

TD φ 5 – États de la matière

Relier cours et exercices

Capacités et compétences du cours ...

- Exploiter l'équation d'état du gaz parfait pour décrire le comportement d'un gaz.

... à appliquer dans ...

- Tous les exercices !

Conseils à suivre, erreurs à éviter

- L'unité de température est le kelvin (symbole K) et non le « degré kelvin » ($^{\circ}\text{K}$). Le lien avec l'échelle Celsius est : $T(\text{K}) = \theta(^{\circ}\text{C}) + 273,15$. Les variations de température sont identiques dans les deux échelles.
- Dans l'équation d'état du gaz parfait, la pression s'exprime en pascal (Pa), le volume en m^3 , la quantité de matière en mol, la température en kelvin (K) et $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.
- Attention aux conversions, notamment pour la masse volumique de l'eau :

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa} ; 1 \text{ atm} = 1,013 \text{ bar} = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa} \text{ et } 1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg}$$

$$\rho_{\text{eau}} = 1 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1} = 1 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3} = 1 \text{ kg} \cdot \text{L}^{-1} = 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Savoir appliquer son cours

Exercice n° 1 : Refroidissement d'un gaz supposé parfait 🕒 ★

On considère de l'hélium contenu dans un récipient à la pression atmosphérique 1035 hPa.

1. Que devient la pression p du gaz si la température de l'hélium diminue jusqu'à -260°C .
2. Que devient le produit pV de ce gaz si on extrapole la courbe $pV = f(\theta)$ jusqu'à la température $-273,15^{\circ}\text{C}$?
3. Donner une interprétation de ce phénomène à l'échelle microscopique pour le gaz considéré.

Exercice n° 2 : Échappement d'un gaz 🕒 ★

On dispose d'un récipient de volume $V = 197,8 \text{ mL}$, invariable, dans lequel la pression est toujours la pression atmosphérique du moment soit 742 mmHg. Sa température initiale est 12°C . On chauffe ce récipient à T et on recueille le gaz qui s'en échappe. Le volume de ce gaz, mesuré à 10°C sous 742 mmHg est 169,1 mL. Calculer la température T .

Exercice n° 3 : Mélange de deux gaz 🕒 ★

Un récipient de volume égal à 100 L contient 56 g de diazote et 16 g de dioxygène.

1. Quelles sont à 100°C les pressions partielles des deux gaz et la pression totale du mélange ?
2. Calculer la masse volumique du mélange ainsi que sa densité sachant que, pour un gaz, la densité est le rapport de la masse volumique de ce gaz sur la masse volumique de l'air pris dans les mêmes conditions de température et de pression.

On donne $M_{\text{O}} = 16 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ et $M_{\text{N}} = 14 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Exercice n° 4 : Mélange de gaz parfaits ⁴ 🕒 ★

Trois récipients contiennent respectivement du dihydrogène, du dioxygène et du diazote dans les conditions suivantes :

$$\text{H}_2 : V_1 = 2,25 \text{ L} ; P_1 = 250 \text{ mmHg} ; T_1 = 293 \text{ K}$$

$$\text{O}_2 : V_2 = 5,50 \text{ L} ; P_2 = 250 \text{ mmHg} ; T_2 = 293 \text{ K}$$

$$\text{N}_2 : V_3 = 1,40 \text{ L} ; P_3 = 760 \text{ mmHg} ; T_3 = 273 \text{ K}$$

1. Calculer les masses m_1 , m_2 et m_3 de chaque gaz en les supposant parfaits.
2. On mélange les gaz dans un même récipient de volume $V_0 = 18,5 \text{ L}$ à la température $T_0 = 293 \text{ K}$. On suppose que le mélange ainsi formé est idéal. Calculer pour chaque gaz sa fraction molaire et sa pression partielle.

Exercice n° 5 : Autre modélisation d'un gaz réel 🕒 ★

Le dihydrogène gazeux peut être modélisé en gaz de Joule d'équation d'état $p(V - nb) = nRT$, avec b constante positive égale à $2,7 \times 10^{-5}$ en unités SI.

