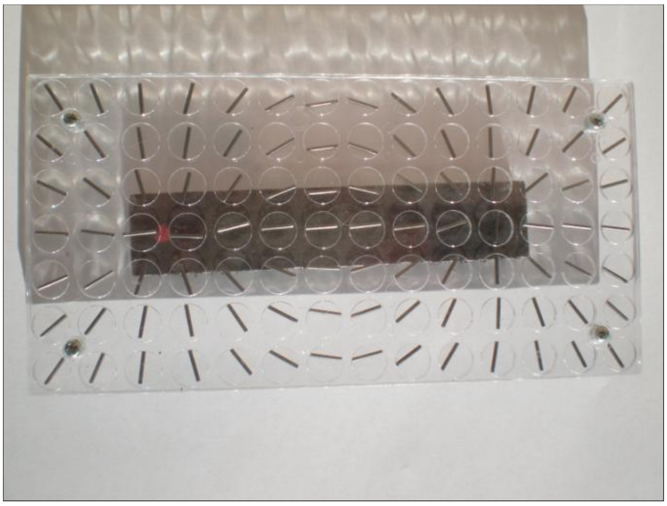
Champ magnétique et force de Laplace

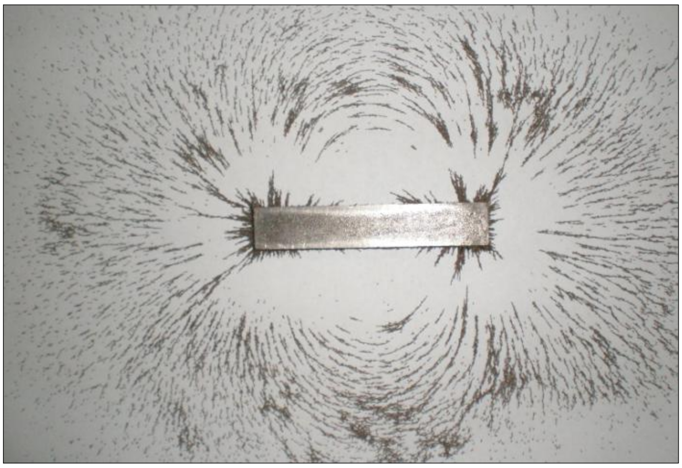
Introduction : champ magnétique créé par un aimant et par un courant

Sur la photo suivante, à gauche, on observe des petits barreaux en acier libres de pivoter sur eux-mêmes. Ils semblent orientés de façon aléatoire.



On place maintenant un aimant droit sous le support contenant les barreaux (photo de droite) ; ceux-ci s'orientent différemment : il semble se dessiner une figure que l'on appelle **spectre magnétique** de l'aimant droit.

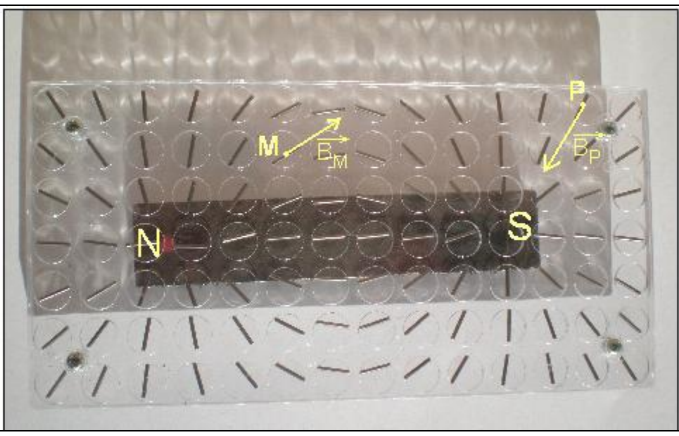
Une expérience similaire peut se faire avec de la limaille de fer : chaque petits grains de limaille se comporte comme les petits barreaux de l'expérience précédente :



Ainsi, l'aimant semble avoir une action sur les petits barreaux ou sur les grains de limaille de fer : l'aimant doit exercer des forces qui orientent chaque élément de différentes façons suivant l'endroit, le point de l'espace où se trouve cet élément.

