

TD φ 7 – 8 – Premier principe de la thermodynamique Bilans d'énergie

Relier cours et exercices

Capacités et compétences du cours ...

- ▶ Analyser un dispositif expérimental pour déduire la nature de la transformation.
- ▶ Par un calcul direct, exprimer le travail des forces de pression.
- ▶ En appliquant les lois de Joule pour les gaz ou l'équivalent pour les phases condensées, relier les variations d'énergie interne et/ou d'enthalpie aux variations de température.
- ▶ Faire un bilan enthalpique lors d'un changement d'état.
- ▶ À l'aide du premier principe, déduire le transfert thermique.
- ▶ Exploiter la relation entre flux thermique, résistance thermique et écart de température.
- ▶ Effectuer un bilan d'énergie pour un système incompressible et indilatable en contact avec un thermostat.

... à appliquer dans ...

- ▶ Exercices n° 9, 10, 16 et 17
- ▶ Exercices n° 1, 2, 3, 10, 11, 14, 15 et 17
- ▶ Exercices n° 7, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16 et 17
- ▶ Exercices n° 9, 10 et 11
- ▶ Exercices n° 2, 10, 11 et 15
- ▶ Exercices n° 4, 5 et 6
- ▶ Exercices n° 12 et 13

Savoir appliquer son cours

Exercice n° 1 : Calcul d'un travail pour des gaz 🕒 ★

Soit une mole de gaz subissant une compression isotherme de (P_0, T_0) à $(2P_0, T_0)$.

Donner l'expression du travail reçu par le gaz selon qu'il s'agit :

1. d'un gaz parfait,
2. d'un gaz de VAN DER WAALS d'équation d'état : $\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$.

Exercice n° 2 : Une première machine thermique 🕒 ★

L'état initial d'une mole de gaz parfait est caractérisé par une pression P_1 et un volume V_1 . On lui fait subir successivement les transformations réversibles suivantes :

- une détente isobare de l'état 1 à l'état 2 qui double son volume,
 - une compression isotherme de l'état 2 à l'état 3,
 - un refroidissement isochore de 3 à 1 qui ramène le gaz à son état initial (P_1, V_1) .
1. Exprimer les paramètres thermodynamiques manquants (pression, volume et température) à chaque étape du cycle en fonction de P_1 , V_1 et R .
 2. On donne $P_1 = 2 \times 10^5$ Pa et $V_1 = 14$ L. Calculer les paramètres thermodynamiques et les présenter sous forme d'un tableau.
 3. Représenter le cycle de transformations dans le diagramme de Clapeyron $P = f(V)$.
Le cycle est-il moteur ou récepteur ?
 4. Exprimer puis calculer les travaux échangés par le système au cours de chaque étape du cycle, ainsi que le travail total.
 5. Déduire du premier principe la quantité de chaleur échangée par le système au cours du cycle.

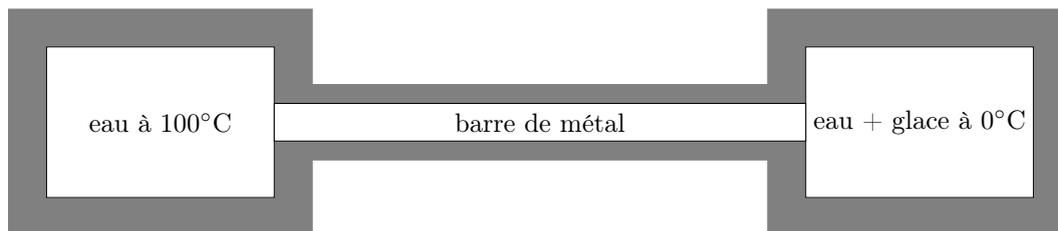
Exercice n° 3 : Transformation économe? 🕒 ★

On effectue, de trois façons différentes, une compression qui amène du diazote (considéré comme un gaz parfait) de l'état A ($P_A = P_0 = 1,0$ bar, $V_A = 3V_0$) à l'état B ($P_B = 3P_0$, $V_B = V_0 = 1,0$ L).

- La première transformation est isochore puis isobare.
 - La deuxième transformation est isobare puis isochore.
 - La troisième transformation est isotherme.
1. Représenter dans le plan $P = f(V)$ les trois transformations.
 2. Calculer les travaux reçus dans les trois cas.
 3. Quelle transformation choisira-t-on si l'on veut dépenser le moins d'énergie possible ?

Exercice n° 4 : Associations de résistances thermiques 🕒 ★★

Soit le système de conduction suivant :



L'ensemble des parois sont calorifugées.

Si la barre est en cuivre, la glace fond en 20 minutes. Si elle est en acier, elle fond en 40 minutes.

En combien de temps fond la glace dans les deux configurations suivantes (la longueur de chacune des barres est inchangée) :

**Exercice n° 5** : Comportement social thermorégulateur des manchots 🕒 ★

Un manchot se modélise par un parallélépipède rectangle de section carrée de côté $a = 10$ cm et de hauteur $\ell = 50$ cm. Le manchot maintient sa température interne $T_i = 37^\circ\text{C}$ au moyen d'un apport métabolique $\mathcal{P}_1 = 50$ W qui compense les pertes par conduction thermique au travers de son revêtement de plumes d'épaisseur $e = 1,0$ cm et de conductivité thermique λ . On rappelle que la conductance thermique est liée à la conductivité par la relation :

$$G_{\text{th}} = \frac{\lambda A}{e} \text{ avec } A \text{ la surface extérieure d'un manchot.}$$

- Déterminer la valeur de la conductivité thermique λ de revêtement de plumes sachant que la température extérieure (y compris au niveau du sol) est $T_e = -20^\circ\text{C}$.
- Pour faire face à des températures extrêmes, neuf manchots se serrent les uns contre les autres, formant un carré de 3×3 manchots. Le pavage est parfait, seules les faces inférieures, supérieures et latérales sont sujettes aux pertes thermiques.

