

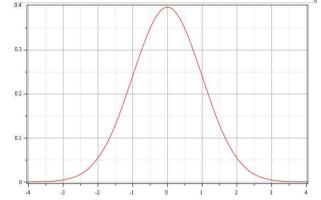
Feuille cours_10_bis : Loi normale centrée réduite.

Une table des valeurs prises par Φ est donnée en annexe.

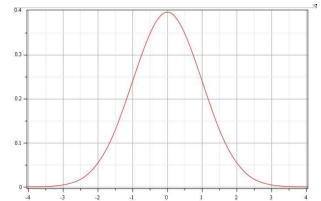
X représente ici une variable aléatoire suivant une loi normale centrée réduite.

Ex 1 : Donner une valeur approchée des probabilités suivantes :

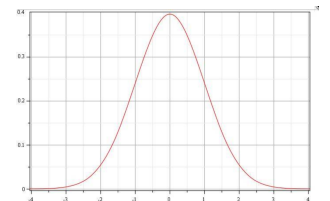
$$P\left(X \leq \frac{1}{2}\right) \approx \dots\dots\dots \text{(calculatrice)} \quad P\left(X \leq \frac{1}{2}\right) \approx \dots\dots\dots \text{(table)}$$



$$P(X \geq 1) \approx \dots\dots\dots \text{(calculatrice)} \quad P(X \geq 1) \approx \dots\dots\dots \text{(table)}$$



$$P(-2 \leq X \leq 2) \approx \dots\dots\dots \text{(calculatrice)} \quad P(-2 \leq X \leq 2) \approx \dots\dots\dots \text{(table)}$$

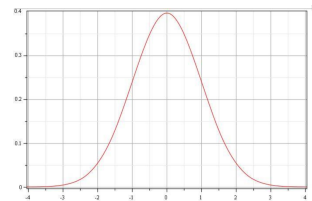


Faire le même travail dans les cas suivants :

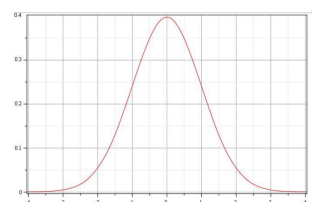
$$P(X < 1,25) \quad P(-1 \leq X \leq 1) \quad P(-1 \leq X \leq 2) \quad P\left(|X| \leq \frac{1}{2}\right) \quad P(X \leq -3) \quad P(-0,3 \leq X)$$

Ex 2 : Dans tous les cas suivants, déterminer une valeur approchée du réel a vérifiant :

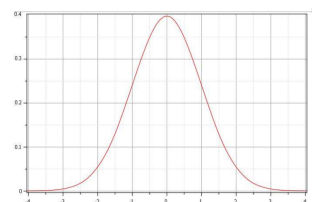
$$P(X \leq a) = 0,62 \iff \dots\dots\dots \left(= \dots\dots\dots \right)$$



$$P(X \leq a) = 0,32 \iff \dots\dots\dots \left(= \dots\dots\dots \right)$$



$$P(-a \leq X \leq a) = 0,80 \iff \dots\dots\dots \left(= \dots\dots\dots \right)$$



Faire le même travail dans les cas suivants :

$$P(X \leq a) = 0,95 \quad P(X \leq a) = 0,975 \quad P(X > a) = 0,1$$

$$P(X \geq a) = 0,65 \quad P(-1 \leq X \leq a) = 0,8 \quad P(-a \leq X \leq a) = 0,95$$

Table des valeurs de Φ

Le tableau suivant donne pour des réels de $[0, 3]$, des valeurs approchées de $\Phi(x)$ à 10^{-4} près.

Si on numérote les lignes/colonnes comme avec Python c'est un tableau de 30 lignes et 10 colonnes.

Dans la case (i, j) , il y a une valeur approchée de $\Phi\left(\frac{i}{10} + \frac{j}{100}\right)$

Par exemple : à la ligne 19 et la colonne 6 il y a : $\Phi(1, 96)$

	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986

Remarques :

- Pour obtenir les valeurs de $\Phi(x)$ lorsque $x \in [-3, 0]$, on utilise la relation $\Phi(x) = 1 - \Phi(-x)$.
- Quand $\alpha \in]0, 5; 1[$, pour obtenir un encadrement de u_α tel que $\Phi(u_\alpha) = \alpha$, on cherche dans le tableau a et b tels que :

$$\Phi(a) \leq \alpha \leq \Phi(b)$$

ce qui permet d'en déduire que $u_\alpha \in [a, b]$ (car Φ est strictement croissante sur $\mathbb{R}$).

- Quand $\alpha \in]0; 0, 5[$, pour obtenir un encadrement de u_α tel que $\Phi(u_\alpha) = \alpha$, il suffit de se ramener au cas précédent en utilisant :

$$u_\alpha = -u_{1-\alpha}$$