Comme dans le cas du champ de pesanteur, si on retire la limaille de fer, plus rien ne semble se manifester, mais on peut définir en chaque point de l'espace, un **vecteur champ magnétique**, noté $\vec{B}$, qui donne des indications sur la manière dont s'orienterait un grain de limaille de fer ou un petit barreau si on le plaçait en ce point.

La façon la plus naturelle de définir le vecteur $\vec{B}$ en un point donné est la suivante :

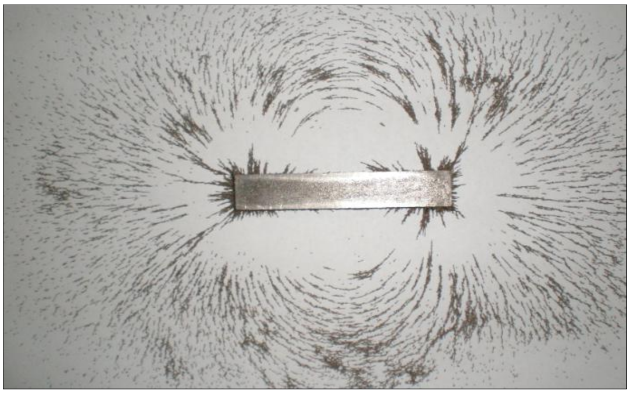


Vecteur $\vec{B}$ au point M :

- point d'application : M
- direction : celle du barreau en M
- sens : **du pôle Nord vers le pôle Sud** de l'aimant (convention arbitraire)
- valeur : B exprimé en tesla (T)

Autre exemple : $\overrightarrow{B_P}$ en P

De même avec la limaille de fer :

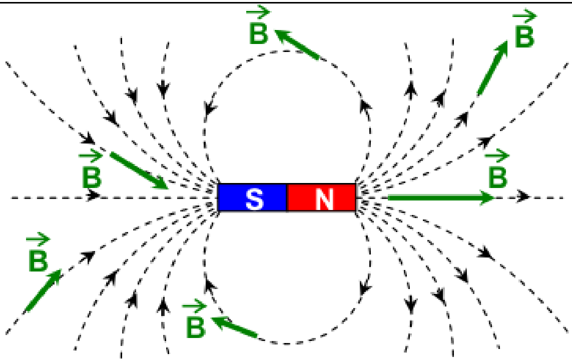


Il apparaît ici une propriété intéressante :

En chaque point de l'espace, $\vec{B}$ est tangent aux courbes matérialisées par la limaille de fer.

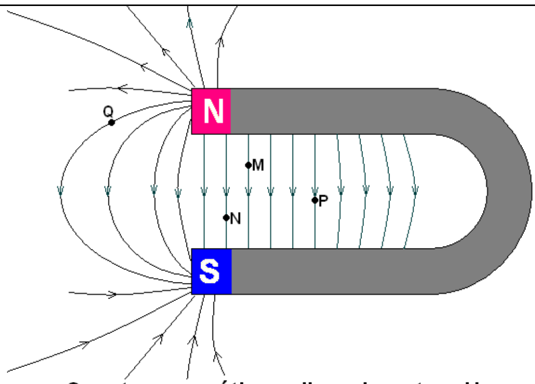
Nous appelons ces courbes les **lignes de champ** (lignes tangentes en tout point au vecteur champ magnétique).

Et nous les orientons suivant le sens de $\vec{B}$ et donc **du pôle nord vers le pôle sud de l'aimant droit**.



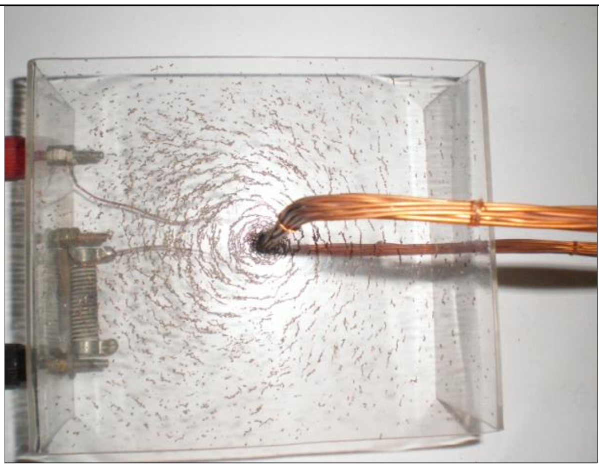
Ainsi, à l'aide des lignes de champ, le spectre magnétique donne des informations sur le champ magnétique créé par l'aimant droit dans son voisinage (voir paragraphe I).