De combien le métabolisme nécessaire au maintien de la température interne, rapporté à un manchot, est-il réduit lorsque les neuf manchots se serrent les uns contre les autres ?

Exercice n° 6 : Sensation de froid et de chaud 🕒 ★

Deux cylindres, isolés thermiquement sur leur surface latérale, de même section S , de même axe (Ox) , conductivités thermiques λ_1 et λ_2 , de longueurs L_1 et L_2 , sont en contact en $x = 0$. On maintient leurs extrémités $x = -L_1$ et $x = L_2$ aux températures respectives T_1 et T_2 . On se place en régime stationnaire.

- Déterminer la température T_i à l'interface en $x = 0$.
- Calculer T_i pour un contact main-bois puis pour un contact main-acier. Conclure.
AN : $T_1 = 37,0^\circ\text{C}$ (main) ; $T_2 = 20,0^\circ\text{C}$ (bois ou acier) ; $L_1 = L_2$; $\lambda_1 = 10,0 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ (main) ; $\lambda_2 = 1,00 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ (bois) et $\lambda'_2 = 100 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ (acier).
- Expliquer pourquoi en hiver, dans un jardin public, il vaut mieux s'asseoir sur un banc en bois que sur une chaise en métal !

Exercice n° 7 : Calcul d'un transfert thermique 🕒 ★

Aux faibles pressions, la capacité thermique massique à pression constante d'un gaz diatomique (monoxyde de carbone) est fonction de la température absolue T exprimée en K :

$$c_p = A_0 - \frac{A_1}{T} + \frac{A_2}{T^2}$$

avec $A_0 = 1,41 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{g}^{-1}$; $A_1 = 492 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1}$; $A_2 = 16 \times 10^4 \text{ J} \cdot \text{K} \cdot \text{g}^{-1}$.

- Calculer la quantité de chaleur Q_p reçue par une mole de monoxyde de carbone ($M_{\text{CO}} = 28 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$) lorsque ce gaz est chauffé de 27°C à 127°C , à pression constante.
- En déduire la capacité thermique massique moyenne \bar{c}_p relative à une mole du gaz, définie par $Q_p = m\bar{c}_p\Delta T$.

Exercice n° 8 : Bilan enthalpique ☹️ ★

Au laboratoire, on utilise des vases calorimétriques afin de mesurer des capacités thermiques ou déterminer des transferts thermiques. On décrit ici une expérience simple, en vue d'illustrer le principe et de réfléchir aux sources d'erreurs qu'il est possible de corriger.

On suppose dans un premier temps le vase calorimétrique comme une enceinte isolante assurant qu'aucun transfert thermique n'a lieu vers le système contenu dans le vase. On place une masse m_e d'eau à température connue T_e et un corps solide de capacité thermique inconnue C_s à la température connue T_s . On désire montrer que la mesure de la température finale T_f du système à l'issue de la phase d'homogénéisation permet de connaître C_s .

Données : $c_{\text{eau}} = 4,18 \times 10^3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$

- Un agitateur manuel en plastique est présent dans le vase. À quoi sert-il ?
- On désire effectuer un bilan enthalpique. Sachant que la transformation est supposée isobare que peut-on dire de la variation d'enthalpie du système constitué par le corps et l'eau contenus dans le vase ?
- Exprimer successivement :
 - la variation d'enthalpie ΔH_e de l'eau dans la transformation allant de l'état initial à température T_e vers l'état final à T_f , on notera C_e la capacité thermique de l'eau utilisée ;
 - la variation d'enthalpie ΔH_s du corps solide entre l'état initial à T_s et l'état final à T_f .
- En déduire une expression de la température finale T_f en fonction de T_e , T_s , C_e et C_s . Quel type de relation mathématique obtient-on ainsi entre les températures ? Envisager des cas particuliers remarquables.
- La masse d'eau est de 120 g, de température initiale $\theta_e = 18,0^\circ\text{C}$. La température initiale du corps solide est $\theta_s = 78,2^\circ\text{C}$. On mesure une température finale $\theta_f = 42,1^\circ\text{C}$.
 - Peut-on reprendre la relation précédente avec les températures en degrés Celsius ou doit-on impérativement les convertir en kelvin ?
 - Quelle valeur de capacité thermique attribue-t-on au solide dans l'hypothèse d'un rôle négligeable joué par le vase ?
- Pour tester la validité du modèle, on recommence l'expérience en plaçant deux masses identiques $m = 75 \text{ g}$ d'eau aux températures initiales respectives $\theta_e = 18,0^\circ\text{C}$ et $\theta_s = 78,2^\circ\text{C}$. On mesure une température finale $\theta_f = 45,4^\circ\text{C}$. Ce résultat confirme-t-il les hypothèses faites ?
- On affine la description de l'expérience en considérant que le vase est doté de sa propre capacité thermique C_0 . Initialement à température $\theta_e = 18,0^\circ\text{C}$, il évolue lui aussi vers la température finale. L'ensemble vase et contenu reste considéré comme isolé de l'extérieur. Déterminer une valeur de C_0 .
- On considère que le rôle de C_0 est le même que celui d'une masse supplémentaire d'eau m_0 d'eau qui passerait de θ_e à θ_f . On appelle *valeur en eau* du calorimètre la quantité m_0 . La calculer puis corriger la valeur C_s trouvée précédemment.
- Quelle erreur relative de mesure entraîne le fait de négliger le rôle du calorimètre ?

