

TD φ 13 : Premier principe pour un fluide en écoulement stationnaire

Relier cours et exercices

Capacités et compétences du cours ...

- ▶ Utiliser le premier principe de la thermodynamique pour l'écoulement d'un fluide en régime stationnaire, en termes de grandeurs massiques ou en termes de puissances, notamment pour l'étude d'un détenteur, d'un compresseur, d'une turbine, d'un échangeur thermique.
- ▶ Exploiter un diagramme donnant la pression P (ou $\log P$) en fonction de l'enthalpie massique h d'un fluide réel pour l'étude de machines thermodynamiques réelles.

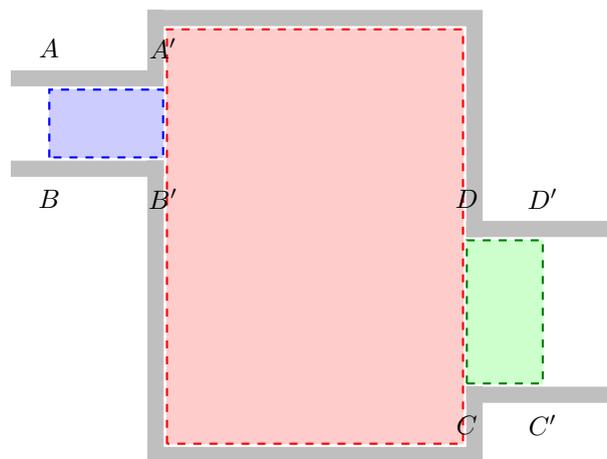
... à appliquer dans ...

- ▶ Tous les exercices
- ▶ Exercice n° 3

Savoir appliquer son cours

Exercice n° 1 : Filière laitière et valorisation énergétique (d'après Agro-Véto AD 2022) 🕒 ★

On considère un fluide en écoulement dans un organe thermodynamique comportant une seule entrée et une seule sortie. On néglige, entre l'entrée et la sortie de ce dispositif, les variations d'énergie cinétique massique et d'énergie potentielle massique du fluide. On se place en régime permanent, le débit massique du fluide (identique à l'entrée et à la sortie) est noté D_m .



On note respectivement u , h , p et v l'énergie interne massique, l'enthalpie massique, la pression et le volume massique. Toutes ces grandeurs sont indicées du chiffre 1 en entrée (par exemple u_1) et du chiffre 2 en sortie (par exemple u_2). Au cours de l'écoulement, le fluide reçoit un transfert thermique massique q et un travail massique utile w_u de la part d'une partie mobile (hélice, etc.). Cela correspond à une puissance thermique \mathcal{P}_{th} et une puissance mécanique utile \mathcal{P}_u .

1. Donner la relation entre q , D_m et \mathcal{P}_{th} , d'une part et entre w_u , D_m et \mathcal{P}_u d'autre part. On considère le système (Σ) constitué à t par le fluide contenu dans le volume $ABCD$. Ce système fermé s'écoule de telle sorte qu'à $t + dt$ il se trouve dans le volume $A'B'C'D'$.
2. En notant U_0 l'énergie interne du fluide situé dans le volume de contrôle $A'B'CD$, exprimer l'énergie interne $U(t)$ et $U(t + dt)$ de (Σ) aux instants t et $t + dt$, en fonction de U_0 , u_1 , u_2 , D_m et dt .

On note dV_1 , le volume $AA'BB'$ et dV_2 le volume $CC'DD'$.

3. Exprimer le travail des forces pressantes exercées par le fluide en amont et le fluide en aval entre t et $t + dt$ en fonction de p_1 , dV_1 , p_2 et dV_2 .
4. Appliquer le premier principe au système fermé (Σ) entre t et $t + dt$ et en déduire la relation suivante, appelée premier principe des systèmes en écoulement permanent ou premier principe industriel.

