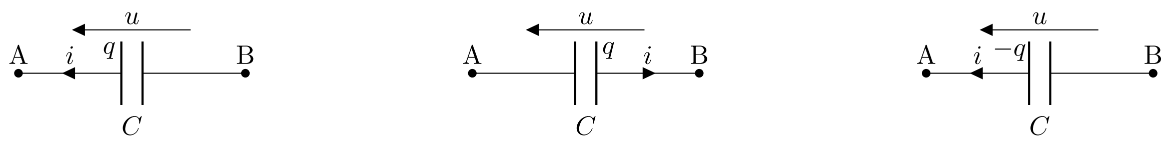
Relier cours et exercices

Capacités et compétences du cours ...	... à appliquer dans ...
▸ Établir l'équation différentielle vérifiée par u et en déterminer la solution.	▸ Exercices n° 2 3 et 6
▸ Déterminer la durée du régime transitoire.	▸ Exercice n° 3 et 6
▸ Interpréter l'état du circuit par les comportements asymptotiques des dipôles.	▸ Exercices n° 2, 3 et 5
▸ Effectuer un bilan énergétique du circuit.	▸ Exercice 4

Savoir appliquer son cours

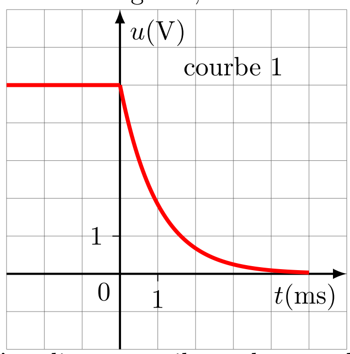
Exercice n° 1 : Tensions aux bornes d'un condensateur 🕒 ♥

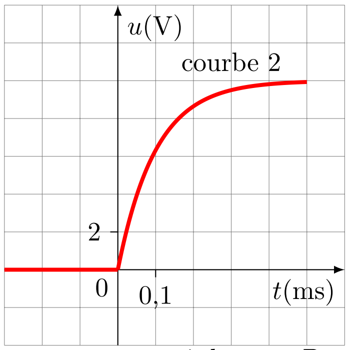
Écrire les relations entre u, i et q dans les deux cas ci-dessous.



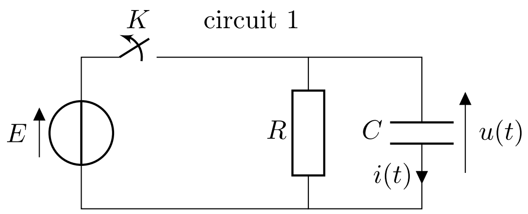
Exercice n° 2 : Association de courbes et de circuits 🕒 ★

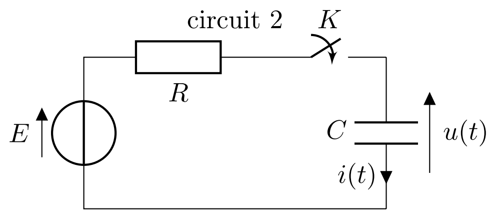
Un étudiant maladroit rentrant d'une séance de TP sur les régimes transitoires fait tomber toutes ses notes qui s'éparpillent. En les rangeant, il retrouve les deux courbes $u = f(t)$ suivantes :





1. Aider l'étudiant à attribuer chacune des courbes à l'un des circuits proposés proposées ci-dessous. Pour chaque circuit proposé, la flèche située sur l'interrupteur K indique si l'on procède à une ouverture ou à une fermeture de celui-ci à l'instant $t = 0$.

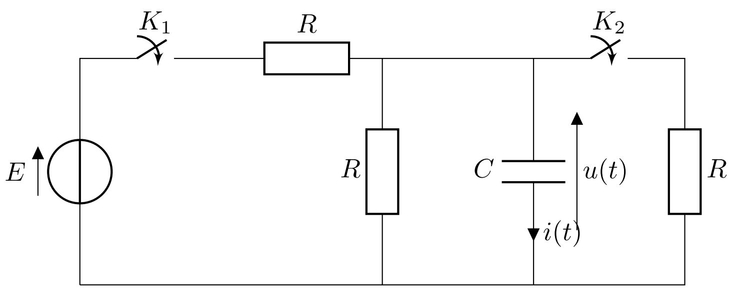




2. Déterminer les valeurs de E et C sachant que les courbes ont été tracées en utilisant un conducteur ohmique de résistance $R = 1{,}0\,\mathrm{k\Omega}$.

Exercice n° 3 : Charges et décharges d'un condensateur 🕒 ★★

On considère le circuit ci-dessous.