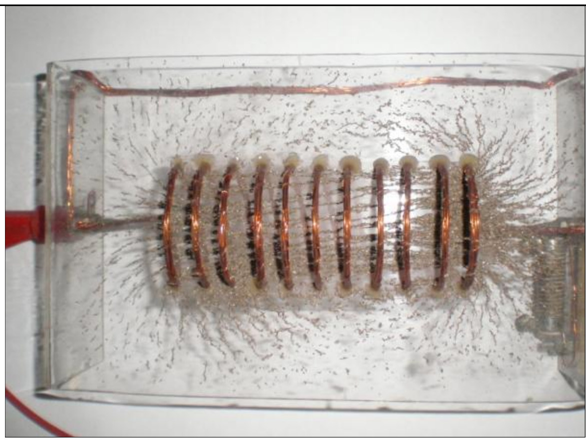
Voyons un autre exemple :



Spectre magnétique d'un aimant en U

Il existe une autre source de champ magnétique : les électro-aimants





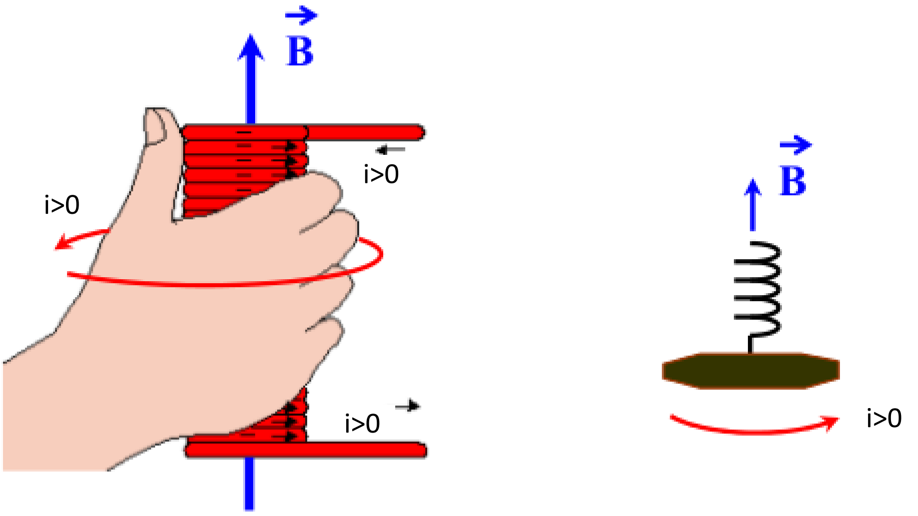
Un courant électrique crée un champ magnétique dans son voisinage, comme un aimant.

I Propriétés du champ magnétique

1 Pôle Nord et pôle Sud

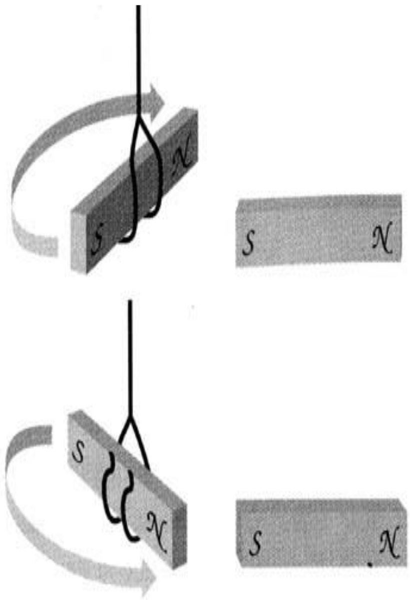
Par convention, le pôle Nord est le pôle par lequel sortent les lignes de champ magnétique et le pôle Sud est celui par lequel rentrent les lignes de champ.

