

## Signaux 5 : Filtrage linéaire (Compléments)

### 1 Passe-bas d'ordre 1

#### Definition : Passe-bas d'ordre 1

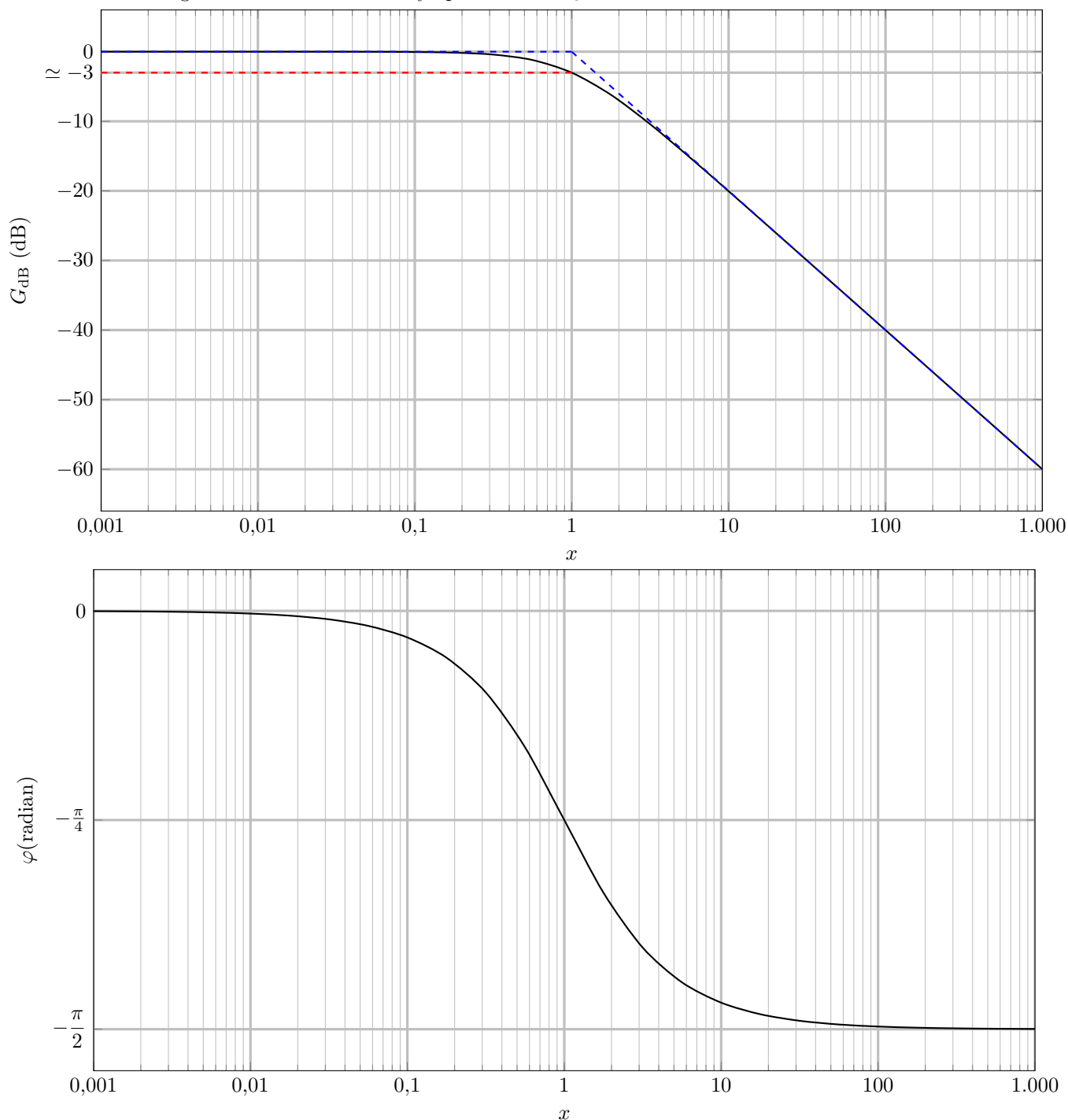
La forme canonique d'un filtre passe-bas d'ordre 1 est :  $\underline{H}(\omega) = \frac{H_0}{1 + j\tau\omega} = \frac{H_0}{1 + jx}$  avec  $x = \tau\omega$ .