1. Les interrupteurs K_1 et K_2 étant « ouverts depuis longtemps », quelle est la charge du condensateur ? Préciser ce que signifie « longtemps ».
   L'interrupteur K_2 restant ouvert, K_1 est fermé à l'instant $t = 0$.
2. Écrire l'équation différentielle vérifiée par la tension $u(t)$ et en déduire l'expression τ_1 de la constante de temps du circuit.
3. En déduire l'expression de la tension u en fonction du temps. Déterminer le régime permanent asymptotique.

À une date $T \gg \tau_1$, on ferme l'interrupteur K_2 tout en laissant l'interrupteur K_1 fermé.

4. Que vaut $u(T^-)$?
5. Écrire l'équation différentielle vérifiée par la tension $u(t)$ pour $t > T$ et en déduire l'expression τ_2 de la nouvelle constante de temps du circuit.
6. En déduire l'expression de la tension u en fonction du temps pour $t > T$. Déterminer le régime permanent asymptotique.

À une date $2T$, on ouvre l'interrupteur K_1 tout en laissant l'interrupteur K_2 fermé.

7. Que vaut $u\left(2T^-\right)$?
8. Écrire l'équation différentielle vérifiée par la tension $u(t)$ pour $t > 2T$ et en déduire l'expression τ_3 de la nouvelle constante de temps du circuit.
9. En déduire l'expression de la tension u en fonction du temps pour $t > 2T$. Déterminer le régime permanent asymptotique.

S'entraîner

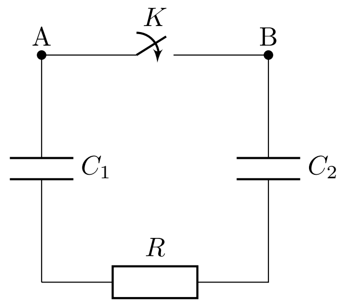
Exercice n° 4 : Circuit avec deux condensateurs

Le circuit de la figure ci-dessous est constitué de deux condensateurs et d'un résistor de résistance R. À $t = 0$, on ferme l'interrupteur et l'armature du condensateur de capacité C_1 connectée au point A porte la charge initiale Q_0. Le condensateur de capacité C_2 est complètement déchargé.

1. Montrer que le courant $i(t)$ dans le circuit est régi par l'équation différentielle :

$$\tau \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + i = A$$

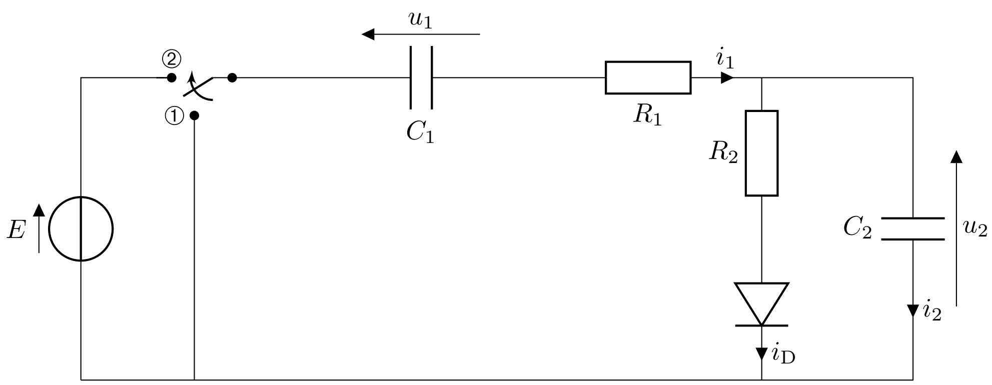
   Préciser les expressions de A et τ.
2. Exprimer $i(t)$ en résolvant l'équation différentielle.
3. Déterminer l'énergie W_R dissipée sous forme d'effet Joule dans le résistor lorsque le régime permanent est établi.
4. Exprimer les charges finales Q_1 et Q_2 des armatures des condensateurs connectés respectivement aux points A et B.



Exercice n° 5 : Pont de Wien[5]

À l'instant $t = 0$, les condensateurs sont déchargés. On bascule alors l'interrupteur de la position 1 à la position 2.