1. Donner l'unité de b et son sens physique.
2. Donner l'allure des isothermes en coordonnées d'Amagat (pV en fonction de p). Le dihydrogène est-il plus ou moins compressible que le gaz parfait ?

4. 1) $m_1 = 6,16 \times 10^{-2} \text{ g}$; $m_2 = 2,41 \text{ g}$; $m_3 = 1,75 \text{ g}$. 2) $x_1 = 0,18$; $x_2 = 0,45$; $x_3 = 0,37$; $P_{\text{tot}} = 2,22 \times 10^4 \text{ Pa}$; $p_1 = 4,05 \times 10^3 \text{ Pa}$; $p_2 = 9,91 \times 10^3 \text{ Pa}$; $p_3 = 8,23 \times 10^3 \text{ Pa}$.

3. Calculer le volume molaire V_m du dihydrogène à 300 K, sous 1 bar et son volume massique v sachant que $M(H) = 1,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ et $R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.
4. Le modèle précédent convient-il toujours à 300 K, sous 20 bar ?

S'entraîner

Exercice n° 6 : Le mal aigu des montagnes 🕒 ★

Le « mal aigu des montagnes » touche presque toutes les personnes allant en haute altitude. Il est dû à une mauvaise acclimatation à l'altitude à cause du manque d'oxygène. Pour s'adapter à cette situation, notre organisme fabrique d'importantes quantités de globules rouges. Ces derniers vont aider à capter les molécules de dioxygène.

Symptômes en fonction de la concentration en dioxygène :

- entre $7,8$ et $6,2 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1}$: baellements, fatigue ;
- entre $6,2$ et $4,1 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1}$: vertiges, malaises ;
- en dessous de $4,1 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1}$: nausées , évanouissement.

On considère que la composition de l'air est de 20 % de dioxygène et ne varie pas avec l'altitude. On donne dans les figures 1 et 2 les variations respectives de la pression et de la température de l'air en fonction de l'altitude.

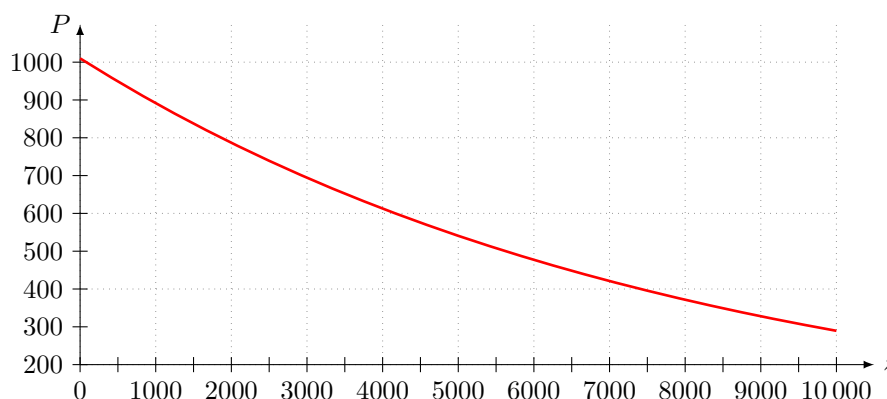


FIGURE 1. Évolution de la pression P (en hPa) de l'air avec l'altitude z (en m).

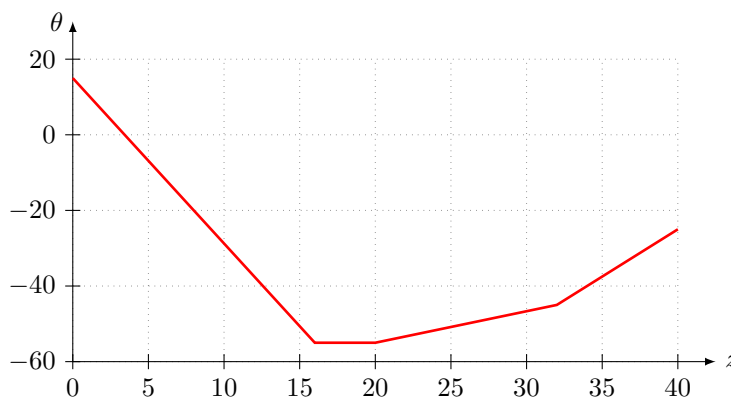


FIGURE 2. Évolution de la température θ (en °C) de l'air avec l'altitude z (en km).