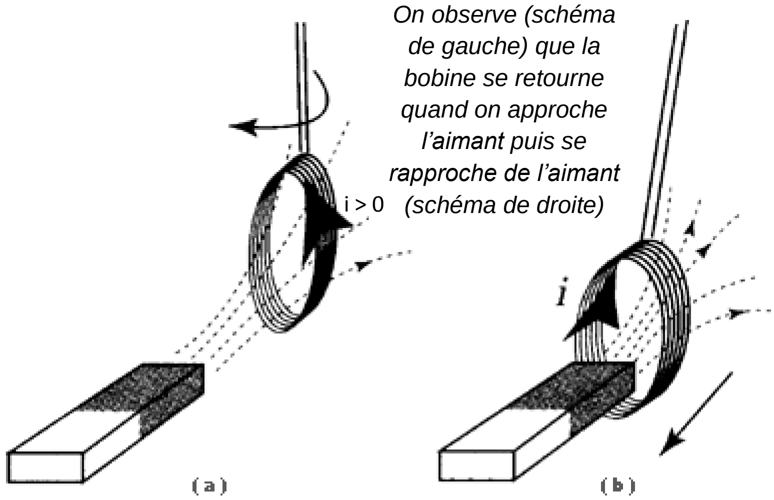
Pour un électroaimant, le sens du champ magnétique (et donc les positions des pôles Nord et Sud) est déterminé par la règle de la main droite (ou par celle du tire-bouchon si vous préférez…).



Règle de la main droite — *Règle du tire-bouchon*

<u>Propriété</u> : deux pôles identiques se repoussent et deux pôles opposés s'attirent.





On observe (schéma de gauche) que la bobine se retourne quand on approche l'aimant puis se rapproche de l'aimant (schéma de droite)

Représenter le pôle Nord de l'aimant.

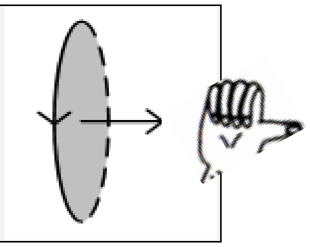
2 Champ créé par un solénoïde infini

Le champ magnétique à l'intérieur d'un solénoïde infini (ou non infini mais en ne se plaçant pas trop près des extrémités), est uniforme et proportionnel à l'intensité i qui le traverse : $\boldsymbol{B}$**(en Tesla) =** $\boldsymbol{\mu_0.n.i}$ **(en A)** avec $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ S.I. et n = nombre de spires par mètre.

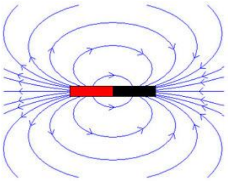
Calculer le champ magnétique créé par un solénoïde de longueur L = 10,0 cm, constitué de 1000 spires parcourues par un courant d'intensité I = 0,50 A.

II Le moment magnétique

1 Moment magnétique d'une spire de forme quelconque

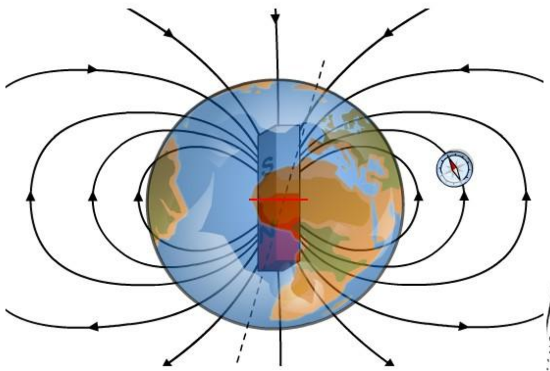


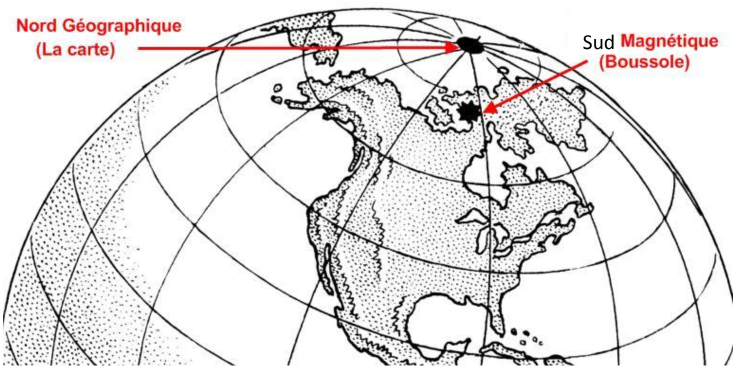
2 Moment magnétique d'un aimant



Représenter le vecteur moment magnétique de l'aimant droit ci-contre. Justifier.

