

Devoir Maison n°10

Distance entre deux droites non coplanaires

Dans l'espace $\mathcal{E}$ rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les droites D_1 et D_2 définies de la façon suivante :

- D_1 est la droite passant par le point $A(5, 4, 3)$ et dirigée par le vecteur $\vec{u}_1(4, 1, 1)$
- D_2 est la droite d'équations cartésiennes
$$\begin{cases} x - 3y - 2z + 1 = 0 \\ x + 5y - 2z - 7 = 0 \end{cases}$$

Le but de l'exercice est de déterminer la perpendiculaire commune aux droites D_1 et D_2 , et d'en déduire la distance entre les droites D_1 et D_2 .

On rappelle que, dans l'espace, deux droites sont dites *perpendiculaires* si elles sont **sécantes**, et que leurs directions sont **orthogonales**.

1. (a) D_1 et D_2 sont-elles sécantes ? Justifier.
(b) Déterminer un vecteur-directeur $\vec{u}_2$ de la droite D_2 , puis en déduire que D_1 et D_2 ne sont pas parallèles.
2. On nomme Δ la perpendiculaire commune à D_1 et D_2 , dont on admet l'existence.
(a) Déterminer un vecteur-directeur $\vec{v}$ de Δ .
(b) Soit P_1 le plan contenant D_1 et dirigé par les vecteurs $\vec{u}_1$ et $\vec{v}$.
Montrer que Δ est incluse dans P_1 .
(c) Soit P_2 le plan contenant D_2 et dirigé par les vecteurs $\vec{u}_2$ et $\vec{v}$. Montrer que $\Delta = P_1 \cap P_2$.
3. (a) Déterminer des équations cartésiennes des plans P_1 et P_2 .
(b) Écrire un système d'équations paramétriques caractérisant la droite Δ .
(c) Déterminer les coordonnées des points d'intersection entre Δ et D_1 d'une part, puis entre Δ et D_2 d'autre part.
(d) En déduire la distance entre les droites D_1 et D_2 .

* * *