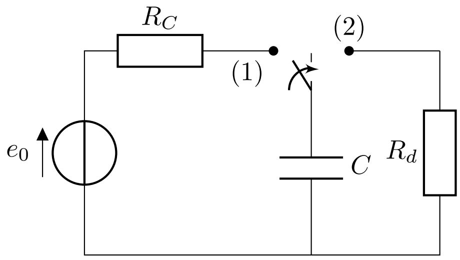
1. Calculer $i_1(t = 0^+)$
2. Déterminer les tensions u_1 et u_2 aux bornes des condensateurs une fois le régime permanent établi.
3. Le régime permanent établi, le commutateur bascule à nouveau dans la position 1. Reprendre les deux questions précédentes.



5. 1. $i_1 = \frac{E}{R_1}$ 2. $u_1 = E$ et $u_2 = 0$ 3. $i_1 = -\frac{E}{R_1}$ puis montrer que la diode est bloquée pendant la charge en déterminant l'équation différentielle vérifiée par l'intensité qui traverse cette diode dans le cas passant. $u_1 = -u_2 = \frac{C_1 E}{C_1 + C_2}$.

Exercice n° 6 : Flash d'un appareil photographique ★★★

Un flash d'appareil photo est modélisé par le circuit suivant :



Nous noterons $u(t)$ la tension à l'instant t aux bornes du condensateur. Lors de l'étape de charge, l'interrupteur K est en position (1) : le condensateur de capacité $C = 20$ mF est alimenté par une pile de f.é.m $e_0 = 12$ V et de résistance interne $R_\mathrm{C} = 50\ \Omega$. Lors de la décharge (flash), l'interrupteur bascule en position (2) et alimente la lampe, assimilée à un conducteur ohmique de résistance $R_\mathrm{d} = 0,50\ \Omega$.

1. **Estimations**

   Les réponses sont attendues sans longues démonstrations, mais avec les connaissances acquises sur le circuit RC série.

   (a) Donner une estimation du temps de charge du flash

   (b) Quelle est la ddp aux bornes du condensateur chargé quand l'interrupteur est ouvert (position entre (1) et (2)) ?

   (c) Donner une estimation de la durée de l'éclair lumineux.

2. **Flash : évolution du condensateur**

   Le photographe commence à charger le flash à l'instant $t = 0$ puis prend la photo $t' = 10$ s plus tard. Donner l'évolution de $u(t)$ tout au long du processus. (Remarque : il pourra être astucieux d'effectuer un changement d'origine des temps lors de la décharge.) Tracer la courbe $u(t)$, en calculant en particulier les instants pour lesquels $u(t) = \dfrac{e_0}{2}$.

3. **Intensité**

   Donner l'expression de l'intensité circulant dans le condensateur et tracer son évolution temporelle.

Corrections

Correction de l'exercice n° 4 « Circuits avec deux condensateurs »:

1. L'état d'équilibre est caractérisé par la tension aux bornes des condensateur. Il y a conservation de la charge. D'après la loi des mailles, on a
$$u_1 = u_2 + Ri$$
On dérive par rapport au temps :
$$\frac{\mathrm{d}u_1}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}u_2}{\mathrm{d}t} + R\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \Rightarrow -\frac{i}{C_1} = \frac{i}{C_2} + R\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \Leftrightarrow i + \frac{RC_1C_2}{C_1+C_2}\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = 0$$
avec $\tau = \dfrac{RC_1C_2}{C_1+C_2}$.
2. On a obtenu une équation différentielle du premier ordre dont la solution est de la forme :
$$i = I \exp\frac{-t}{\tau}$$
À $t=0$ le condensateur C_2 est déchargé et le condensateur C_1 porte une charge Q_0 telle que
$$u_1 = \frac{Q_0}{C_1} = Ri_0 \Rightarrow i_0 = \frac{Q_0}{RC_1}$$
et donc $i = \dfrac{Q_0}{RC_1}\exp\dfrac{-t(C_1+C_2)}{RC_1C_2}$.
Déduction on vérifie que $i_\infty \to 0$.
3. Lorsque le régime permanent est établi, l'énergie initiale est répartie par moitié entre le condensateur équivalent et le résitor. On a donc : $W_R = \dfrac{1}{2}CE^2$ avec $E = \dfrac{Q_0}{C_1}$ et $C = \dfrac{C_1C_2}{C_1+C_2}$ d'où
$$W_R = \frac{Q_0^2C_2}{2C_1(C_1+C_2)}$$
4. Lorsque le régime stationnaire est atteint, il n'y a plus de courant dans le circuit et donc
$$u_1 = u_2 \Rightarrow \frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2}$$
avec $Q_1 + Q_2 = Q_0$. D'où :
$$\begin{cases} Q_1 = \dfrac{Q_0C_1}{C_1+C_2} \\ Q_2 = \dfrac{Q_0C_2}{C_1+C_2} \end{cases}$$