

Programme de colles
Semaine 22 du 25/03 au 29/03/2024

Chapitre 17 : Espaces vectoriels

- Structure d'espace vectoriel de $\mathbf{R}^n$ ou $\mathbf{C}^n$, règles de calcul.
- Sous-espace vectoriels : parties contenant le vecteur nul et stables par combinaisons linéaires.
- Combinaisons linéaires de vecteurs, sous-espace vectoriel engendré. Notation Vect.
- Une intersection de s-ev est un s-ev.
 Une partie de $\mathbf{K}^n$ définie par une ou des équations linéaires homogènes est un s-ev.
- Famille libre ou liée, famille génératrice de $\mathbf{K}^n$ ou d'un sous-espace vectoriel.
- Bases d'un espace ou sous-espace vectoriel, coordonnées dans une base.
- Dimension d'un espace ou sous-espace vectoriel possédant une base finie.
- Rang (r) d'une famille de vecteurs de cardinal p dans un e-v de dimension n .
 Liens entre r, p, n . Caractérisation des familles libres ($r = p$) ou génératrices ($r = n$).
- Matrice d'un vecteur ou d'une famille de vecteurs dans une base.
 Le rang d'une famille de vecteurs est le rang de sa matrice associée, dans n'importe quelle base.
- Une famille de vecteurs est une base si et seulement sa matrice associée (dans une base quelconque) est inversible.
- Matrice de passage entre deux bases, formule de changement de base.

Liste des questions de cours :

1. Que dire de l'intersection de deux sous-espaces vectoriels ? (**avec démonstration**).
2. Que signifie : $\mathcal{F}$ est une famille libre (*resp* : génératrice, base) d'un espace vectoriel ?
3. Dans un espace vectoriel de dimension finie n , $\mathcal{F}$ est une famille libre (*resp* : génératrice) de cardinal p . Comparer alors n et p . Que dire en cas d'égalité ?
4. Formule matricielle de changement de bases pour un vecteur $u \in \mathbf{K}^n$ muni de deux bases $\mathcal{B}_1$ et $\mathcal{B}_2$.

Remarque : le chapitre 16 (géométrie dans $\mathbf{R}^2$ ou $\mathbf{R}^3$) n'est pas évalué en tant que tel en colles, mais peut servir de base à des exercices d'espaces vectoriels.

Remarque 2 : les exercices portant sur des espaces vectoriels autres que $\mathbf{K}^n$ devront rester de difficulté modeste ou être fortement guidés.

Informatique (en langage *Python*) :

1. Déclaration d'une variable : affectation (=)
2. Importations à partir du module `math`.
3. Syntaxe de définition d'une fonction.
4. Boucle `for` ou `while`. Applications aux calculs de sommes ou de produits.
5. Booléens `True`, `False`, comparaisons (`==`, `!=`, `>`, `>=`, `<`, `<=`), tests.
6. Listes, chaînes de caractères et tuples. Indexation, extraction, concaténation.
7. Modules `matplotlib.pyplot` (`plt`) et `numpy` (`np`) : représentations graphiques.
8. Fonctions récursives : cas de base, appel récursif.
9. Simulation du hasard : le module `random` (`rd`).
10. Algorithme de dichotomie (corollaire 1 du TVI).

Mots clés à connaître : `from import as def return for while if elif else`

Fonctions à connaître : `range len append np.linspace plt.plot plt.show rd.random rd.randint rd.choice`

Bon courage à tous !