#### Propriété : Diagramme de Bode d'un PB d'ordre 1

On calcule les asymptotes du diagramme de Bode du filtre :

- $x \ll 1$  alors  $G_{dB} \approx 20 \log(H_0)$  et  $\varphi \approx 0$  ;
- $x \gg 1$  alors  $G_{dB} \approx 20 \log(H_0) - 20 \log(x)$  et  $\varphi \approx -\frac{\pi}{2}$ .

On trace alors le diagramme de Bode et ses asymptotes avec  $H_0 = 1$  en fonction de  $x$  :



## 2 Passe-haut d'ordre 1

### Definition : Passe-haut d'ordre 1

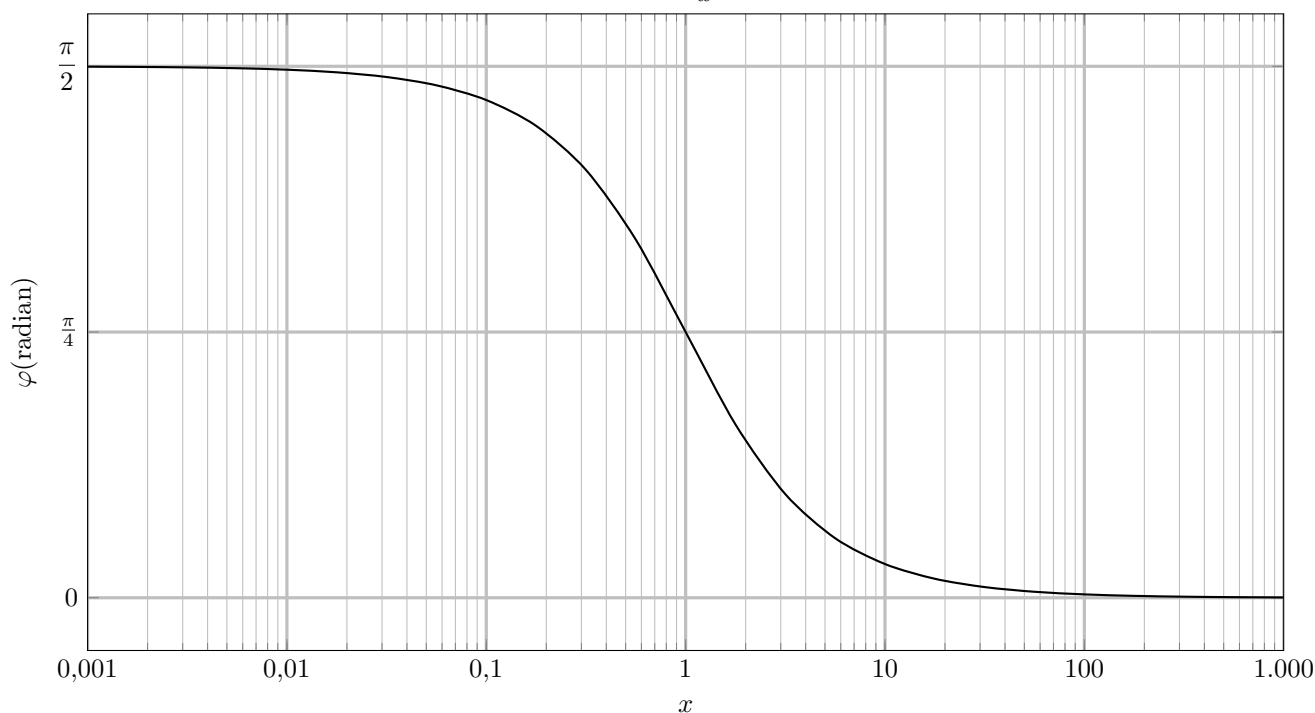