$$h_2 - h_1 = w_u + q$$

5. Montrer en utilisant la question 1) que l'on a également : $D_m(h_2 - h_1) = \mathcal{P}_u + \mathcal{P}_{th}$.

S'entraîner

Exercice n° 2 : Climatiseur ☹️★★

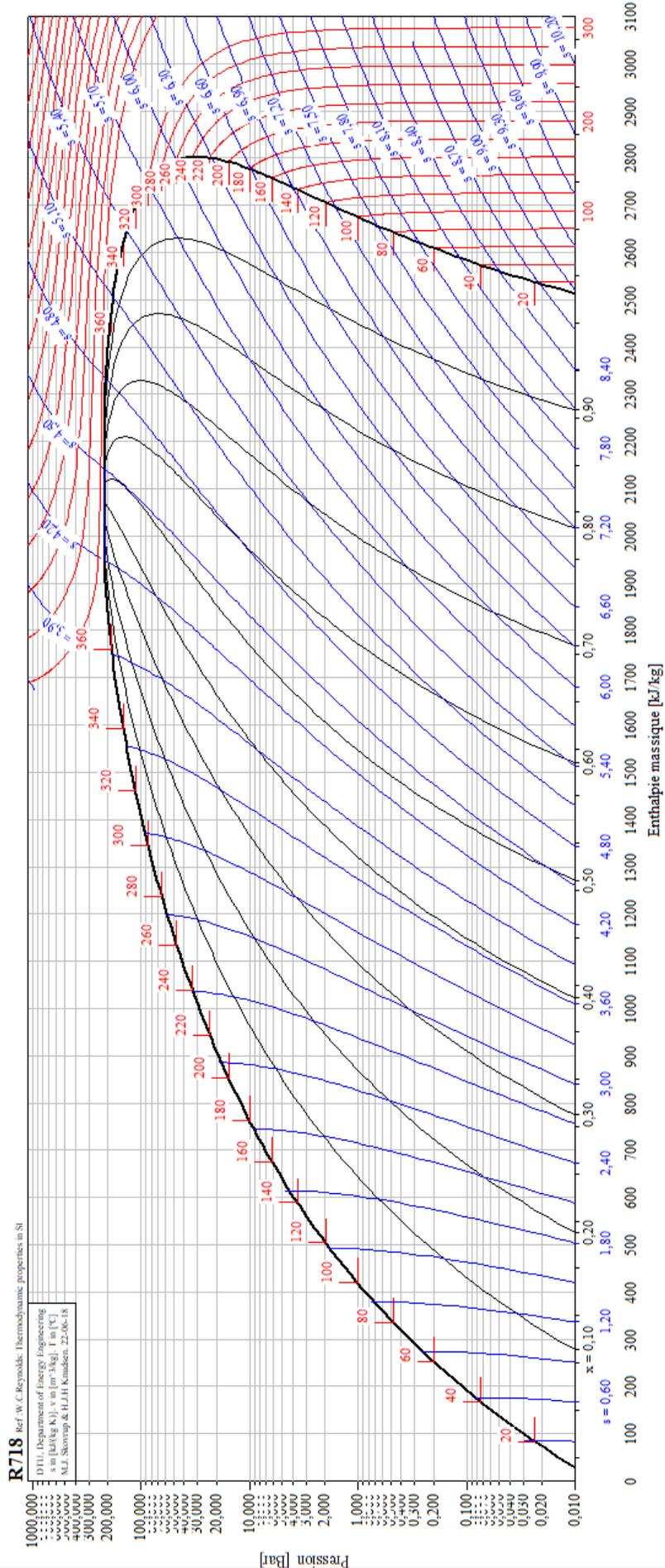
On assimile un climatiseur à un appareil faisant subir à un fluide une compression isotherme quasi-statique, puis une détente adiabatique et enfin un réchauffement isobare. La compression est obtenue grâce à un compresseur alimenté en énergie par voie électrique ; le détendeur est un système passif et le circuit de réchauffement isobare est seulement un long tuyau serpentant devant un ventilateur. Le fluide se réchauffe, donc l'air de la pièce se refroidit à son contact.

- Lors de la première transformation, compression isotherme, on assimile le fluide à un gaz parfait de masse molaire $M = 0,056 \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$.
 - Lors de la seconde transformation, détente adiabatique, la pression du fluide est divisée par 2,72.
 - Lors de la dernière transformation, réchauffement isobare, on suppose que le fluide a une capacité calorifique massique à pression constante $c_p = 4000 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$. Sa température passe de -15°C à 5°C .
 - Le débit massique du fluide est $D = 0,1 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.
1. Pendant l'intervalle de temps dt , calculer la masse dm de fluide passant. En déduire la quantité de chaleur δQ prise à l'air, et la puissance frigorifique P du climatiseur.
 2. Calculer de même le travail δW nécessaire à la compression de dm , et en déduire la puissance électrique consommée.
 3. Que vaut le coefficient d'efficacité η du climatiseur ?