1. Faire le lien entre la pression partielle en dioxygène et la pression de l'air.
2. Faire le lien entre la pression partielle en dioxygène, la concentration en dioxygène et la température.
3. En déduire à quelle altitude commencent les symptômes.
4. L'altitude au sommet de l'Everest est de 8848 m. Quels sont les symptômes des alpinistes parvenant au sommet ?

Exercice n° 7 : Composition de l'air expiré 🕒 ★★

L'air expiré par les poumons, qui est en équilibre avec le plasma au niveau des alvéoles pulmonaires, contient du diazote, du dioxygène, du dioxyde de carbone et de la vapeur d'eau saturante (c'est-à-dire en équilibre avec l'eau du plasma). Une analyse chimique de cet air, après séchage, indique qu'il contient 5,5% de CO_2 et 14,8% de O_2 (pourcentages volumiques de l'air sec).

Sachant que la pression totale de l'air expiré vaut $p = 760 \text{ mmHg}$ et que la pression partielle de la vapeur d'eau saturante à 37°C vaut $p_{\text{H}_2\text{O}} = 47 \text{ mmHg}$, calculer les pressions partielles p_{CO_2} et p_{O_2} en mmHg de l'air expiré en équilibre avec le plasma.

Exercice n° 8 : Étude des pneumatiques d'une automobile 🕒 ★★★

Un poste mobile de gonflage de pneumatiques comporte un réservoir de volume $V_1 = 15 \text{ L}$ que l'on peut remplir d'air au poste fixe du garage, sous la pression $P_1 = 6,0 \text{ bar}$. L'air sera assimilé à un gaz parfait.

- La température du réservoir est égale à $T_1 = 17^\circ\text{C}$. Calculer le volume qu'occuperait l'air contenu dans le réservoir s'il était détendu de manière isotherme à la pression de $1,0 \text{ bar}$?
- On utilise le poste mobile, contenant de l'air sous la pression P_1 à la température T_1 , pour compléter le gonflage d'un pneumatique de l'automobile à la température de 17°C .
La pression avant le gonflage est $P_2 = 1,2 \text{ bar}$ et la pression recommandée par le manufacturier est $p_3 = 2,0 \text{ bar}$.
Le volume de l'enveloppe, supposé invariable, est $v = 35 \text{ L}$.
 - Calculer le volume d'air introduit dans le pneumatique, mesuré à 17°C sous $1,0 \text{ bar}$.
 - Calculer la pression finale P_4 de l'air dans le poste mobile à la fin de l'opération à 17°C .
- Après un parcours, effectué à grande vitesse, la pression dans le pneumatique atteint la pression $P_5 = 6,0 \text{ bar}$ (pression maximale). Sachant que lorsque la température du pneumatique est supérieure à 250°C , la gomme se dégrade, risque-t-on l'explosion ?
- Risque d'« aquaplaning » :
 - La masse de la voiture ($m=1176 \text{ kg}$) est également répartie sur les quatre pneumatiques.
Donner, à la température 17°C , la surface de contact entre un pneumatique et le sol.
 - Le véhicule est susceptible de faire de « l'aquaplaning » (perte d'adhérence sur une route recouverte d'eau). Que faire pour réduire « l'aquaplaning » ?