Exercice n° 9 : Un peu de cuisine ☹️ ★

Une recette de cuisine pour réaliser un bouillon de légumes demande de réduire de moitié le volume de bouillon par vaporisation. Une casserole contient un volume $V = 1,5 \text{ L}$ de bouillon (assimilable à de l'eau). Elle est placée sur une plaque chauffante d'une puissance $P = 1000 \text{ W}$. Calculer la durée Δt nécessaire à la réduction de moitié du bouillon à partir de l'instant où le liquide atteint la température de 100°C .

On donne la chaleur latente de vaporisation de l'eau $L_{\text{vap}} = 40,65 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ à 100°C .

Exercice n° 10 : Évolution par compression ☹️ ★★

Un cylindre fermé par un piston constitue un système perméable à la chaleur. Il contient une mole de gaz parfait dans l'état initial $T_1 = 273 \text{ K}$, $P_1 = 3,00 \times 10^5 \text{ Pa}$. Ce système est plongé dans un bain eau-glace constituant un thermostat à $\theta_0 = 0^\circ\text{C}$.

On agit sur le piston mobile pour détendre lentement le gaz jusqu'à la pression $P_2 = 1,00 \times 10^5 \text{ Pa}$.

- Déterminer le travail et le transfert thermique échangés par le gaz lors de cette détente.
- Quel est le transfert thermique cédé par le thermostat ? En déduire la masse de glace apparaissant dans le thermostat.

On donne l'enthalpie massique de fusion de la glace (sous $P^\circ = 1 \text{ atm}$) : $L_{\text{fus}} = 335 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.

Exercice n° 11 : Vaporisation d'eau par deux méthodes ☹️ ★★★

- Une masse de $m = 1 \text{ kg}$ d'eau liquide est contenue dans un récipient fermé par un piston, à $\theta = 100^\circ\text{C}$ sous $P^\circ = 1 \text{ bar}$. Par déplacement infiniment lent du piston, l'ensemble étant plongé dans un thermostat dont la température est maintenue à θ , on réalise la vaporisation totale de l'eau. À l'état final, le volume $V_f = 1,7 \text{ m}^3$. Calculer le transfert thermique fourni par le thermostat, le travail échangé, les variations d'énergie interne et d'enthalpie de l'eau.
- On place directement la même masse m d'eau liquide, prise à θ , dans un récipient thermostaté à θ , initialement vide, et de volume $V_f = 1,7 \text{ m}^3$. L'eau s'y vaporise instantanément. Déterminer les mêmes grandeurs qu'à la question 1.

Donnée : enthalpie massique de vaporisation de l'eau à 373 K : $L_{\text{vap}} = 2,26 \times 10^3 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.

S'entraîner

Exercice n° 12 : Temps de réponse d'un thermomètre au mercure ☹️★★

On souhaite mesurer la température T_{liq} d'un liquide avec un thermomètre à mercure. La partie utile (immergée) du thermomètre est un cylindre de rayon a et de hauteur H qui a une masse volumique moyenne ρ et une capacité thermique massique moyenne c . Le transfert thermique entre le thermomètre et le liquide est modélisé de la manière suivante : la puissance thermique reçue par le thermomètre est $\Phi = hS(T_{\text{liq}} - T)$ où T est la température du thermomètre, h une constante positive et S la surface de contact entre le thermomètre et le liquide (c'est-à-dire de sa partie utile).

On immerge le thermomètre à l'instant $t = 0$, sa température initiale étant T_0 .

1. Écrire l'équation différentielle pour $T(t)$. On veillera à détailler l'expression littérale de S
2. À quel instant t_1 a-t-on $T(t_1) - T_{\text{liq}} = \frac{T_0 - T_{\text{liq}}}{100}$?
3. Calculer t_1 .

Application numérique : $H = 1,50 \text{ cm}$; $a = 3,00 \text{ mm}$; $\rho = 13,6 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$; $c = 140 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$;
 $h = 28,4 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$.

Exercice n° 13 : Étude d'une résistance électrique ☹️★★

Une résistance électrique de capacité thermique C est placée dans l'air de température T_0 . Lorsque la température de la résistance est $T > T_0$, on admet que la quantité de chaleur perdue dans le milieu extérieur pendant la durée infinitésimale dt est de la forme $\alpha C(T - T_0)dt$, α étant une constante. Initialement, la résistance est en équilibre thermique avec l'extérieur à la température T_0 . À l'instant $t = 0$, on fait passer un courant dans la résistance qui dissipe, par effet Joule, une puissance constante \mathcal{P} .

Établir la loi de variation de la température T en fonction du temps t . Quelle est la température limite atteinte au bout d'un temps très long ?

Exercice n° 14 : Compression adiabatique ☹️★★

Un récipient fermé par un piston mobile renferme $2 \times 10^{-3} \text{ kg}$ d'hélium, gaz parfait monoatomique, dans les conditions (P_1, V_1) . On opère une compression adiabatique, lente, qui amène le gaz dans les conditions (P_2, V_2) . Déterminer :

1. le volume final V_2 .
2. le travail reçu par le système.
3. la variation d'énergie interne du gaz.
4. déduire l'élévation de température du gaz, sans calculer la température initiale T_1 .

Données : $P_1 = 1 \text{ atm}$; $V_1 = 10 \text{ L}$; $P_2 = 3 \text{ atm}$.

Exercice n° 15 : Calculs simples de variations de grandeurs d'état ☹️★

Soit un gaz parfait dont les paramètres à l'état initial sont (P_0, V_0, T_0) .

Déterminer le travail reçu par le gaz au cours de la transformation, les variations d'énergie interne, d'enthalpie ainsi que le transfert thermique échangé au cours des transformations suivantes effectuées à partir de l'état initial :

1. transformation isochore quasi-statique jusqu'à atteindre une température $T_0/2$.
2. transformation isobare quasi-statique jusqu'à atteindre une température $2T_0$.
3. transformation isotherme qui double la pression.
4. transformation adiabatique quasi-statique jusqu'à atteindre une température $2T_0$.