3 Moment magnétique et lignes de champ de la Terre





La Terre se comporte comme un aimant droit, son pôle magnétique Sud étant actuellement dirigé vers le Nord géographique.

Le pôle Nord d'une boussole indique donc la direction du Nord géographique parce qu'il indique la direction du Sud magnétique !

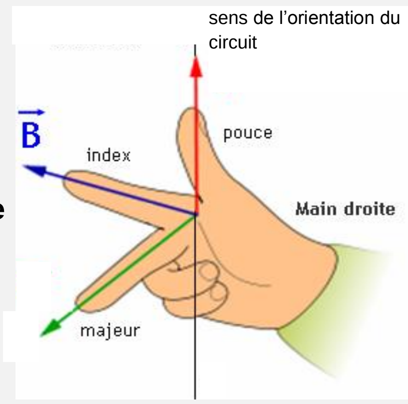
III La force de Laplace

1 Expression de la force de Laplace

Soit un circuit rectiligne de longueur L parcouru par une intensité i et placé dans un champ magnétique $\vec{B}$.

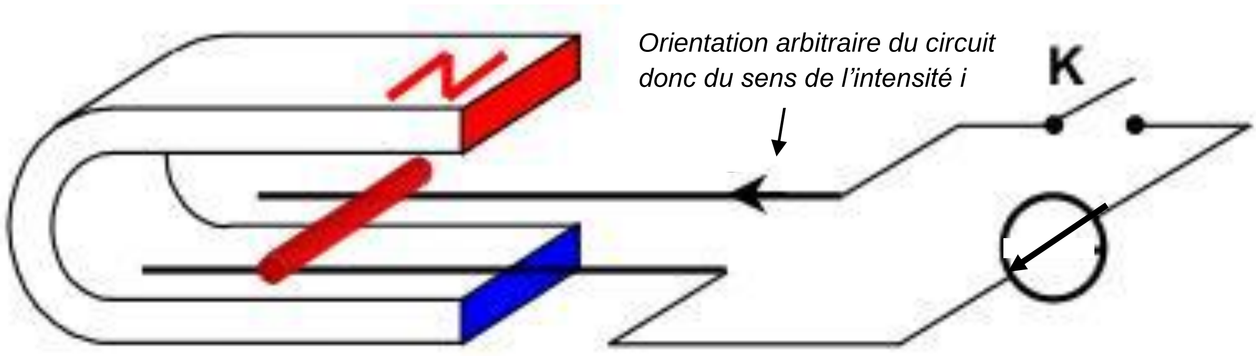
On oriente arbitrairement le circuit et on note $\vec{L}$ le vecteur de norme L de même direction que le circuit rectiligne et du sens de son orientation.

Le circuit rectiligne de longueur *L* parcouru par l'intensité *i* et placé dans le champ magnétique est soumis à une force appelée force de Laplace égale à :



Le sens de cette force dépend du signe de i (et i est > 0 si le sens de l'orientation du circuit est celui du sens conventionnel du courant).