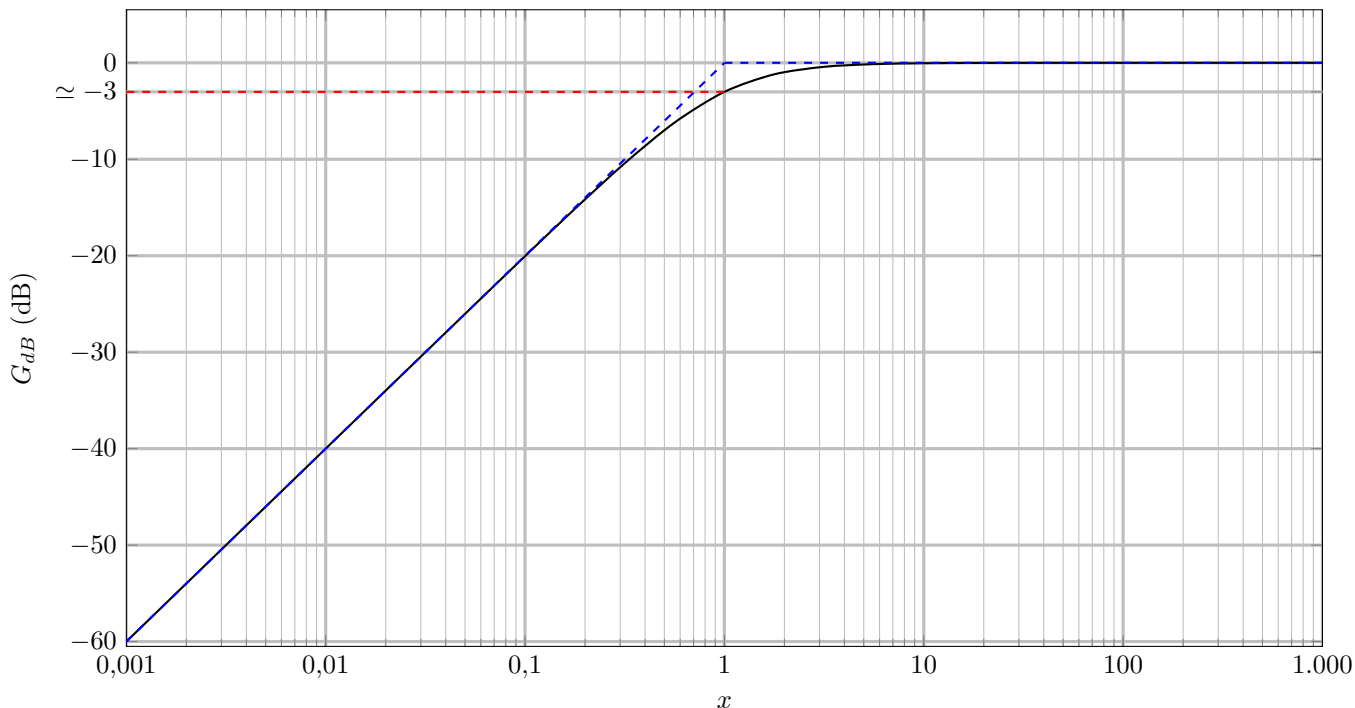
La forme canonique d'un filtre passe-haut d'ordre 1 est :  $\underline{H}(\omega) = \frac{H_0 j \tau \omega}{1 + j \tau \omega} = \frac{H_0 j x}{1 + j x}$  avec  $x = \tau \omega$

### Propriété : Diagramme de Bode d'un PH d'ordre 1

On calcule les asymptotes du diagramme de Bode du filtre :

- $x \ll 1$  alors  $G_{dB} \approx 20 \log(H_0) + 20 \log(x)$  et  $\varphi \approx \frac{\pi}{2}$  ;
- $x \gg 1$  alors  $G_{dB} \approx 20 \log(H_0)$  et  $\varphi \approx 0$ .

