

Programme de colles
Semaine 5 du 16/10 au 20/10/2023

Chapitre 4 : Logique, ensembles

- Assertions, valeur de vérité, table de vérité.
- Opérations sur les assertions : négation, et (\wedge), ou (\vee), implication (\Rightarrow), équivalence (\Leftrightarrow).
- Quantificateurs : universel, existentiel, d'unicité.
- Cardinal d'un ensemble fini.
- Parties (sous-ensembles) d'un ensemble, ensemble $\mathcal{P}(E)$ des parties de E .
- Opérations sur les sous-ensembles : complémentaire, intersection, union, inclusion, égalité.
- Produit cartésien d'ensembles.
- Raisonnements par : disjonction de cas, contraposée, l'absurde, récurrence, analyse-synthèse.

Chapitre 5 : Sommes, produits (le début)

- Notations des sommes et des produits, indices.
- Techniques de changement d'indices.
- Sommes usuelles : $\sum \lambda$, $\sum k$, $\sum k^2$, $\sum q^k$.
- Propriété des sommes : linéarité, associativité, télescopages, respect de la relation d'ordre.
- Produits usuels : $\prod \lambda$, $\prod k$, fonction factorielle.
- Propriétés des produits : associativité, commutativité, respect de la relation d'ordre sur \mathbf{R}_+^* .

Les sommes de Newton et les sommes multiples ne sont pas au programme de colle cette semaine.

Liste des questions de cours :

1. Formules des sommes usuelles : ($\lambda \in \mathbf{R}$, $n \in \mathbf{N}$, $q \in \mathbf{R}$),

$$\sum_{k=1}^n \lambda \quad ; \quad \sum_{k=1}^n k \quad ; \quad \sum_{k=1}^n k^2 \quad ; \quad \sum_{k=0}^n q^k \quad (\text{deux cas à distinguer})$$

2. **Exercice-type** : Écrire en français : $\forall x \in \mathbf{R}, \exists y \in \mathbf{R}, x + y > 0$.

Écrire en langage symbolique le contraire de cette assertion.

L'examineur pourra choisir une autre assertion.

3. **Exercice-type** : Démontrer par récurrence que : $\forall n \geq 1, \sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$.

4. **Exercice-type** : Exprimer en fonction des entiers p, n ($p \leq n$) la somme : $\sum_{k=p}^n (2k^2 - 3k + 1)$.

Informatique (en langage Python) :

1. Déclaration d'une variable : affectation (=)
2. Importations à partir du module `math`.
3. Syntaxe de définition d'une fonction.
4. Boucle `for` ou `while`. Applications aux calculs de sommes ou de produits.
5. Booléens `True`, `False`, comparaisons (`==`, `!=`, `>`, `>=`, `<`, `<=`), tests.
6. Listes, chaînes de caractères et tuples. Indexation, extraction, concaténation.

Mots clés à connaître : `from import as def return for while if elif else`

Fonctions à connaître : `range len append`

Exemples de questions pouvant être posées par l'examineur :

* Écrire une fonction renvoyant la liste $[1^3, 2^3, 3^3, \dots, n^3]$.

* Écrire une fonction d'arguments une liste L et un flottant M , et renvoyant le nombre d'éléments de L compris entre $-M$ et M .

* Écrire une fonction renvoyant : $\sum_{k=1}^n \ln(k+1) \cos(k)$.

* Définir la fonction factorielle.

* Écrire une fonction renvoyant : $\sum_{1 \leq k \leq n} \sin(k)$.

Bon courage à tous !