

Programme de colles
Semaine 13 du 8/01 au 12/01/2024

Chapitre 10 : Matrices

- Définition, taille, matrices carrées, triangulaires, diagonales.
- Somme, produit par un scalaire, produit matriciel, puissances d'une matrice carrée, propriétés des opérations.
- Lien avec les systèmes linéaires, rang d'une matrice.
- Matrices carrées inversibles, techniques pour déterminer l'inverse.
- Inversibilité des matrices diagonales, ou triangulaires.
- Cas $n = 2$: déterminant et formule de l'inverse.
- Transposée, matrices symétriques ou antisymétriques.

Liste des questions de cours :

1. Définition d'une matrice carrée inversible. Quel est son rang ? Que dire d'un système linéaire associé ?
2. Inverse d'un produit de matrices inversibles, **avec démonstration**.
On admet que l'existence d'une matrice B telle que $AB = I$ ou $BA = I$ suffit à prouver l'inversibilité de A .
3. Condition nécessaire et suffisante d'inversibilité d'une matrice diagonale ou triangulaire.
 Quels sont alors les coefficients de l'inverse qu'on peut connaître ?
4. Puissances d'une matrice diagonale ou triangulaire.
5. Si A est une matrice quelconque, alors $M = A^t A$ est symétrique, **avec démonstration**.

Informatique (en langage *Python*) :

1. Déclaration d'une variable : affectation (=)
2. Importations à partir du module `math`.
3. Syntaxe de définition d'une fonction.
4. Boucle `for` ou `while`. Applications aux calculs de sommes ou de produits.
5. Booléens `True`, `False`, comparaisons (`==`, `!=`, `>`, `>=`, `<`, `<=`), tests.
6. Listes, chaînes de caractères et tuples. Indexation, extraction, concaténation.
7. Modules `matplotlib.pyplot` (`plt`) et `numpy` (`np`) : représentations graphiques.
8. **Fonctions récursives** : cas de base, appel récursif.

Mots clés à connaître : `from import as def return for while if elif else`

Fonctions à connaître : `range len append np.linspace plt.plot plt.show`

Exemples de questions pouvant être posées par l'examineur :

- * Définir de façon récursive une fonction `u(n)` renvoyant u_n défini par
$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ \forall n \geq 0, u_{n+1} = \cos(u_n) + 1 \end{cases}$$
- * Définir de façon récursive une fonction `v(n)` renvoyant v_n défini par
$$\begin{cases} v_0 = 0, v_1 = 1 \\ \forall n \geq 0, v_{n+2} = \sqrt{v_{n+1}} + \ln(1 + v_n) \end{cases}$$

Bonnes vacances à tous !