Exercice n° 3 : Machine à vapeur : Cycle de Rankine ☹️★★

Dans une machine à vapeur, l'eau décrit un cycle de Rankine :

- dans l'état A , l'eau est à l'état de liquide saturant seul, dans les conditions de pression et température $P_1 = 0,2 \text{ bar}$ et $T_1 = 60^\circ\text{C}$;
 - transformation AB : l'eau est comprimée de façon adiabatique réversible (donc isentropique) dans une pompe jusqu'à la pression $P_2 = 15 \text{ bar}$,
 - transformation BC : l'eau est injectée dans la chaudière et s'y réchauffe de manière isobare jusqu'à la température $T_2 = 200^\circ\text{C}$ telle que $P_{\text{sat}}(T_2) = P_2$;
 - transformation CD : l'eau se vaporise entièrement à la température T_2 ;
 - transformation DE : la vapeur est admise dans le cylindre à T_2 et P_2 et effectue une détente adiabatique et isentropique jusqu'à la température T_1 , on obtient un mélange liquide-vapeur ;
 - transformation EA : le piston chasse le mélange liquide-vapeur dans le condenseur où il se liquéfie totalement
1. Représenter le cycle précédent sur le diagramme (P, h) de l'eau (R718) donné à la page suivante.
 2. Déduire de valeurs lues sur le diagramme le transfert thermique pour chaque transformation du cycle.
 3. Calculer le rendement de ce moteur et le comparer au rendement de Carnot. Quelles sont les causes d'irréversibilité ?

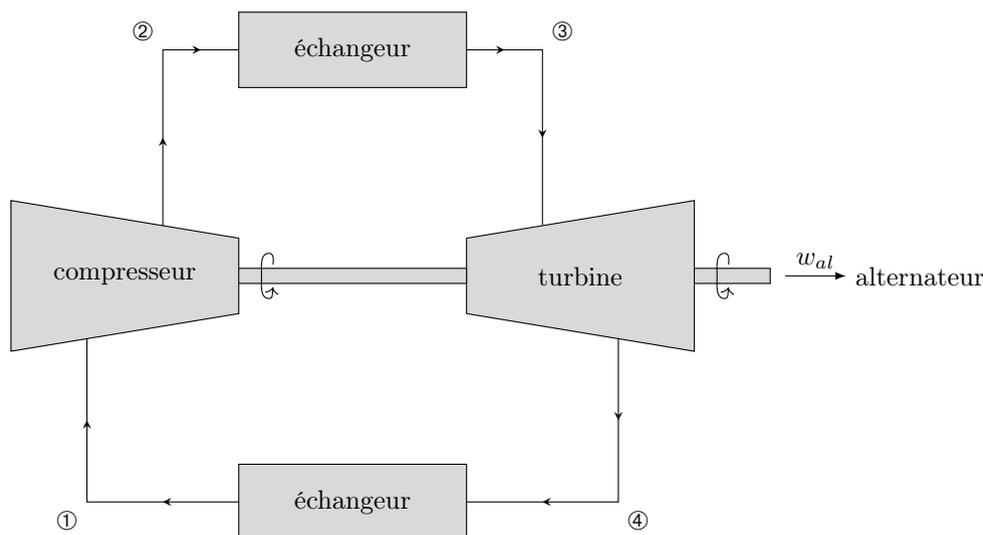


Exercice n° 4 : Turbine à gaz 🕒 ★★

Les centrales nucléaires de génération 6 prévues pour 2030 devront être sûres et présenter un rendement important. Une option étudiée parmi 6 grands choix est le réacteur à très haute température refroidi à l'hélium. Ce type de réacteur offrirait l'avantage d'améliorer l'efficacité de la conversion énergétique, compte tenu de la température élevée de la source chaude et de permettre en sus la production d'hydrogène. Dans ces installations de forte puissance, on utilise le cycle de Brayton pour extraire le travail et, *in fine*, produire de l'électricité.