Exercice n° 16 : Transformations de deux systèmes séparés par un piston ☹️♥

Un récipient indéformable, cylindrique, fermé à ses extrémités, est divisé en deux compartiments par un piston mobile, sans frottement et diathermane. Les parois du récipient sont athermanes. Le cylindre est horizontal. Dans chaque compartiment, on a disposé une certaine quantité d'air :

Données :

compartiment 1 : $P_1 = 2 \text{ atm}$; $V_1 = 1 \text{ L}$; $T_1 = 400 \text{ K}$.

compartiment 2 : $P_2 = 1 \text{ atm}$; $V_2 = 1 \text{ L}$; $T_2 = 300 \text{ K}$.

Le piston, abandonné à lui-même, atteint une position d'équilibre. Déterminer la pression finale et la température du gaz parfait en justifiant. Préciser la nature des échanges entre les deux compartiments.

Exercice n° 17 : Détente à pression extérieure constante ☹️★★★

Un cylindre horizontal de volume V_1 dont les parois sont calorifugées contient une mole de gaz parfait monoatomique à la pression P_1 , à la température T_1 . Ce système communique avec un deuxième cylindre horizontal, initialement vide et calorifugé, fermé par un piston mobile, également calorifugé, en contact avec l'atmosphère qui est à la pression P_0 , via un robinet. À l'état initial, $P_1 = 2P_0$. On ouvre le robinet.

Exprimer la température finale T_2 et les variations d'énergie interne et d'enthalpie.



Correction de l'exercice n° 1 « Calcul d'un travail pour des gaz » :

1. $\delta W = -P_{ext}dV = -PdV$ car la transformation est réversible donc quasi-statique.

Le gaz étant parfait, on peut écrire que $P = \frac{RT}{V} = \frac{RT_0}{V}$ puisque la transformation est isotherme.

Ainsi $\delta W = -RT_0 \frac{dV}{V}$.

$$W(1 \rightarrow 2) = \int_{V_1}^{V_2} -RT_0 \frac{dV}{V} = -RT_0 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = -RT_0 \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) = RT_0 \ln 2 > 0$$

2. Pour les mêmes raisons, nous pouvons écrire que $\delta W = -PdV$. Mais cette fois, $P = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}$.

D'où $\delta W = -\frac{RT_0 dV}{V-b} + \frac{adV}{V^2}$. Puis :

$$W(1 \rightarrow 2) = -RT_0 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V-b} + a \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V^2} = -RT_0 \ln\left(\frac{V_2-b}{V_1-b}\right) - a\left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1}\right)$$



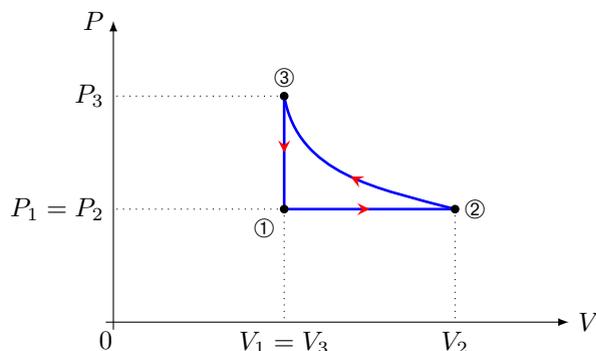
Correction de l'exercice n° 2 « Une première machine thermique » :

1. En utilisant les données de l'énoncé sur la nature des transformations et l'équation d'état du gaz parfait (pris ici pour $n = 1$ mol), on déduit des différents paramètres :

- état ① : P_1 ; V_1 et $T_1 = \frac{P_1 V_1}{R}$;
- état ② : $P_2 = P_1$; $V_2 = 2V_1$ et $T_2 = \frac{P_2 V_2}{R} = \frac{2P_1 V_1}{R} = 2T_1$;
- état ③ : $T_3 = T_2 = 2T_1$; $V_3 = V_1$ (car ③→① est isochore) ; $P_3 = \frac{RT_3}{V_3} = \frac{2RT_1}{V_1} = 2P_1$.

2. Avec $P_1 = 2 \times 10^5$ Pa et $V_1 = 14$ L, on peut faire les applications numériques :

état	P (bar)	V (L)	T (K)
①	2	14	337
②	2	28	674
③	4	14	674



3. Le cycle ci-dessus à droite est récepteur car parcouru dans le sens trigonométrique.

4. Calculons les travaux pour chaque transformation :

- ①→② : isobare. Donc $P_{ext} = P_1 = P_2$, soit :

$$W(1 \rightarrow 2) = \int_{V_1}^{V_2} -P_1 dV = -P_1 (V_2 - V_1) = -P_1 V_1 \stackrel{A.N.}{=} -2,8 \text{ kJ} < 0 \text{ (détente, OK)}$$

- ②→③ : isotherme. Donc lente, quasi-statique : l'équilibre mécanique est donc établi à chaque instant : $P_{ext} = P$, soit :

$$W(2 \rightarrow 3) = \int_{V_1}^{V_2} -PdV \stackrel{EE}{=} \int_{V_2}^{V_3} -RT_2 \frac{dV}{V} \stackrel{T=cste}{=} -2RT_1 \ln\left[\frac{V_3}{V_2}\right] = +2P_1 V_1 \ln 2 \stackrel{A.N.}{=} +3,88 \text{ kJ} > 0 \text{ (compression, OK)}$$

- ③→① : isochore. Donc $V = cste \Leftrightarrow dV = 0$, soit $W(3 \rightarrow 1) = 0$.

