

Fiche 17 : Primitive, TD du 19-10.

Exercice 1

Calculer des primitives des expressions suivantes :

$$\begin{aligned} \sin^2(x) & ; \quad \frac{1}{1+x^2} & ; \quad \frac{x}{1+x^2} & ; \quad \frac{x^2}{1+x^2} \\ x \exp(x^2) & ; \quad \frac{1}{1-x^2} & ; \quad \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} & ; \quad \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \end{aligned}$$

On précisera le domaine de validité des calculs

Exercice 2

Linéariser l'expression $\sin^3(t)$ et en déduire une primitive de l'expression $\sin^3(t)$.

Exercice 3

Calculer des primitives des expressions suivantes. On donnera l'intervalle de validité du calcul.

$$\begin{aligned} \tan(t) & ; \quad 2^t & ; \quad (e^t + 2)^2 & ; \quad \sqrt{2t+1} & ; \\ \ln(t^2 - 4) & ; \quad \cos(t) \sin^5(t) & ; \quad \frac{1}{e^t + 1} & ; \end{aligned}$$

Exercice 4

Calculer des primitives des expressions suivantes. On donnera l'intervalle de validité du calcul.

$$\begin{aligned} \frac{x^2}{x^2+5} & ; \quad \frac{1}{\sqrt{5-x^2}} & ; \quad e^x \sin(e^x) & ; \quad \tan^3 x & ; \\ \frac{1}{\tan^3(x)} & ; \quad \frac{2x+3}{(x^2+3x+7)^3}, & ; \quad \frac{\ln(x)}{x} & ; \quad \frac{\sin(x)}{\cos^5(x)}. \end{aligned}$$

Exercice 5

Calculer des primitives des expressions suivantes, éventuellement par intégration par parties ou changement de variable, on précisera l'intervalle de validité du calcul.

1. $x \sin(2x)$
2. $\cos(2x) \exp(-x)$
3. $\ln(1+x^2)$
4. $\arcsin^2(x)$
5. $x \arctan(x)$
6. $\frac{1}{x^2-2x+1}$
7. $\frac{1}{x^2-4x+8}$
8. $\frac{1}{x^2+2x+5}$

Exercice 6

Déterminer une primitive de la fonction $t \rightarrow \sin(\ln(t))$ sur $\mathbb{R}_+^*$ en faisant un changement de variable.

Exercice 7

Calculer une primitive de l'expression $\frac{1}{\sin(x)}$ sur un intervalle à préciser en posant : $u = \cos(x)$.

Exercice 8

Déterminer une primitive de la fonction : $t \rightarrow \frac{1}{(1+t^2)^2}$:

1. en intégrant par parties l'expression $t \rightarrow \frac{1}{(1+t^2)}$.
2. en procédant au changement de variable : $t = \tan(u)$.