Exercice n° 9 : Écart au modèle du gaz parfait 🕒 ★★★

On se propose d'étudier le diazote gazeux $\text{N}_2(g)$ à partir des courbes expérimentales données Figure 3. Ces courbes représentent la fonction $\frac{PV_m}{RT} = f\left(\frac{1}{V_m}\right)$ pour différentes valeurs T_i de la température T . Le rapport $\frac{PV_m}{RT}$ est sans dimension et $\frac{1}{V_m}$ est exprimé en $\text{mol} \cdot \text{cm}^{-3}$. Les valeurs des températures T_i figurent sur les courbes.

- Montrer que le comportement de ce gaz n'est pas parfait.
- Pourquoi les courbes ont-elles une ordonnée à l'origine commune ? En donner la signification.
- (a) Donner l'équation de chaque courbe sous la forme :

$$\frac{PV_m}{RT} = 1 - \frac{B_i}{V_m}$$

Les B_i sont des coefficients, fonction des T_i , que l'on calculera.

- (b) En déduire l'équation d'état du diazote dans le domaine de température étudié sous la forme :

$$PV_m = RT \left[1 - \frac{b(T)}{V_m} \right]$$

où $b(T)$ est une fonction de T à déterminer.

- (c) Écrire l'équation d'état pour une quantité de matière n .
(d) Donner une interprétation physique de la fonction $b(T)$.

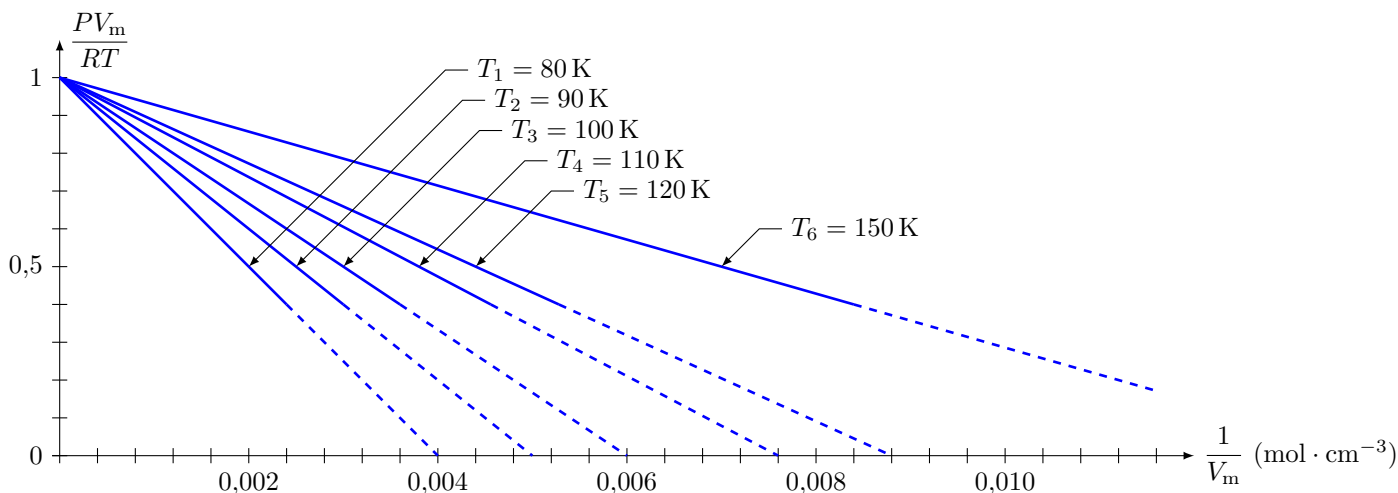


FIGURE 3. Écart au modèle du gaz parfait.

Corrections



Correction de l'exercice n° 4 « Mélange de gaz parfaits » :

Conseils méthodologiques

Cet exercice permet de travailler les applications numériques suite à l'équation d'état du gaz parfait : la pression s'exprime en pascal (Pa), le volume en m^3 , la quantité de matière en mol, la température en kelvin (K) et $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$. Pour rappel, $1,013 \times 10^5 \text{ Pa} = 760 \text{ mmHg}$.

