# Intégrales - mai 2020

*Les questions indexées par des numéros différents sont indépendantes.*

---

**1.**

---

On suppose que

$$f(t) \underset{t\to+\infty}{=} o(1/t^2).$$

La fonction $f$ est

- ❏ intégrable au voisinage de $+\infty$
- ❏ intégrable sur $[1, +\infty[$
- ❏ intégrable sur $]0, +\infty[$
- ❏ Aucune de ces réponses

---

**2.**

---

On calcule l'intégrale

$$\int_{-\infty}^{+\infty} t^3 e^{-t^2}\, dt$$

- ❏ par intégration par parties
- ❏ par changement de variable
- ❏ d'une autre manière
- ❏ Je ne sais pas la calculer
- ❏ Elle n'existe pas, car la fonction n'est pas intégrable

---

**3.**

---

La fonction définie par

$$\forall\, t \in \mathbb{R}, \quad f(t) = \exp(-\cos t)$$

est intégrable sur l'intervalle

- ❏ $[0, 1]$
- ❏ $[-\pi, \pi]$
- ❏ $[0, +\infty[$

## 4.

$\boxed{\textbf{4.a.}}$ La fonction définie par

$$f(t) = \frac{1}{t^2} e^{-1/t}$$

est intégrable sur

- ❏ $]0, 1]$
- ❏ $[1, +\infty[$
- ❏ $]0, +\infty[$
- ❏ Aucun de ces intervalles.

$\boxed{\textbf{4.b.}}$ On calcule ses primitives

- ❏ en intégrant par parties
- ❏ avec le changement de variable $u = {}^1\!/_t$
- ❏ avec le changement de variable $u = {}^1\!/_{t^2}$
- ❏ Aucune idée !

## 5.

$\boxed{\textbf{5.a.}}$ La fonction $f$ définie par

$$f(t) = \frac{\sin t}{t}$$

est intégrable sur l'intervalle

- ❏ $]0, \pi]$
- ❏ $[\pi, +\infty[$
- ❏ $[0, +\infty[$
- ❏ Aucun de ces intervalles

$\boxed{\textbf{5.b.}}$ On calcule les primitives de $f$

- ❏ en intégrant par parties
- ❏ en changeant de variable
- ❏ d'une autre manière
- ❏ On ne sait pas les calculer.

## 6.

**6.a.** La fonction $f$ définie par

$$f(t) = \cos 3t.e^{-2t}$$

est intégrable sur l'intervalle

❏ $[0, \pi]$

❏ $[\pi, +\infty[$

❏ $[0, +\infty[$

❏ Aucun de ces intervalles

**6.b.** On calcule les primitives de $f$

❏ en intégrant par parties

❏ en changeant de variable

❏ d'une autre manière

❏ On ne sait pas les calculer.

## 7.

**7.a.** La fonction $f$ définie par

$$f(t) = t^2 e^{-t^3}$$

est intégrable sur l'intervalle

❏ $]0, +\infty[$

❏ $[1, +\infty[$

❏ $]-\infty, +\infty[$

❏ Aucun de ces intervalles

**7.b.** On calcule les primitives de $f$

❏ en intégrant par parties

❏ avec le changement de variable $u = t^3$

❏ avec le changement de variable $u = t^2$

❏ d'une autre manière

❏ On ne sait pas les calculer.

## 8.

**8.a.** La fonction $f$ définie par

$$f(t) = \frac{\sin t}{1 + \sin^2 t}$$

est intégrable sur l'intervalle

❏ $[0, \pi]$

❏ $[-\pi, \pi]$

❏ $]-\infty, +\infty[$

❏ Aucun de ces intervalles

**8.b.** On calcule l'intégrale

$$\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sin t}{1+\sin^2 t}\, dt$$

avec le changement de variable

- ❏ $u = \sin t$
- ❏ $u = \cos t$
- ❏ $u = \tan t$
- ❏ On la calcule sans changer de variable, voyons !
- ❏ On ne la calcule pas, elle n'est pas définie...

---

**9.**

---

Soit $f$, une fonction continue de $]0, +\infty[$ dans $\mathbb{R}$.

**9.a.** On suppose que

$$f(t) \sim \frac{1}{t}$$

pour $t$ voisin de $0$ et pour $t$ voisin de $+\infty$.
La fonction $f$ est alors intégrable

- ❏ au voisinage de $0$, mais pas au voisinage de $+\infty$
- ❏ ni au voisinage de $0$, ni au voisinage de $+\infty$
- ❏ au voisinage de $+\infty$, mais pas au voisinage de $0$
- ❏ sur $]0, +\infty[$
- ❏ C'est plus compliqué...

**9.b.** On suppose que

$$f(t) = o(1/t)$$

pour $t$ voisin de $0$ et pour $t$ voisin de $+\infty$.
La fonction $f$ est alors intégrable

- ❏ Au voisinage de $0$, mais pas au voisinage de $+\infty$
- ❏ Ni au voisinage de $0$, ni au voisinage de $+\infty$
- ❏ Au voisinage de $+\infty$, mais pas au voisinage de $0$
- ❏ sur $]0, +\infty[$
- ❏ C'est plus compliqué...

## 10.

**10.a.** La fonction $f$ définie par

$$f(t) = \frac{\tan t}{1 + \cos^2 t}$$

est intégrable sur l'intervalle

- ❏ $[0, 1]$
- ❏ $]0, \pi[$
- ❏ $[-1, 1]$
- ❏ Aucun de ces intervalles

**10.b.** Pour calculer

$$\int_0^1 f(t)\,dt,$$

j'effectue le changement de variable

- ❏ $u = \sin t$
- ❏ $u = \cos t$
- ❏ $u = \tan t$
- ❏ un autre changement de variable
- ❏ Non, je m'y prends autrement.

**10.c.** Pour calculer

$$\int_{-1}^1 f(t)\,dt,$$

- ❏ j'effectue le même changement de variable
- ❏ je m'y prends autrement

## 11.

**11.a.** La fonction $f$ définie par

$$f(t) = \frac{\pi}{2} - \operatorname{Arctan} t$$

est intégrable sur l'intervalle

- ❏ $[0, 1]$
- ❏ $[0, +\infty[$
- ❏ $[-1, 1]$
- ❏ Aucun de ces intervalles

**11.b.** Pour calculer

$$\int_a^b f(t)\,dt$$

lorsque cette intégrale est définie,

- ❏ j'intègre par parties
- ❏ je change de variable
- ❏ je m'y prends autrement