2 Expérience du rail de Laplace

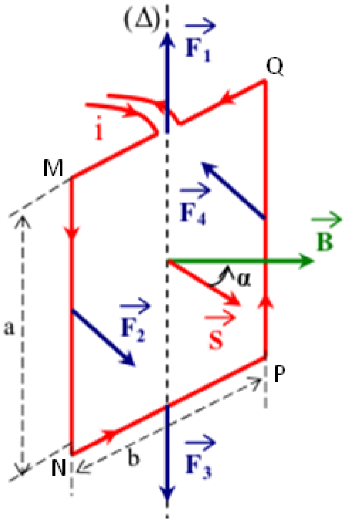


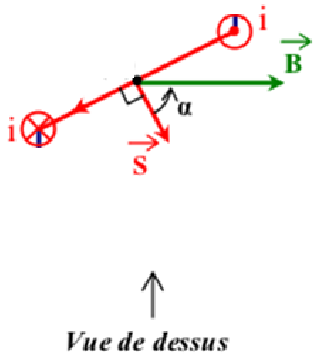
3 Puissance de la force de Laplace

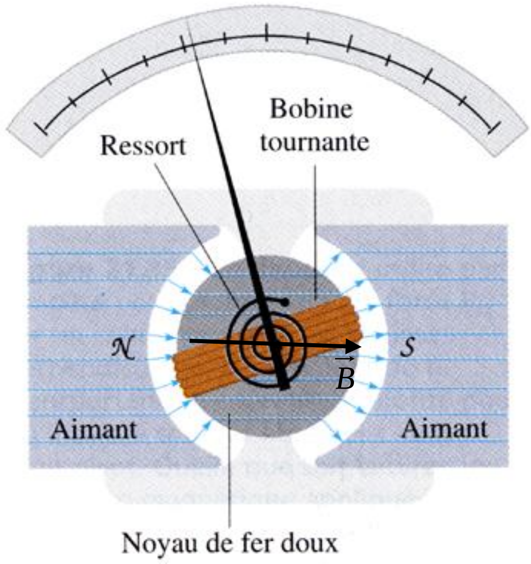
IV Couple magnétique

1 Couple magnétique exercé sur un cadre mobile

Voir exercice 6







Les forces $\vec{F_2}$ et $\vec{F_4}$ font tourner le cadre autour de Δ dans le sens positif de rotation (sens de l'orientation de α).

Ces deux forces créent un couple de force de moment $\vec{\Gamma} =$

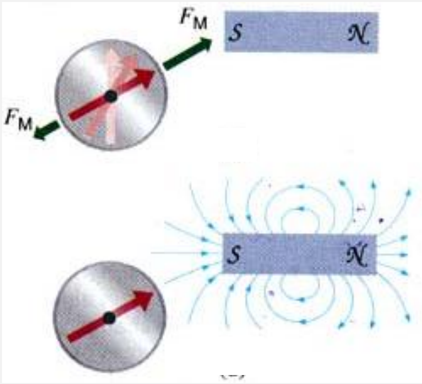
Et si le cadre est constitué dans enroulement de N spires : $\vec{\Gamma} =$

Ce moment est proportionnel à l'intensité du courant circulant dans le cadre. Cette propriété est utilisée pour mesurer l'intensité d'un courant à l'aide d'un galvanomètre à aiguille (voir figure de droite).

2 Couple magnétique exercé sur un moment magnétique

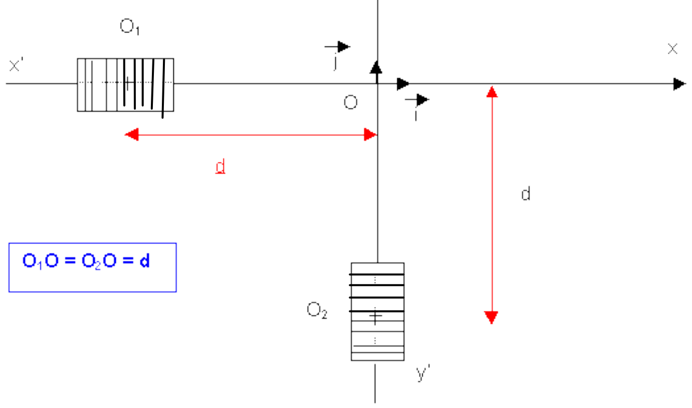
Voir démonstration dans l'exercice 6 et application dans l'exercice 3.

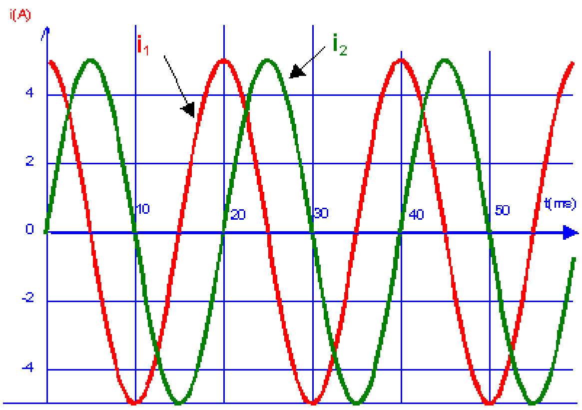
3 Effet d'un champ magnétique permanent sur une boussole