Le gaz utilisé sera assimilé à un GP tel que :

$$c_P = \frac{5R}{2M_{\text{He}}} \text{ avec } R = 8,314 \text{ USI, } M_{\text{He}} = 4,00 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1} \text{ et } \gamma = \frac{c_P}{c_V} = \frac{5}{3}.$$



Le gaz circule en régime stationnaire. Il échange du travail avec l'extérieur dans le compresseur et la turbine. Le travail fourni par le passage du gaz dans la turbine sert d'une part à faire fonctionner le compresseur (sur le même axe) et à produire de l'électricité. Les transferts thermiques ont lieu dans les échangeurs. Le cycle de Brayton est constitué de deux isobares et deux adiabatiques réversibles :

- compression adiabatique réversible de 1 ($T_1 = 300 \text{ K}$ et $P_1 = 20 \times 10^5 \text{ Pa}$ vers 2 à la pression $P_2 = 80 \times 10^5 \text{ Pa}$;
- chauffage isobare de 2 vers 3 à $T_3 = 1300 \text{ K}$;
- détente adiabatique réversible de 3 vers 4 (de $P_3 = P_2$ à $P_4 = P_1$) ;
- refroidissement isobare 4 vers 1.

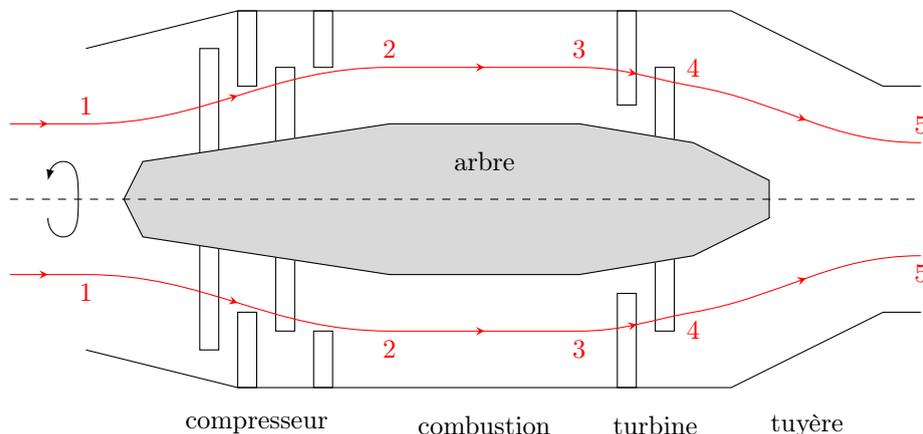
Dans toutes les transformations, on considérera négligeables les variations d'énergie cinétique et potentielle. On

pose $r_p = \frac{P_2}{P_1}$.

1. Pour une transformation isentropique, justifier que $\frac{T}{P^\beta} = \text{constante}$ avec β une constante que l'on précisera.
2. Déterminer les températures T_2 et T_4 . Effectuer l'application numérique.
3. Exprimer puis calculer les travaux utiles massiques reçus par le gaz $w_{u,12}$ et $w_{u,34}$ échangés avec l'extérieur lors des isentropiques 1-2 et 3-4.
4. Exprimer puis calculer les transferts thermiques reçus par le gaz q_{23} et q_{41} .
5. Montrer que l'efficacité est $e = 1 - \frac{1}{r_p^\beta}$
6. Calculer cette efficacité et comparer à l'efficacité de Carnot obtenue ne utilisant les deux températures extrêmes du cycle.
7. Exprimer le travail massique w_{al} cédé par la turbine à l'alternateur en fonction des températures T_3 et T_1 , de c_P , de β et de r_p .
8. Montrer que w_{al} passe par une valeur maximale en fonction du rapport de pression pour $r_p = r_{pm} = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)^\beta$.
Faire l'application numérique.

Exercice n° 5 : Turboréacteur 🕒 ★★

Le turboréacteur est un système de propulsion essentiellement utilisé pour les avions. La poussée résulte de l'accélération de l'air entre l'entrée (manche à air) et la sortie (tuyère), par la combustion d'un carburant, généralement du kérosène, dans l'oxygène de l'air. Une partie de l'énergie produite est récupérée par une turbine qui sert à faire tourner le compresseur au niveau de l'entrée de l'air.



