

## DM2 du 9/1 : Physique-chimie (2 semaines)

Méthode pour chercher un DM :

- Essayer de travailler tous les jours (ne surtout pas attendre le dernier moment pour commencer) ;
- S'aider du cours, des exemples, des TDs.
- Chercher en groupe, une copie par groupe sera rendue mais vous devez réfléchir à chaque exercice personnellement ;
- Si vous êtes bloqué, vous pouvez me poser une question par e-mail ;
- Les formules littérales doivent être **encadrés** et les applications numériques **soulignées**.
- Les réponses devront être rédigées comme sur une copie de DS !
- Vous veillerez à ne pas mélanger valeur numérique et expression littérale.

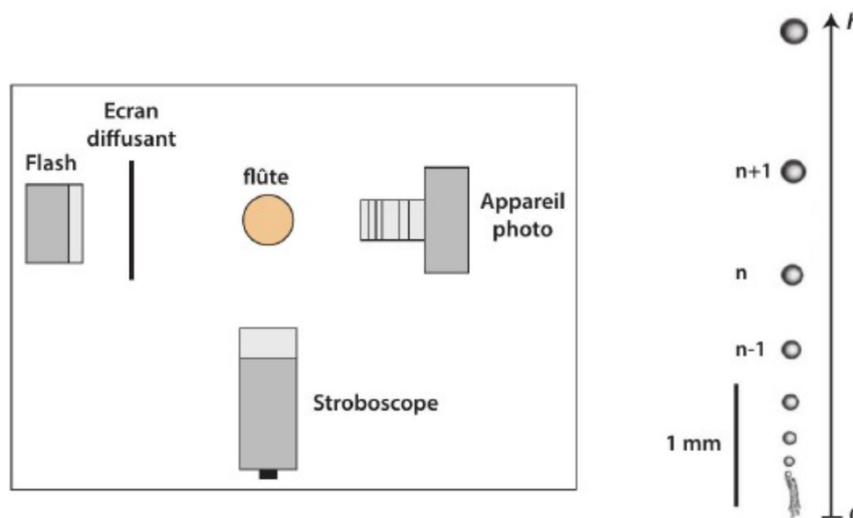
### Exercice 1 : Montée des bulles de champagne

On cherche à étudier la trajectoire des bulles une fois en liberté au sein du liquide de masse volumique  $\rho_{\text{liq}} \simeq 1,00 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ . On se place dans le référentiel terrestre, supposé galiléen, auquel on adjoint un repère d'espace  $(O, \vec{u}_z)$  vertical orienté vers le haut, où  $\vec{u}_z$  est un vecteur unitaire.

Lors de la montée, la bulle de rayon  $r = 1,0 \text{ mm}$  et de masse constante contient du  $\text{CO}_2(\text{g})$  de masse molaire  $M(\text{CO}_2) = 44 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$  à la pression  $p = 1 \text{ bar}$ . Elle est soumise à une force de frottement fluide  $\vec{f} = -6\pi\eta r \vec{v}$  où  $\eta = 1,3 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$  est la viscosité du champagne à la température  $298 \text{ K}$  et  $\vec{v}$  est le vecteur vitesse de la bulle.

- Q.1** Montrer que le poids de la bulle est négligeable devant la poussée d'Archimède.
- Q.2** Établir l'équation différentielle vérifiée par  $\dot{z}(t)$ .
- Q.3** Exprimer la vitesse limite  $\vec{v}_{\text{lim}}$  atteinte par la bulle lors de la remontée.
- Q.4** Exprimer le temps caractéristique  $\tau$  de durée du régime transitoire avant d'atteindre la vitesse limite.
- Q.5** Résoudre l'équation différentielle et tracer l'allure de la courbe de  $\dot{z}$  par rapport au temps en faisant apparaître  $v_{\text{lim}}$  et  $\tau$ .
- Q.6** Calculer les valeurs numériques de  $\tau$  et  $v_{\text{lim}}$  à quoi peut-on les comparer ? Proposer alors une approximation.

L'émission des bulles se fait la plupart du temps de manière périodique, ce qui rend l'étude plus aisée. La méthode expérimentale utilisée par Gérard Liger-Belair et son équipe du laboratoire d'Enologie de Reims en 1999 est présentée ci-dessous.



**Figure 1** - Dispositif expérimental utilisé pour la remontée des bulles.

Ils ont cherché à photographier un train de bulles dans une flûte de champagne à un instant donné en se servant d'un appareil photographique dont l'ouverture du diaphragme est synchronisée avec un flash. Un écran en plastique est interposé à la surface du verre. Enfin on utilise un stroboscope, appareil émettant à intervalles de temps régulier des éclairs de lumière à une fréquence  $f_b$  bien choisie.

La **figure 1** constitue un exemple de cliché obtenu. À noter que les bulles n'ont pas un rayon constant.

- Q.7** Expliquer en quoi un choix judicieux de la fréquence  $f_b$  permet d'avoir accès, en un seul cliché, à une succession de positions occupées par une bulle ?