On trace alors le diagramme de Bode et ses asymptotes avec  $H_0 = 1$  en fonction de  $x$  :



### 3 Passe-bas d'ordre 2

#### Definition : Passe-bas d'ordre 2

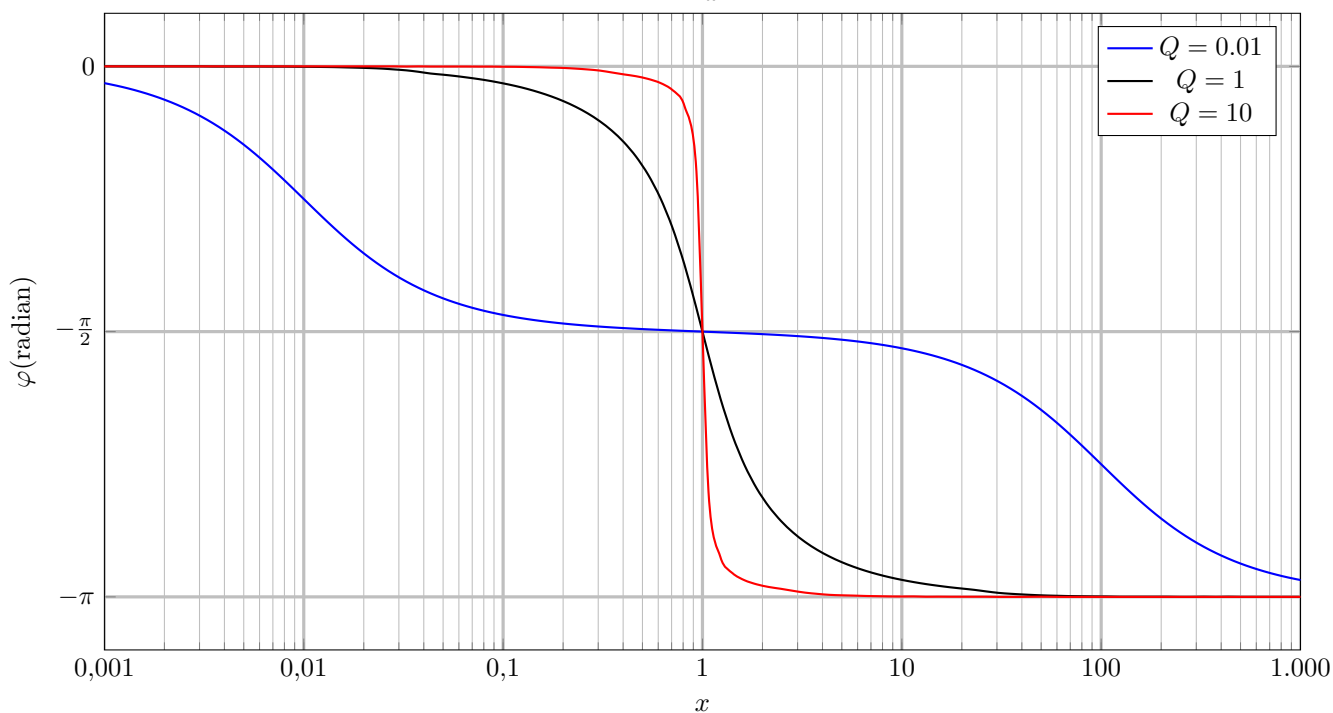
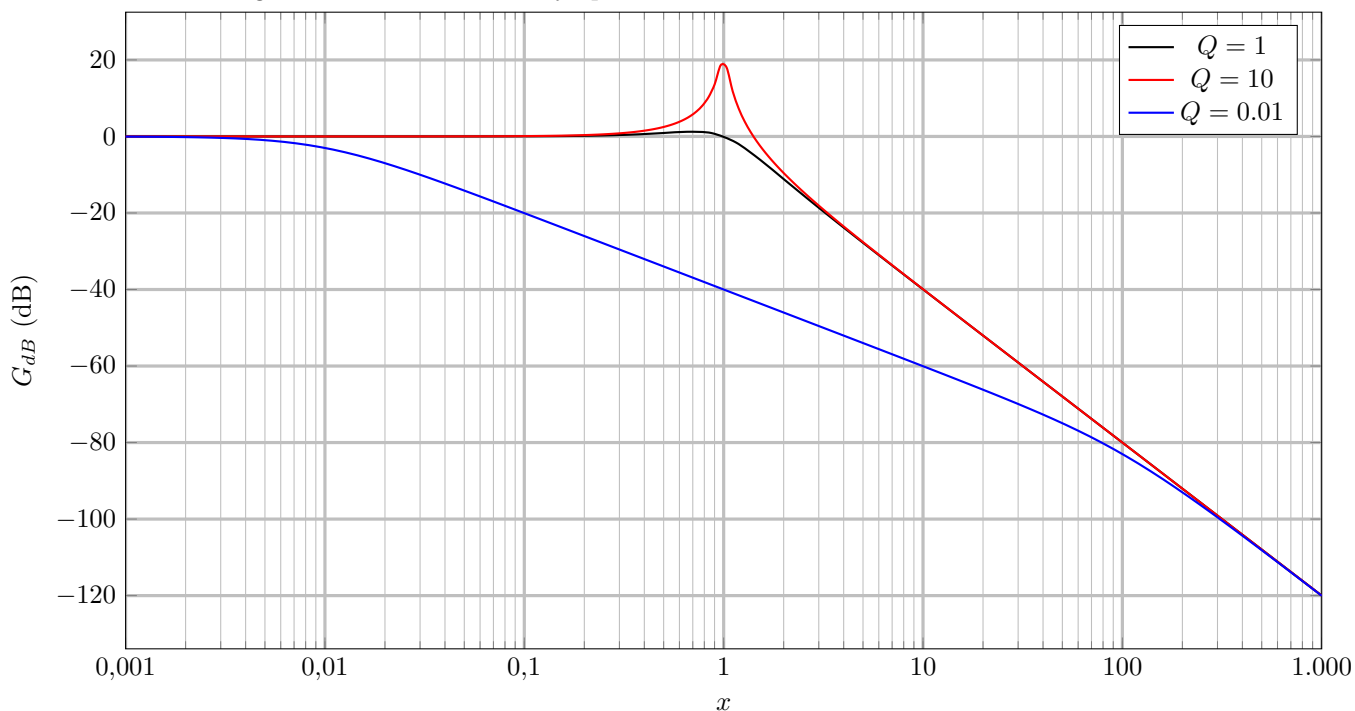
La forme canonique d'un filtre passe-bas d'ordre 2 est :  $\underline{H}(\omega) = \frac{H_0}{1 + j\frac{\omega}{Q\omega_0} - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}} = \underline{H}(x) = \frac{H_0}{1 - x^2 + j\frac{x}{Q}}$  avec  $x = \frac{\omega}{\omega_0}$