On fait les hypothèses de travail suivantes :

- l'air est considéré comme un gaz parfait de constante énergétique $\gamma = 1,4$, sa capacité thermique à pression constante est $c_P = 1,00 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.
- L'écoulement d'air est supposé unidimensionnel et le régime est permanent.
- Les variations d'énergie potentielle sont négligées.
- L'énergie cinétique de l'air est négligée sauf, bien entendu, à la sortie de la tuyère.
- Les évolutions dans le compresseur, dans la turbine et la tuyère sont adiabatiques réversibles et suivent la loi de Laplace $PV^\gamma = cste$.
- L'évolution dans la chambre de combustion est isobare.
- Les particularités de l'air, notamment sa composition, son débit massique D_m et ses caractéristiques énergétiques c_P et γ , ne sont pas modifiées par la combustion : le mélange gazeux au cours de l'écoulement, avant et après la combustion, est assimilé à de l'air.
- Le pouvoir thermique massique du carburant utilisé (ici du kérosène) dans la chambre de combustion est $\rho_k = 50 \times 10^6 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$.

Les caractéristiques de l'écoulement de l'air dans le turboréacteur sont :

- Étape 1 \rightarrow 2 : l'air ambiant ($T_1 = 300 \text{ K}$, $P_1 = 1 \text{ bar}$) est aspiré et comprimé par le compresseur, de taux de compression $\tau = P_2/P_1 = 10,0$; puis cet air pénètre à la température T_2 et sous la pression P_2 dans la chambre de combustion où le carburant est injecté.
- Étape 2 \rightarrow 3 : grâce à la combustion du kérosène, l'air subit un réchauffement isobare ($P_3 = P_2$) jusqu'à la température $T_3 = 1200 \text{ K}$.
- Étape 3 \rightarrow 4 : le mélange gazeux se détend partiellement dans la turbine.
- Étape 4 \rightarrow 5 : les gaz sont admis dans la tuyère, conduite de section variable, où leur détente se poursuit jusqu'à la pression atmosphérique $P_5 = P_1 = 1 \text{ bar}$.

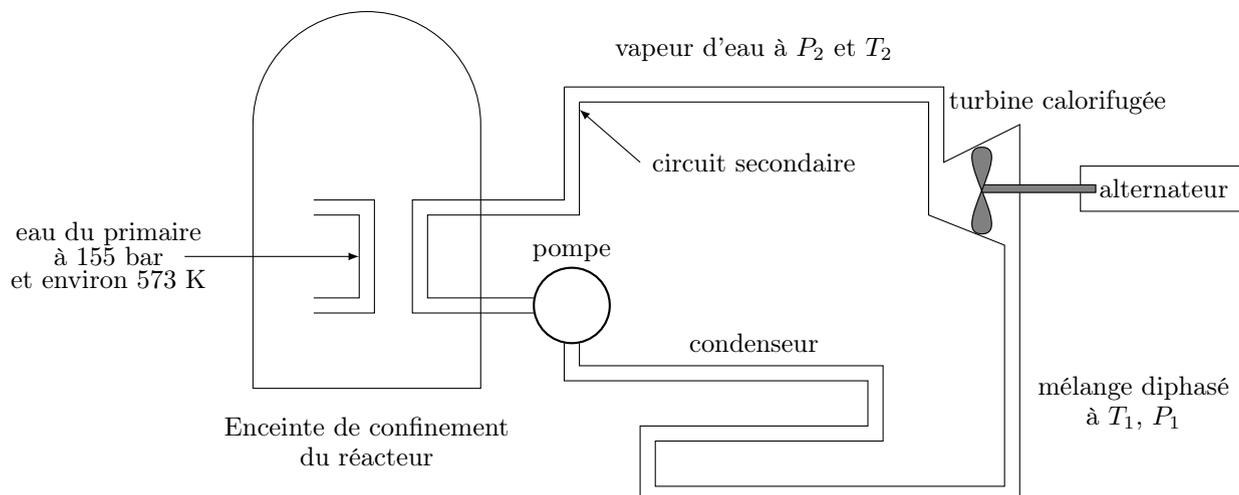
Le débit massique de l'air aspiré (et aussi de l'air refoulé) par le turboréacteur vaut $D_m = 50,0 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$.