1. Chaque gaz est supposé parfait. Alors, d'après l'équation d'état :

$$PV \stackrel{\text{EEGP}}{=} nRT = \frac{m}{M}RT \Leftrightarrow m = \frac{PVM}{RT} \Rightarrow \begin{cases} \text{pour } \text{H}_2, M_{\text{H}_2} = 2 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \Rightarrow m_1 = 6,16 \times 10^{-2} \text{ g} \\ \text{pour } \text{O}_2, M_{\text{O}_2} = 32 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \Rightarrow m_2 = 2,41 \text{ g} \\ \text{pour } \text{N}_2, M_{\text{N}_2} = 28 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \Rightarrow m_3 = 1,75 \text{ g} \end{cases}$$

2. Par définition de la fraction molaire :

$$x_1 \stackrel{\text{déf.}}{=} \frac{n_1}{n_1 + n_2 + n_3} = \frac{\frac{m_1}{M_{\text{H}_2}}}{\frac{m_1}{M_{\text{H}_2}} + \frac{m_2}{M_{\text{O}_2}} + \frac{m_3}{M_{\text{N}_2}}} = 0,18; \text{ de même, } x_2 = 0,45 \text{ et } x_3 = 0,37$$

On déduit la pression totale grâce à l'équation d'état sur le mélange :

$$P_{\text{tot}} \stackrel{\text{EEGP}}{=} \left(\frac{m_1}{M_{\text{H}_2}} + \frac{m_2}{M_{\text{O}_2}} + \frac{m_3}{M_{\text{N}_2}} \right) \times \frac{RT_0}{V_0} \stackrel{\text{A.N.}}{=} 2,22 \times 10^4 \text{ Pa}$$

On obtient enfin les pressions partielles p_i en combinant les deux résultats précédents :

$$p_i \stackrel{\text{déf.}}{=} x_i \times P_{\text{tot}} \Rightarrow \begin{cases} p_1 = x_1 \times P_{\text{tot}} \stackrel{\text{A.N.}}{=} 4,05 \times 10^3 \text{ Pa} \\ p_2 = x_2 \times P_{\text{tot}} \stackrel{\text{A.N.}}{=} 9,91 \times 10^3 \text{ Pa} \\ p_3 = x_3 \times P_{\text{tot}} \stackrel{\text{A.N.}}{=} 8,23 \times 10^3 \text{ Pa} \end{cases}$$



Correction de l'exercice n° 8 « Étude des pneumatiques d'une automobile » :

1. On utilise la loi des gaz parfaits. On a dans le réservoir la quantité n_r de gaz. Avec les notations de l'énoncé

$$n_r = \frac{P_1 V_1}{RT_1}. \text{ Or}$$

$$V_2 = \frac{n_r RT_1}{P_0} \Rightarrow V_2 = \frac{P_1 V_1}{P_0} = 6V_1 = 90 \text{ L}$$

2. (a) Il faut rajouter

$$n_a = \frac{(P_3 - P_2)v}{RT_1}$$

moles d'air dans le pneumatique soit un volume

$$V_i = \frac{(P_3 - P_2)v}{P_0} = 28 \text{ L}$$

- (b) Il reste $n = n_r - n_i$ moles de gaz dans le réservoir, d'où

$$P_4 = P_1 - (P_3 - P_2) \frac{v}{V_1} = 4 \text{ bar}$$

3. Avant le départ, on a dans le pneumatique $n_P = \frac{P_3 v}{RT_1}$ moles de gaz. On en déduit la température à la fin du parcours :

$$T_5 = T_1 \frac{P_5}{P_3} = 2T_1 = 580 \text{ K} = 307 \text{ }^\circ\text{C}$$

On a donc usure importante de la gomme et on risque l'explosion.

- (a) On suppose que chaque pneumatique est en équilibre. Il subit le quart du poids de la voiture et une force pressante de contact $F = P_3 S$ en notant S la surface du pneu. D'où

$$S = \frac{mg}{4P_3} = 147 \text{ cm}^2$$

- (b) Pour réduire « l'aquaplaning », on peut envisager d'augmenter la surface de contact en diminuant la pression des pneumatiques.