Enfin, par définition, $W_{cycle} = W(1 \rightarrow 2) + W(2 \rightarrow 3) + W(3 \rightarrow 1) \stackrel{A.N.}{=} +1,08 \text{ kJ} > 0$, cohérent avec la conclusion de la question précédente.

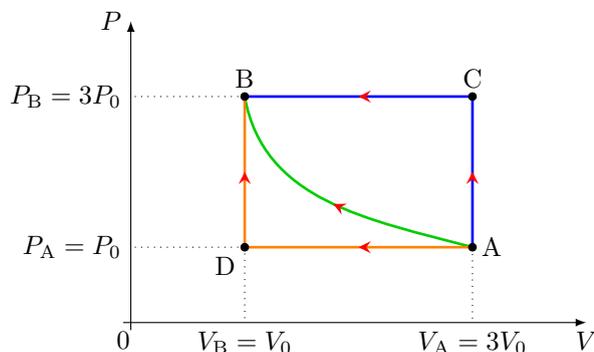
5. En appliquant le premier principe au gaz parfait sur un cycle :

$$\Delta U = U_1 - U_1 = 0 = W_{cycle} + Q_{cycle} \Leftrightarrow Q_{cycle} = -W_{cycle} \stackrel{A.N.}{=} -1,08 \text{ kJ}$$



Correction de l'exercice n° 3 « Transformation économe ? » :

1. Ci-dessous les trois transformations, respectivement en bleu, orange et vert :



Les deux premières transformations passent nécessairement par un état intermédiaire, noté C pour la première et D pour la seconde.

- A → B : isotherme (QS) pour laquelle l'équilibre mécanique est établi à chaque instant ($P_{\text{ext}} = P$), soit :

$$W(A \rightarrow B) = \int_{3V_0}^{V_0} -PdV \stackrel{\text{EE}}{=} \int_{3V_0}^{V_0} -RT_A \frac{dV}{V} \stackrel{T_0 = \text{cste}}{=} -RT_A \ln \left[\frac{V_0}{3V_0} \right] = +3P_0V_0 \ln 3 \stackrel{\text{A.N.}}{=} +3,3 \times 10^2 \text{ J}$$

3. La transformation A → D → B est donc celle qui coûte le moins d'énergie possible.



Correction de l'exercice n° 5 « Comportement social thermorégulateur des manchots » :

1. La conductance thermique du revêtement de plume d'un manchot est :

$$G_{\text{th}} = \frac{\lambda A}{e}$$

où A est l'aire de la surface extérieure d'un manchot $A = 4al + 2a^2$.

En régime permanent, toute la puissance produite par le métabolisme de l'animal est évacuée vers l'extérieur, ainsi :

$$\mathcal{P}_1 = G_{\text{th}}(T_i - T_e) \Rightarrow \lambda = \frac{e \mathcal{P}_1}{A(T_i - T_e)} \stackrel{\text{A.N.}}{=} 4,0 \times 10^{-2} \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

2. Pour les manchots serrés les uns contre les autres, la surface extérieure pour 9 manchots (en 3×3) est $A_9 = 4 \times 3al + 2 \times (3a)^2$.

Or le rapport :

$$\frac{\mathcal{P}}{A} = \frac{\lambda(T_i - T_e)}{e}$$

Il est donc identique pour 1 manchot ou pour 9 manchot, ainsi :

$$\mathcal{P}_9 = \frac{12al + 18a^2}{4al + 2a^2} \mathcal{P}_1 \stackrel{\text{A.N.}}{=} 3,5 \mathcal{P}_1$$

On en déduit qu'un manchot doit fournir en moyenne (lorsqu'il est serré dans avec les autres) :

$$\mathcal{P}' = \frac{\mathcal{P}_9}{9} = 0,39 \mathcal{P}_1$$

soit 39% de la puissance qu'il doit fournir s'il est isolé.



Correction de l'exercice n° 6 « Sensation de chaud et de froid » :

1. On rappelle que la résistance thermique d'un cylindre est $R_{\text{th}} = \frac{L}{\lambda S}$. Les deux cylindres sont ici associés en série donc la résistance thermique de l'ensemble est la somme des résistances thermiques. La conservation du flux thermique en régime permanent s'écrit :

$$\Phi_{\text{th}} = \frac{T_1 - T_2}{R_{\text{th1}} + R_{\text{th2}}} = \frac{T_1 - T_i}{R_{\text{th1}}} = \frac{T_i - T_2}{R_{\text{th2}}}$$

d'où $T_i = T_2 + \frac{R_{th2}}{R_{th1} + R_{th2}}(T_1 - T_2)$ (formule d'un pont diviseur!) On obtient finalement :

$$T_i = \frac{R_{th1}T_2 + R_{th2}T_1}{R_{th1} + R_{th2}} = \frac{\lambda_1 L_2 T_1 + \lambda_2 L_1 T_2}{\lambda_1 L_2 + \lambda_2 L_1}$$

2. L'application numérique donne :

- pour un contact main/bois $T_i = 35,5^\circ\text{C}$
- pour un contact main/acier $T_i = 21,5^\circ\text{C}$

3. Le bois semble plus chaud que l'acier car ce dernier est un meilleur conducteur thermique, il évacue donc mieux la chaleur apportée par la main. L'acier étant un meilleur conducteur que la main, la température de contact est proche de celle de l'acier alors que la bois est un moins bon conducteur thermique que la main, la température de contact est proche de celle de la main.