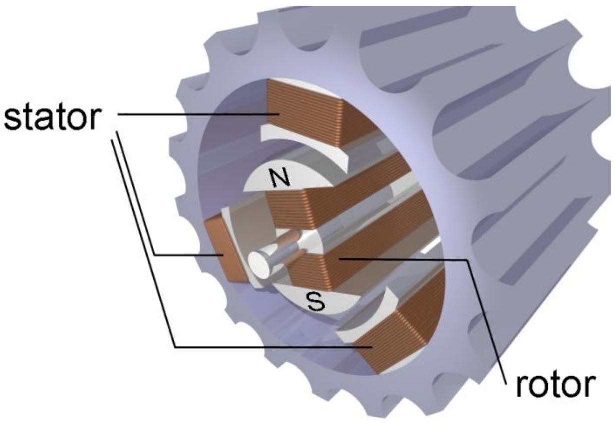


4 Effet d'un champ magnétique tournant sur un circuit mobile (rotor)

Voir exercice 2.





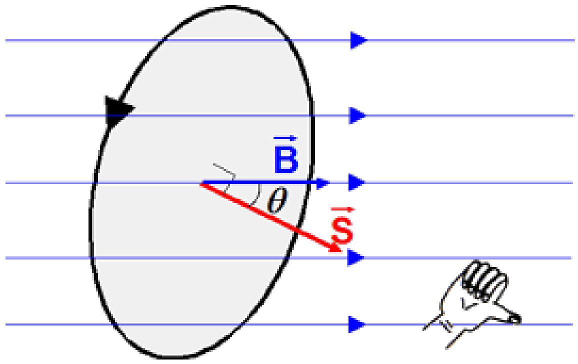


En pratique en réalise plutôt des moteurs avec trois bobines (au lieu de deux comme dans l'exemple précédent) espacées de 120° et branchées sur du triphasé. Quel est le déphasage entre les différentes tensions dans du triphasé ?

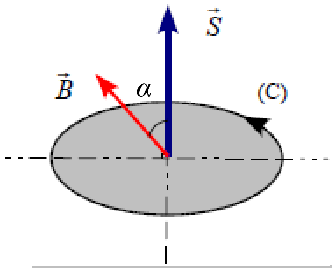
V Flux du champ magnétique à travers une surface

1 Cas du flux d'un champ magnétique uniforme à travers une surface plane

(seul cas au programme de MPSI)



Exemple :



Calculer le flux du champ magnétique de norme B = 1,0 T à travers N = 100 spires circulaires de rayon R = 5,0 cm. On prendra $\alpha = \pi/4$.

2 Le flux élémentaire (vu en spé)

Soit dS une surface élémentaire (infiniment petite et donc considérée comme plane). On oriente arbitrairement le contenu sur lequel s'appuie dS.

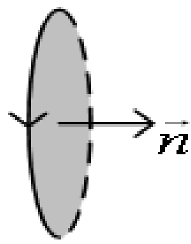
On définit le vecteur normal $\vec{n}$ de cet élément de surface : $\vec{n}$ est unitaire, perpendiculaire à la surface, de sens vérifiant la « règle de la main droite ».

On définit le vecteur élément de surface : $\overrightarrow{dS} = dS\,\vec{n}$

Le flux élémentaire du champ $\vec{B}$ à travers $\overrightarrow{dS}$ est : $d\phi = \vec{B}.\overrightarrow{dS} = \vec{B}.\vec{n}\,dS$

On peut ensuite calculer :

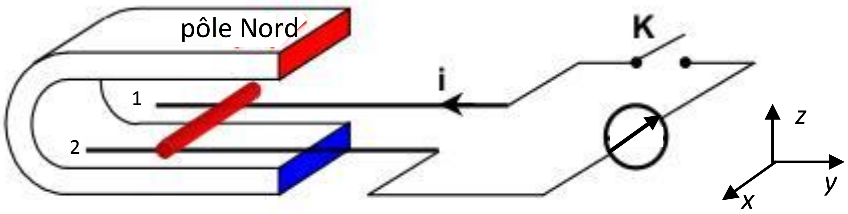
$$\phi_S(\vec{B}) = \iint_S d\phi = \iint_S \vec{B}_{(M\in S)}.\overrightarrow{dS}_{(M\in S)} = \iint_S \vec{B}_{(M\in S)}.\vec{n}_{(M\in S)}dS$$