#### Propriété : Diagramme de Bode d'un PB d'ordre 2

On calcule les asymptotes du diagramme de Bode du filtre :

- $\omega \ll \omega_0$  : on a  $G_{dB} \approx 20 \log(H_0)$  et  $\varphi \approx 0$ ;
- $\omega \gg \omega_0$  : on a  $G_{dB} \approx 20 \log(H_0) - 40 \log(x)$  et  $\varphi \approx -\pi$ .

On trace ensuite le diagramme de Bode et ses asymptotes avec  $H_0 = 1$  en fonction de  $x$  :



## 4 Passe-bande d'ordre 2

### Definition : Passe-bande d'ordre 2

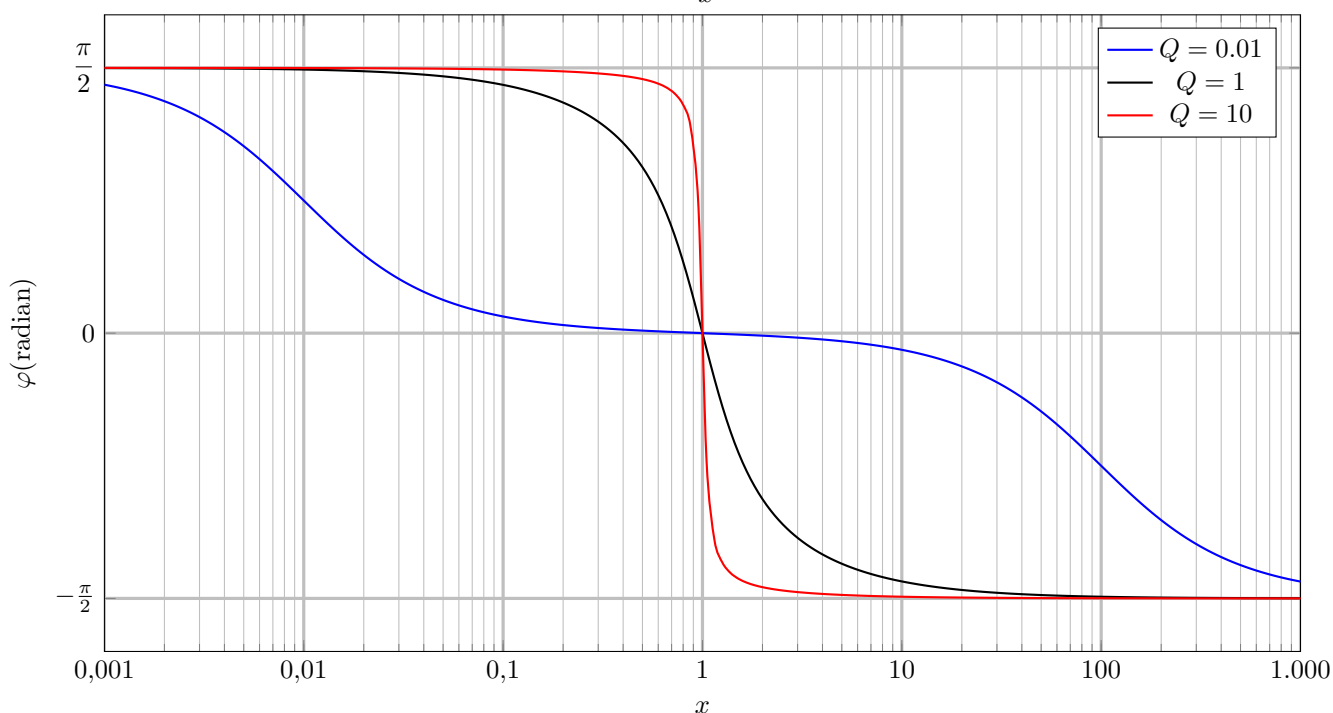
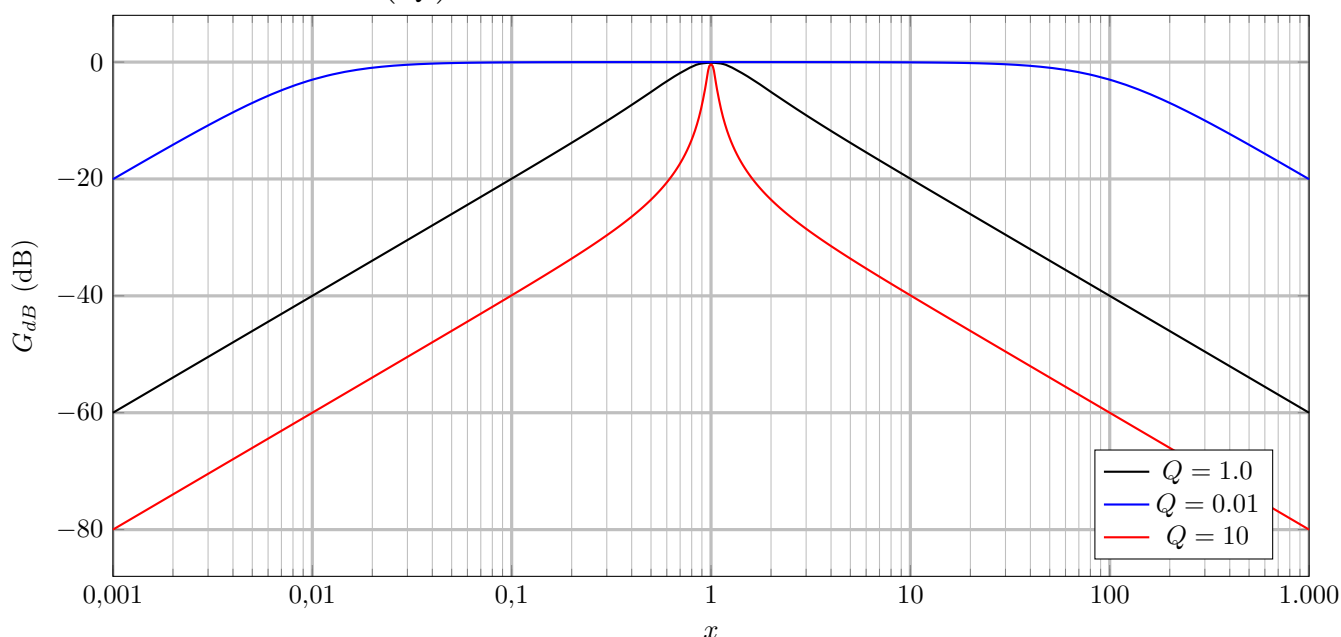
La forme canonique d'un filtre passe-bande d'ordre 2 est :  $\underline{H}(\omega) = \frac{H_0}{1 + jQ \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$