Correction de l'exercice n° 7 « Calcul d'un transfert thermique » :

1. Le système évolue à pression constante : $\delta Q_p = dH$. D'après la seconde loi de Joule $dH = mc_p dT$. Ainsi :

$$\delta Q_p = nM_{CO} \left[A_0 dT - A_1 \frac{dT}{T} + A_2 \frac{dT}{T^2} \right] \Rightarrow Q_p = nM_{CO} \left[A_0 (T_f - T_i) - A_1 \ln \frac{T_f}{T_i} + A_2 \left(\frac{1}{T_i} - \frac{1}{T_f} \right) \right] \stackrel{\text{A.N.}}{=} 3,71 \text{ kJ}$$

2. Donc $\bar{c}_p = \frac{Q_p}{m\Delta T} \stackrel{\text{A.N.}}{=} 1,32 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{g}^{-1}$.



Correction de l'exercice n° 8 « Bilan enthalpique » :

- L'agitateur manuel en plastique permet de maintenir le milieu homogène.
- D'après l'énoncé, le système $\Sigma = \{\text{vase} + \text{eau}\}$ est thermiquement isolé et évolue de manière isobare. Alors :

$$\Delta H = Q_p = 0$$

- Définissons deux autres systèmes :

— $\Sigma_e = \{\text{eau}\}$. L'équivalent des lois de Joule pour les phases condensées permet de trouver l'expression recherchée :

$$\Delta H_e = C_e (T_f - T_e)$$

— $\Sigma_s = \{\text{corps}\}$. De même :

$$\Delta H_s = C_s (T_f - T_s)$$

- Effectuons un bilan enthalpique. Par extensivité, on détermine l'équation calorimétrique du système Σ :

$$\Delta H = \Delta H_e + \Delta H_s = 0 = C_e (T_f - T_e) + C_s (T_f - T_s)$$

$$\Rightarrow T_f = \frac{C_e T_e + C_s T_s}{C_e + C_s}$$

Il s'agit d'un barycentre (moyenne pondérée) des températures.

Étudions les comportements aux limites :

- si $C_e \ll C_s$, alors $T_f \simeq T_s$;
- si $C_e \gg C_s$, alors $T_f \simeq T_e$.

On observe dans les deux cas que c'est le corps de capacité thermique la plus élevée qui impose la température à l'ensemble des corps : on retrouve ici le comportement du thermostat.

- (a) Oui, puisque dans le bilan calorimétrique fait intervenir une différence de températures, identiques en Kelvin ou en Celsius.
- (b) En réécrivant l'équation calorimétrique, on peut isoler la capacité thermique du corps :

$$C_s = C_e \times \frac{\theta_f - \theta_e}{\theta_s - \theta_f} \stackrel{\text{A.N.}}{=} 3,35 \times 10^2 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

- Définissons à nouveau clairement les systèmes :

- $\Sigma_1 = \{\text{eau initialement à } \theta_e\}$;
- $\Sigma_2 = \{\text{eau initialement à } \theta_s\}$;
- $\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2$ en évolution isobare et adiabatique.

En appliquant la même démarche que dans les premières questions :

$$\Delta H = 0 = m c_e (\theta_f - \theta_e) + m c_e (\theta_f - \theta_s) \Leftrightarrow \theta_f = \frac{\theta_e + \theta_s}{2} \stackrel{\text{A.N.}}{=} 48,1 \text{ }^\circ\text{C}$$

Or, la température mesurée est plus faible : on ne peut pas négliger la capacité thermique du calorimètre et de ses accessoires.

- Reprenons le bilan écrit à la question 6 en introduisant en sus le système $\Sigma_3 = \{\text{vase initialement à } \theta_e\}$. On effectue le bilan calorimétrique sur $\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2 \cup \Sigma_3$:

$$\Delta H = 0 = m c_e (\theta'_f - \theta_e) + m c_e (\theta'_f - \theta_s) + C_0 (\theta'_f - \theta_e) \Leftrightarrow C_0 = \frac{m c_e (2\theta'_f - \theta_e - \theta_s)}{\theta_e - \theta'_f} \stackrel{\text{A.N.}}{=} 61,8 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

- D'un point de vue énergétique, le vase se comporte comme une masse d'eau supplémentaire telle que :

$$m_0 = \frac{C_0}{c_e} \stackrel{\text{A.N.}}{=} 14,8 \text{ g}$$

Reprenons le bilan établi à la question 5b en prenant comme expression pour la capacité thermique de l'eau $C_e = (m_e + m_0) c_e$:

$$C_s = (m_e + m_0) c_e \times \frac{\theta_f - \theta_e}{\theta_s - \theta_f} \stackrel{\text{A.N.}}{=} 3,76 \times 10^2 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

- On trouve une erreur relative non négligeable qu'il convient de corriger :

$$\frac{\Delta C_s}{C_s} \stackrel{\text{A.N.}}{=} \frac{3,76 \times 10^2 - 3,35 \times 10^2}{3,76 \times 10^2} = 11 \%$$



Correction de l'exercice n° 12 « Temps de réponse d'un thermomètre » :

1. Le flux thermique reçu par le thermomètre de la part du fluide est :

$$\Phi = hS(T_{\text{liq}} - T(t))$$

où $S = 2\pi aH + \pi a^2$ est la surface du thermomètre en contact avec le liquide. Le premier principe s'écrit pour le thermomètre entre les instants t et $t + dt$:

$$dU = \mu c \pi a^2 H \times dT = \delta Q = \Phi dt$$

Il vient alors :

$$\frac{dT}{dt} + \frac{h(2H + a)}{\mu c a H} (T(t) - T_{\text{liq}}) = 0$$

2. La solution de cette équation différentielle est :

$$T(t) = T_0 + (T_{\text{liq}} - T_0) e^{-t/\tau}$$

en posant $\tau = \frac{\mu c a H}{h(2H + a)}$. La différence de température est alors divisée par 100 à l'instant :

$$t_1 = \tau \ln(100) \stackrel{\text{A.N.}}{=} 8 \text{ min}$$



Correction de l'exercice n° 14 « Compression adiabatique » :

1. Le gaz est parfait et monoatomique donc $\gamma = \frac{5}{3}$. La transformation étant adiabatique réversible, nous pouvons appliquer au système {He} la loi de Laplace entre l'état initial et l'état final :

$$PV^\gamma = \text{cste} \Leftrightarrow P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma \Leftrightarrow V_2 = V_1 \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \stackrel{\text{A.N.}}{=} 5,2 \text{ L}$$

2. Puisque l'énoncé nous interdit de calculer les différentes températures, on doit procéder au calcul direct : $\delta W = -P_{\text{ext}} dV = -P dV$ car la transformation est réversible donc quasi-statique.