Correction de l'exercice n° 9 « Écart au modèle du gaz parfait »:

1. Si le gaz était parfait, alors l'équation d'état donnerait : $PV = nRT \Leftrightarrow P \times \underbrace{\frac{V}{n}}_{V_m} = RT \Leftrightarrow \frac{PV_m}{RT} = 1$

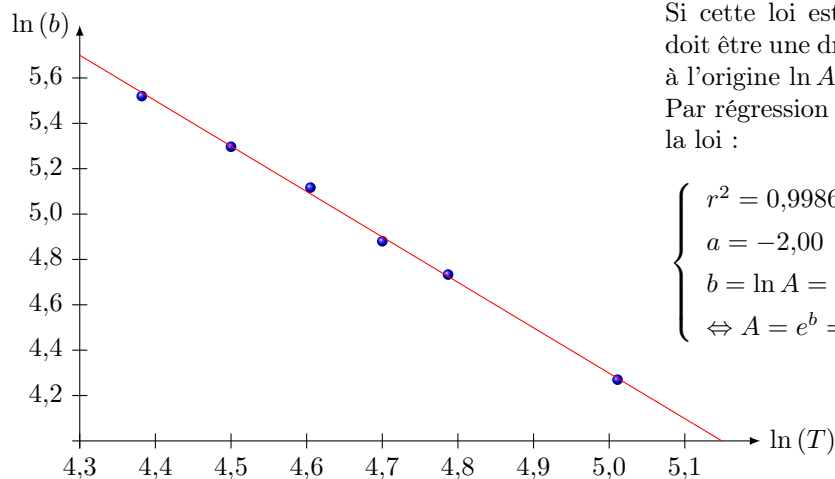
Le gaz n'est donc pas parfait ...

2. ...mais tend vers ce modèle aux pressions infiniment faibles, quelle que soit la température.
3. (a) Les B_i sont les pentes des différentes droites. On regroupe les résultats dans un tableau :

T_i (K)	80	90	100	110	120	150
B_i ($\text{cm}^3 \cdot \text{mol}^{-1}$)	250	200	166,7	131,6	113,6	71,4

- (b) Il faut déterminer à partir des résultats précédents quelle est l'allure de $b = f(T)$. En traçant succinctement à l'aide de la calculatrice, $b = f(T)$, on trouve une allure qui fait penser à une hyperbole.

Généralisons et cherchons b sous la forme : $b = \frac{A}{T^k}$. Linéarisons : $b = \frac{A}{T^k} \Leftrightarrow \ln b = \ln A - k \ln T$



Si cette loi est vérifiée, alors $\ln b = f(\ln T)$ doit être une droite de pente $-k$ et d'ordonnée à l'origine $\ln A$.

Par régression linéaire ($y = ax + b$), on valide la loi :

$$\begin{cases} r^2 = 0,9986 \Rightarrow \text{les points sont bien alignés !} \\ a = -2,00 \\ b = \ln A = 14,3 \\ \Leftrightarrow A = e^b = 1,62 \times 10^6 \text{ K}^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow b(T) = \frac{1,62 \times 10^6}{T^2}$$

- (c) En utilisant l'extensivité du volume, on déduit l'équation d'état du gaz :

$$PV = nRT \left[1 - \frac{b(T)}{V} \right] = nRT \left[1 - \frac{1,62 \times 10^6 \times n}{T^2 V} \right]$$

- (d) Lorsque $b = 0$, on retrouve l'EEGG : le terme $\frac{b(T) \times n}{V}$ peut donc être vu comme un terme correctif de l'équation d'état.

- $b(T) > 0$: du fait de l'existence des interactions intermoléculaires (attractives), la pression réelle est plus faible que la pression (cinétique) du gaz supposé parfait ;
- Cet écart est d'autant plus faible que la température est importante : avec l'augmentation de l'agitation moléculaire, la pression (cinétique, liée aux chocs) l'emporte sur la pression moléculaire (liée aux interactions intermoléculaires).