DS1 du 16/9 : Physique-chimie (1h)

Solution de l'exercice 1 : Loi des mailles

Q.1 On applique la loi des nœuds :

$$\boxed{I_3 = I_1 + I_2} \qquad \underline{\text{AN} : I_3 = 5{,}0\,\text{A}}$$

Q.2 On applique la loi des mailles :

$$U_1 = U_4 + U_3 \Longrightarrow \boxed{U_4 = U_1 - U_3} \qquad \underline{\text{AN} : U_4 = 5{,}0\,\text{V}}$$

On applique la loi des mailles :

$$U_3 + U_5 = U_2 \Longrightarrow \boxed{U_5 = U_2 - U_3} \qquad \underline{\text{AN} : U_5 = -5{,}0\,\text{V}}$$

Q.3 Soit $\mathscr{P}_1 = U_1 I_1$ $\quad \underline{\text{AN} : \mathscr{P}_1 = 45\,\text{W}}$
Soit $\mathscr{P}_2 = U_2 I_2$ $\quad \underline{\text{AN} : \mathscr{P}_2 = 10\,\text{W}}$

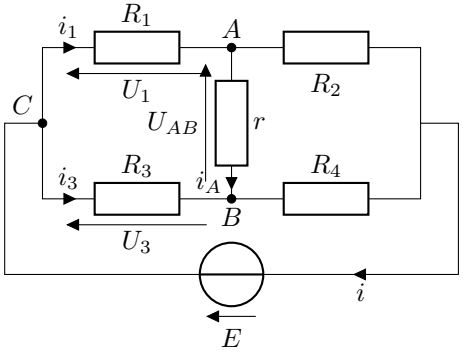
Solution de l'exercice 2 : Le pont de Wheatstone

Q.1 On applique le pont diviseur de tension :

$$\boxed{U_1 = \frac{R_1 E}{R_1 + R_2}} \qquad \boxed{U_3 = \frac{R_3 E}{R_3 + R_4}}$$

Q.2 On a $U_1 = V_C - V_A$ et $U_3 = V_C - V_B \Longrightarrow U_{AB} = U_3 - U_1$.
Si $U_{AB} = 0 \Longrightarrow U_3 = U_1 \Longrightarrow \boxed{\frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{R_3}{R_3 + R_4}}$

Q.3 Si on modélise l'ampèremètre par une résistance :



D'après la loi d'Ohm :

$$U_{AB} = r i_A$$

or $U_{AB} = 0 \Longrightarrow i_A = 0$
donc r n'a aucun impact sur la mesure !

Solution de l'exercice 3 : Rendement lors de la charge d'un condensateur

Q.1 À $t = 0^+$: $E = Ri(0^+) + u(0^+)$ or $u(0) = 0$ soit $\boxed{i(0^+) = E/R}$

Q.2 En utilisant le circuit équivalent en régime permanent on a : $\boxed{u_\infty = E}$.

Q.3 On applique la loi des mailles : $\quad E = Ri(t) + u$ or $i(t) = C\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$

On obtient alors : $\boxed{\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + \dfrac{u}{\tau} = \dfrac{E}{\tau}}$ avec $\tau = RC$.

Soit $u(t) = u_h(t) + u_p(t)$ avec $u_h(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$ et $u_p(t)$ tel que :

$$u_p(t) = C^{te} \Longrightarrow \frac{\mathrm{d}u_p}{\mathrm{d}t} = 0 \Longrightarrow \boxed{u_p(t) = E}$$

On a alors : $u_C(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + E$ or à $t = 0^+$ le condensateur est déchargé, on a :

$$u(t = 0^+) = A + E = 0 \Longrightarrow A = -E$$

On obtient alors : $\boxed{u(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}$ et $i(t) = \dfrac{E - u_C(t)}{R} \Longrightarrow \boxed{i(t) = \dfrac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}}$

Q.4 Soit $\mathscr{E}_C = \dfrac{C}{2}\left(\lim\limits_{t\to+\infty} u^2(t) - u^2(t=0)\right)$

On a alors : $\boxed{\mathscr{E}_C = \dfrac{1}{2}CE^2}$

Q.5 Soit $\mathscr{E}_G = \displaystyle\int_{t=0}^{+\infty} P_G(t)\mathrm{d}t$ avec $P_G(t) = E \times i(t)$:

$$\mathscr{E}_G = E\int_{t=0}^{+\infty} C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}t$$

On obtient alors : $\mathscr{E}_G = CE\left(\lim\limits_{t\to+\infty} u(t) - u(t=0)\right)$

On a alors : $\boxed{\mathscr{E}_G = CE^2}$

Q.6 Loi des mailles : $E = Ri(t) + u(t)$ on multiplie par $i(t)$

$$Ei(t) = Ri^2(t) + u(t)i(t) \Longleftrightarrow P_G(t) = P_J(t) + P_C(t)$$

On intègre entre $t = 0$ et $t \to +\infty$: $\quad \mathscr{E}_G = \mathscr{E}_J + \mathscr{E}_C$

Soit $\boxed{\mathscr{E}_J = \dfrac{1}{2}CE^2}$

Q.7 Soit $\eta_1 = \dfrac{\mathscr{E}_C}{\mathscr{E}_G} = \dfrac{1}{2}$

Q.8 On remplace $E \to \dfrac{E}{2}$ dans la formule de $\mathscr{E}_G$ et $\mathscr{E}_C$:

$$\boxed{\mathscr{E}_{G1} = \frac{1}{4}CE^2} \quad \text{et} \quad \boxed{\mathscr{E}_{C1} = \frac{1}{8}CE^2}$$

Q.9 On retrouve la même équation différentielle : $\boxed{\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + \dfrac{u}{\tau} = \dfrac{E}{\tau}}$

La solution est alors sous la forme : $u(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + E$

or on a : $u_C(t=0) = \dfrac{E}{2} = A + E \Longrightarrow A = -\dfrac{E}{2}$

On obtient alors : $\boxed{u(t) = E\left(1 - \dfrac{1}{2}e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}$

On en déduit $\boxed{i(t) = \dfrac{E-u}{R} = \dfrac{E}{2R}e^{-\frac{t}{\tau}}}$

Q.10 Soit $\mathscr{E}_{C2} = \dfrac{C}{2}\left(\lim\limits_{t\to+\infty} u^2(t) - u^2(t=0)\right) = \dfrac{1}{2}CE^2 - \dfrac{1}{8}CE^2$

On a alors : $\boxed{\mathscr{E}_{C2} = \dfrac{3}{8}CE^2}$

Soit $\mathscr{E}_{G2} = CE\left(\lim\limits_{t\to+\infty} u(t) - u(t=0)\right) = CE^2 - \dfrac{CE^2}{2}$

On a alors : $\boxed{\mathscr{E}_{G2} = \dfrac{1}{2}CE^2}$

Q.11 On calcule $\mathscr{E}_C = \mathscr{E}_{C1} + \mathscr{E}_{C2} = \dfrac{1}{2}CE^2$ et $\mathscr{E}_G = \mathscr{E}_{G1} + \mathscr{E}_{G2} = \dfrac{3}{4}CE^2$

On calcule alors $\boxed{\eta_2 = \dfrac{\mathscr{E}_C}{\mathscr{E}_G} = \dfrac{3}{4}}$

· · · FIN · · ·