La transformation est en plus adiabatique donc $P = P_1 \frac{V_1^\gamma}{V^\gamma}$.

Ainsi $\delta W = -P_1 V_1^\gamma \frac{dV}{V^\gamma}$. Donc, en intégrant :

$$W(1 \rightarrow 2) = \int_{V_1}^{V_2} -P_1 V_1^\gamma \frac{dV}{V^\gamma} = -P_1 V_1^\gamma \int_{V_1}^{V_2} V^{-\gamma} dV = -\frac{P_1 V_1^\gamma}{-\gamma + 1} [V^{-\gamma+1}]_{V_1}^{V_2}$$

$$\text{Soit } W(1 \rightarrow 2) = \frac{P_1 V_1^\gamma}{1 - \gamma} \left[\frac{1}{V_2^{\gamma-1}} - \frac{1}{V_1^{\gamma-1}} \right] \stackrel{\text{A.N.}}{=} 838,5 \text{ J}$$

3. En appliquant au système le premier principe, on en déduit que :

$$\Delta U = W(1 \rightarrow 2) \stackrel{\text{A.N.}}{=} 838,5 \text{ J}$$

4. La première loi de Joule s'écrit :

$$\Delta U = n C_{v,m} \Delta T = \frac{nR}{\gamma - 1} \Delta T = \frac{3R}{4} \Delta T \Leftrightarrow \Delta T = \frac{4\Delta U}{3R} \stackrel{\text{A.N.}}{=} 134,5 \text{ K}$$



Correction de l'exercice n° 15 « Calculs simples de variations de grandeurs d'état » :

Remarque

Le but de l'exercice est de dérouler, pour un gaz parfait, la méthode décrite dans l'en-tête de la fiche de TD. On peut à n'importe quel moment utiliser le coefficient γ .

Par ailleurs, j'ai rajouté quelques remarques plus pratiques sur le déroulé réel de la transformation (compression, détente, échauffement ...). S'il n'est pas primordial que vous soyez capable de le déduire simplement en lisant l'intitulé de la transformation, vous devez en revanche être capable de le faire grâce aux résultats littéraires, en interprétant notamment le signe des différentes grandeurs.

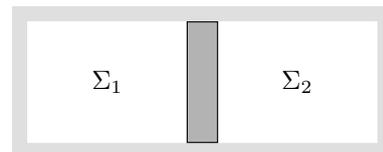
Soit n la quantité de matière du gaz parfait, $n = \frac{P_0 V_0}{RT_0}$.

- Pour une transformation isochore quasi-statique jusqu'à atteindre une température $T_0/2$, = refroidissement isochore :
 - ▶ $V = cste \Leftrightarrow dV = 0 \Rightarrow W = 0$;
 - ▶ 1^{ère} loi de Joule : $\Delta U = \frac{nR}{\gamma - 1} \left(\frac{T_0}{2} - T_0 \right) = -\frac{nR}{\gamma - 1} \frac{T_0}{2} < 0$, normal car $T \searrow$;
 - ▶ 2^{ème} loi de Joule : $\Delta H = \frac{nR\gamma}{\gamma - 1} \left(\frac{T_0}{2} - T_0 \right) = -\frac{nR\gamma}{\gamma - 1} \frac{T_0}{2}$;
 - ▶ 1^{er} principe : $Q = \Delta U - W = \Delta U = -\frac{nR}{\gamma - 1} \frac{T_0}{2} < 0$, OK refroidissement ;
- Pour une transformation isobare quasi-statique jusqu'à atteindre une température $2T_0$, = échauffement, dilatation, détente isobare :
 - ▶ $P = P_{\text{ext}} = cste = P_0 \Rightarrow W = \int -P_{\text{ext}} dV = -P_0 (V_1 - V_0) = -nR (2T_0 - T_0) = -nRT_0 < 0$, normal c'est une détente ;
 - ▶ 1^{ère} loi de Joule : $\Delta U = \frac{nR}{\gamma - 1} (2T_0 - T_0) = \frac{nRT_0}{\gamma - 1} > 0$, normal car $T \nearrow$
 - ▶ 2^{ème} loi de Joule : $\Delta H = \frac{nR\gamma}{\gamma - 1} (2T_0 - T_0) = \frac{nRT_0\gamma}{\gamma - 1}$;
 - ▶ isobare : $Q_p = \Delta H = \frac{nRT_0\gamma}{\gamma - 1} > 0$, normal échauffement ;
- Pour une transformation isotherme qui double la pression, donc qui divise le volume par 2, = compression isotherme :
 - ▶ $T = cste = T_0 \Rightarrow W = \int -P_{\text{ext}} dV = -nRT_0 \ln \left[\frac{V_1}{V_0} \right] = nRT_0 \ln 2 > 0$, OK compression ;
 - ▶ 1^{ère} loi de Joule : $\Delta U = 0$;
 - ▶ 2^{ème} loi de Joule : $\Delta H = 0$;
 - ▶ 1^{er} principe : $Q = -W = -nRT_0 \ln 2 < 0$, OK, compense le travail ;
- Pour une transformation adiabatique quasi-statique jusqu'à atteindre une température $2T_0$, = échauffement résultant d'une compression :
 - ▶ adiabatique $\Rightarrow Q = 0$;
 - ▶ 1^{ère} loi de Joule : $\Delta U = \frac{nR}{\gamma - 1} (2T_0 - T_0) = \frac{nRT_0}{\gamma - 1} > 0$, OK compression ;
 - ▶ 2^{ème} loi de Joule : $\Delta H = \frac{nR\gamma}{\gamma - 1} (2T_0 - T_0) = \frac{nRT_0\gamma}{\gamma - 1}$;
 - ▶ 1^{er} principe : $W = \Delta U = \frac{nRT_0}{\gamma - 1} > 0$, OK compression ;