On peut alors poser  $x = \frac{\omega}{\omega_0}$  et on obtient :  $\underline{H}(x) = \frac{H_0}{1 + jQ \left( x - \frac{1}{x} \right)}$  ou  $\underline{H}(x) = \frac{H_0 \frac{jx}{Q}}{1 - x^2 + \frac{jx}{Q}}$

### Propriété : Diagramme de Bode d'un Passe-bande d'ordre 2

On calcule les asymptotes du diagramme de Bode du filtre :

- $\omega \ll \omega_0$  : on a  $G_{dB} \approx 20 \log \left( \frac{H_0}{Q} \right) + 20 \log(x)$  et  $\varphi \approx \frac{\pi}{2}$  ;
- $\omega \gg \omega_0$  : on a  $G_{dB} \approx 20 \log \left( \frac{H_0}{Q} \right) - 20 \log(x)$  et  $\varphi \approx -\frac{\pi}{2}$ .



## 5 Passe-haut d'ordre 2

### Definition : Passe-haut d'ordre 2

La forme canonique d'un filtre passe-haut d'ordre 2 est :

$$\underline{H}(j\omega) = H_0 \times \frac{-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j\frac{\omega}{\omega_0 Q}} \implies \underline{H}(jx) = \frac{-H_0 x^2}{1 - x^2 + j\frac{x}{Q}} \text{ avec } x = \frac{\omega}{\omega_0}$$

### Propriété : Diagramme de Bode d'un Passe-haut d'ordre 2

On calcule les asymptotes du diagramme de Bode du filtre :

- $\omega \ll \omega_0$  : on a  $G_{dB} \approx 20 \log(H_0) + -40 \log(x)$  et  $\varphi \approx \pi$  ;
- $\omega_0 \ll \omega$  : on a  $G_{dB} \approx 20 \log(H_0)$  et  $\varphi \approx 0$ .

On obtient alors le diagramme de Bode suivant :