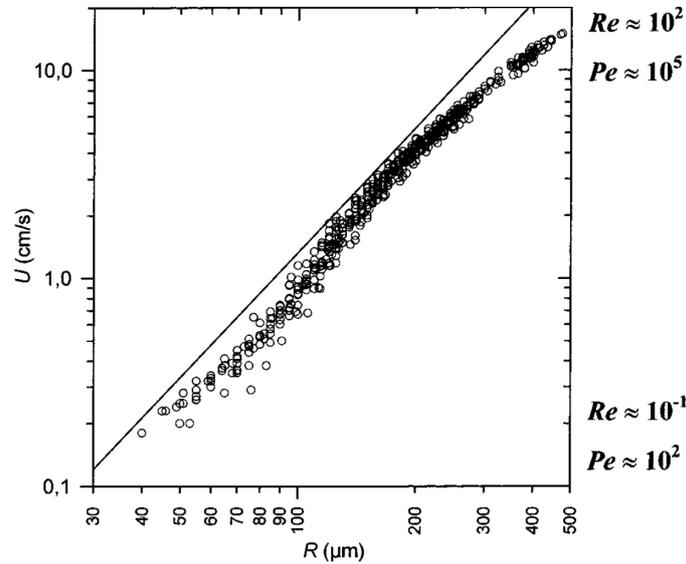
**Q.8** Qu'observerait-on qualitativement si l'on modifiait légèrement cette fréquence ?

**Q.9** Le cliché précédent a été pris avec  $f_h = 20$  Hz. Justifier que la vitesse  $v_n$  d'une bulle indiquée  $n$  peut être évaluée par :

$$v_n = f_h \left( \frac{h_{n+1} - h_{n-1}}{2} \right)$$

où  $h_{n+1}$  et  $h_{n-1}$  représentent respectivement les altitudes des bulles indicées  $n + 1$  et  $n - 1$ . Effectuer l'application numérique pour la bulle indicée  $n$  sur la figure .

On peut également mesurer le rayon de chaque bulle ce qui permet finalement de tracer la vitesse en fonction du rayon.

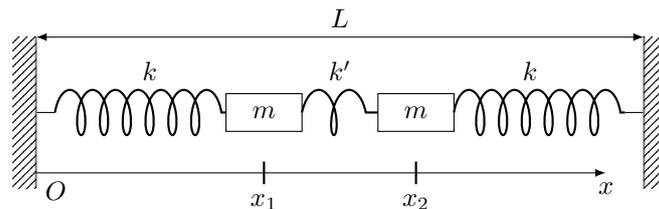


**Figure 2** - Vitesse de remontée des bulles en fonction du rayon.

**Q.10** Montrer que le module  $v_{lim}$  vérifie  $\log(v_{lim}) = A + 2 \log(r)$ , où  $A$  est une constante. Montrer la cohérence de cette expression avec les résultats expérimentaux de la figure .

## Exercice 2 : Oscillateurs couplés

On se propose de comprendre la nature du mouvement du système de deux points matériels représenté sur la figure ci-contre lorsque le point matériel 1 est écarté de sa position d'équilibre d'une distance  $a$  (le point 2 est maintenu immobile) puis relâché sans vitesse.



Les points matériels ont même masse  $m$ , les trois ressorts ont même longueur à vide  $l_0$  mais le ressort central a une raideur  $k'$  différente de la raideur  $k$  commune des deux ressorts extrémaux. Le mouvement de chaque masse est unidimensionnel selon l'axe  $Ox$ .

**Q.1** Déterminer les positions d'équilibres  $x_{1(eq)}$  et  $x_{2(eq)}$  de chacun des points matériels. On introduira les facteurs sans dimension :  $\beta = \frac{l_0}{L}$  et  $\alpha = \frac{k'}{k}$ .

**Q.2** Déterminer les équations différentielles satisfaites par les écarts à l'équilibre  $X_1 = x_1 - x_{1(eq)}$  et  $X_2 = x_2 - x_{2(eq)}$ .

**Q.3** Afin de découpler les deux équations, on pose  $X_S = X_1 + X_2$  et  $X_A = X_1 - X_2$ .

a) Quelles sont les équations différentielles vérifiées par ces nouvelles variables ?

b) Les résoudre en introduisant deux pulsations  $\omega_S$  et  $\omega_-$  exprimées en fonction des paramètres du problème.

**Q.4** En déduire les équations horaires de  $x_1$  et  $x_2$ .

On se place maintenant dans le cas où le ressort central est nettement moins raide que les deux autres : le problème est alors celui de deux oscillateurs pratiquement indépendants, faiblement couplés par le ressort central.

**Q.5** Que peut-on dire des pulsations  $\omega_+$  et  $\omega_-$  ? Tracer qualitativement les quantités  $x_1(t)$  et  $x_2(t)$ .

... **FIN** ...