Correction de l'exercice n° 16 « Transformations de deux systèmes séparés par un piston » :

Notons Σ_1 et Σ_2 les deux systèmes constitués chacun par un compartiment et respectivement aux températures initiales T_1 et T_2 .

Soit également $\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2$ l'ensemble, de volume invariable, et thermiquement isolé du milieu extérieur par une enceinte calorifugée donc ce système évolue de manière isochore et adiabatique. Le travail reçu par Σ_1 est cédé par Σ_2 , il en va de même pour les transferts thermiques.



Appliquons alors le premier principe à Σ : $\Delta U = \underbrace{W(i \rightarrow f)}_{=0 \text{ (isochore)}} + \underbrace{Q(i \rightarrow f)}_{=0 \text{ (adiab.)}} = 0$. Or, la fonction d'état énergie est

extensive : $\Delta U = 0 = \Delta U_1 + \Delta U_2$. Appliquons la 1^{ère} loi de Joule à Σ_1 et Σ_2 :

$$\frac{n_1 \cancel{R}}{\cancel{\gamma-1}} (T_f - T_1) + \frac{n_2 \cancel{R}}{\cancel{\gamma-1}} (T_f - T_2) = 0 \Leftrightarrow (n_1 + n_2) T_f = n_1 T_1 + n_2 T_2 \Leftrightarrow T_f = \frac{n_1 T_1 + n_2 T_2}{n_1 + n_2} \stackrel{\text{A.N.}}{=} 360 \text{ K}$$

avec $n_1 = \frac{P_1 V_1}{RT_1} \stackrel{\text{A.N.}}{=} 6,09 \times 10^{-2} \text{ mol}$ et $n_2 = \frac{P_2 V_2}{RT_2} \stackrel{\text{A.N.}}{=} 4,06 \times 10^{-2} \text{ mol}$.

Pour calculer la pression finale, déterminons les volumes des deux compartiments V_{1f} et V_{2f} à l'état final, qui est un état d'équilibre mécanique donc $P_{1f} = P_{2f} = P_f$. Σ est en évolution isochore donc :

$$\begin{cases} V_{1f} + V_{2f} = V_1 + V_2 \\ \frac{n_1 \cancel{RT_f}}{V_{1f}} = \frac{n_2 \cancel{RT_f}}{V_{2f}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_{1f} = (V_1 + V_2) \times \frac{n_1}{n_1 + n_2} \stackrel{\text{A.N.}}{=} 1,2 \text{ L} \\ V_{2f} = (V_1 + V_2) \times \frac{n_2}{n_1 + n_2} \stackrel{\text{A.N.}}{=} 0,8 \text{ L} \end{cases} \text{ et } P_f = \frac{n_1 T_f}{V_{1f}} = \frac{n_2 T_f}{V_{2f}} = \frac{(n_1 + n_2) T_f}{V_{1f} + V_{2f}} = 1,5 \text{ atm}$$


Correction de l'exercice n° 17 « Détente à pression extérieure constante » :

Notons Σ le système fermé constitué du gaz parfait qui subit la détente adiabatique (parois calorifugées) à pression extérieure constante (piston en contact avec l'atmosphère à $P_{\text{ext}} = P_0$).



$$\text{Calculons le travail reçu par le gaz : } W(1 \rightarrow 2) = \int_{V_1}^{V_2} -P_{\text{ext}} dV = -P_0 (V_2 - V_1) = P_0 V_1 - P_0 V_2 = nR \left(\frac{T_1}{2} - T_2 \right).$$

$$\text{Appliquons le premier principe à } \Sigma : \Delta U = W(1 \rightarrow 2) + \underbrace{Q(1 \rightarrow 2)}_{=0 \text{ (adiab.)}} = R \left(\frac{T_1}{2} - T_2 \right).$$

Puis la 1^{ère} loi de Joule : $\Delta U = \frac{R}{\gamma - 1} (T_2 - T_1)$. Égalons alors les deux expressions pour en déduire T_2 :

$$\mathcal{R} \left(\frac{T_1}{2} - T_2 \right) = \frac{\mathcal{R}}{\gamma - 1} (T_2 - T_1) \Leftrightarrow T_2 \left(1 + \frac{1}{\gamma - 1} \right) = T_1 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\gamma - 1} \right) \Leftrightarrow T_2 = T_1 \times \frac{\gamma + 1}{2\gamma} < T_1 \text{ OK}$$

On peut alors aisément déterminer les variations d'énergie interne et d'enthalpie :

$$\Delta U = \frac{R}{\gamma - 1} (T_2 - T_1) = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \left(\frac{\gamma + 1}{2\gamma} - 1 \right) = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \times \frac{1 - \gamma}{2\gamma} = -\frac{RT_1}{2\gamma} \text{ et } \Delta H = \gamma \times \Delta U = -\frac{RT_1}{2}$$