- Établir les expressions littérales :
 - de la température T_2 à la sortie du compresseur (donc à l'entrée de la chambre de combustion) ;
 - du travail utile massique $w_{u,1 \rightarrow 2}$ mis en jeu dans le compresseur.
- Le travail utile massique au niveau du compresseur vaut $w_{u,1 \rightarrow 2} = 279 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.
 - déterminer la valeur numérique à la température T_2 ;
 - même question pour la température T_4 à la sortie de la turbine.
- Exprimer littéralement, puis numériquement :
 - la pression P_4 à la sortie de la turbine ;
 - la température T_5 à la sortie de la tuyère.
- La puissance cinétique est $\mathcal{P}_{\text{cin}} = D_m e_{c,5}$ où $e_{c,5}$ est l'énergie cinétique massique à la sortie du turbocompresseur.
 - Exprimer \mathcal{P}_{cin} en fonction de T_4 et de T_5 .
 - La calculer numériquement.
- Le rendement thermique du turboréacteur est par définition : $\eta_{\text{th}} = \mathcal{P}_{\text{cin}}/\mathcal{P}_{\text{th}}$ où \mathcal{P}_{th} est la puissance thermique reçue de l'air dans la chambre de combustion.
 - Exprimer η_{th} sous la forme d'un rapport de différences de températures.
 - Le calculer numériquement.

6. Calculer le débit massique D_k du kérosène consommé dans le turboréacteur.

Exercice n° 6 : Étude de la turbine d'un réacteur à eau pressurisée (REP) ☼★★

Le parc de production nucléaire français est composé de centrales de la filière REP :



On étudie l'eau circulant en circuit fermé dans le circuit secondaire. On propose de modéliser son évolution au prix de quelques approximations par le cycle suivant :

- État A : l'eau qui sort du condenseur est liquide sous la pression P_1 et à la température T_1 .
- Évolution AB : elle subit dans la pompe une compression durant laquelle sa température ne varie pratiquement pas. On négligera les échanges thermiques lors de cette compression qui l'amène dans l'état B sous la pression P_2 et à la température T_1 .
- Évolution BD : elle passe ensuite dans un échangeur qui permet les transferts thermiques entre le circuit primaire et le circuit secondaire. On peut décomposer en deux transformations :
 - l'eau liquide s'échauffe de manière isobare (sous la pression P_2), jusqu'à l'état C (pression P_2 , température T_2);
 - l'eau liquide se vaporise entièrement, jusqu'à l'état D sous la pression P_2 et à la température T_2 .
- Évolution DE : la vapeur d'eau se détend de manière réversible dans une turbine calorifugée jusqu'à la pression P_1 et à la température T_1 (état E). Durant cette détente, une fraction $(1 - x)$ de l'eau redevient liquide, et x reste à l'état vapeur : x est donc le titre en vapeur dans l'état E .
- Évolution EA : la vapeur restant se condense à la température T_1

Dans le tableau suivant, on donne pour l'eau à 293 K et à 573 K : la pression de vapeur saturante P_{sat} en bar, les volumes massiques v_L du liquide et v_G de la vapeur en $\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$, les enthalpies massiques h_L du liquide et h_G de la vapeur en $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.

T(K)	P_{sat}	v_L	v_G	h_L	h_G
293	0,023 (P_1)			85	2540
573	80 (P_2)	$1,31 \times 10^{-3}$	0,026	1290	2890

La masse molaire de l'eau est $M = 18 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$. On rappelle la valeur de la constante des gaz parfaits : $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.

- (a) Quelle est la variation d'enthalpie d'un corps pur lors d'une vaporisation totale ? Déterminer la chaleur latente de vaporisation de l'eau à $T = 293 \text{ K}$.
- (b) Sachant que la vapeur d'eau sous une pression de 0,023 bar et à la température de 293 K peut être considérée comme un gaz parfait, calculer son volume massique $v_G(293)$.
- Tracer le cycle de l'eau dans un diagramme de Clapeyron (P, v) en plaçant les points correspondants aux états A, B, C, D et E .
- On notera w_a le travail reçu par l'alternateur par unité de masse de fluide passant dans la turbine (on négligera tout frottement). Sachant que le titre en vapeur en E est $x = 0,68$, calculer littéralement et numériquement w_a .
- (a) Pour l'eau liquide, la capacité thermique massique est $c = 4,2 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. Calculer le transfert thermique (par unité de masse de fluide écoulé) du système avec l'échangeur du circuit primaire q_{BD} .
- (b) On définit l'efficacité par $e = \frac{w_a}{q_{BD}}$. La calculer. Que néglige-t-on dans cette définition ?
- (c) Calculer l'efficacité maximale qu'on aurait pu avoir avec les mêmes sources. Quelle conclusion peut-on en tirer ?