VI Exercices

1 Le rail de Laplace

On considère le montage ci-dessous. La tige de masse m est initialement immobile et située en y = 0. A t = 0, on ferme l'interrupteur K. On note L la longueur placée dans l'entrefer de l'aimant. On négligera les frottements. On observe un déplacement de la tige sur les rails (1 et 2) de Laplace.



1- Représenter les forces s'exerçant sur la tige et donner leurs expressions projetées dans la base.

2- Déterminer $v(t)$ = dy/dt.

3- Déterminer l'expression de la puissance $P(t)$ de la force de Laplace en fonction du temps.

4- Soit $|\Phi| = B.S$, S étant la surface du circuit plongée dans l'entrefer de l'aimant. Déterminer l'expression de $|d\Phi/dt|$ puis relier $|P(t)|$ à $|d\Phi/dt|$. En déduire à quelle grandeur $d\Phi/dt$ est homogène.

2 Exercice d'application : champ tournant

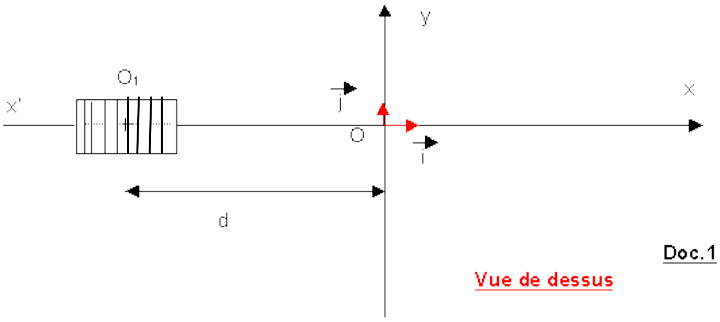
Dans le plan horizontal, on choisit un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

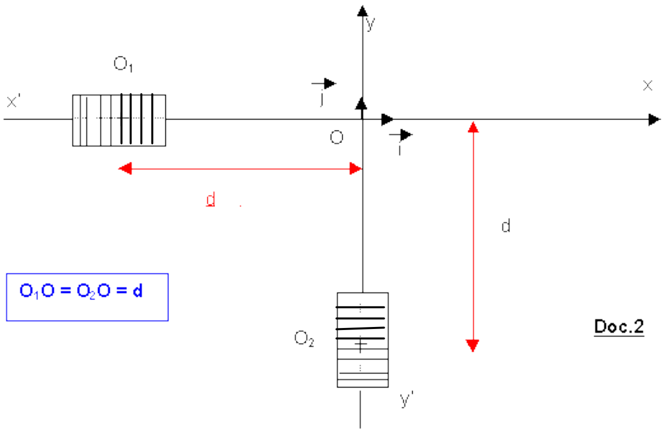
1. Une bobine (b_1) d'axe horizontal x'Ox, de centre O_1 situé à la distance d du point O ($O_1O = d$), est parcourue par un courant d'intensité i_1. Elle crée, au point O, un champ magnétique $\vec{B_1}$ (doc. 1).
Préciser, sur le schéma ci-dessous, le sens positif du courant dans les spires de (b_1) qu'il convient de choisir pour pouvoir écrire $\vec{B_1}$ sous la forme : $\vec{B_1} = ki_1\vec{i}$

   i_1 : valeur algébrique de l'intensité du courant dans (b_1).

   k : constante positive $k = 4{,}0.10^{-4}$ T.A^{-1}

Déterminer les caractéristiques de $\vec{B_1}$ lorsque $i_1 = 5{,}0$ A.





2. Une bobine (b_2), identique à (b_1), d'axe $y'Oy$, de centre O_2 situé à la distance d du point O, est parcourue par un courant d'intensité i_2. Elle crée au point O un champ magnétique $\vec{B_2} = ki_2\vec{j}$ (doc.2).

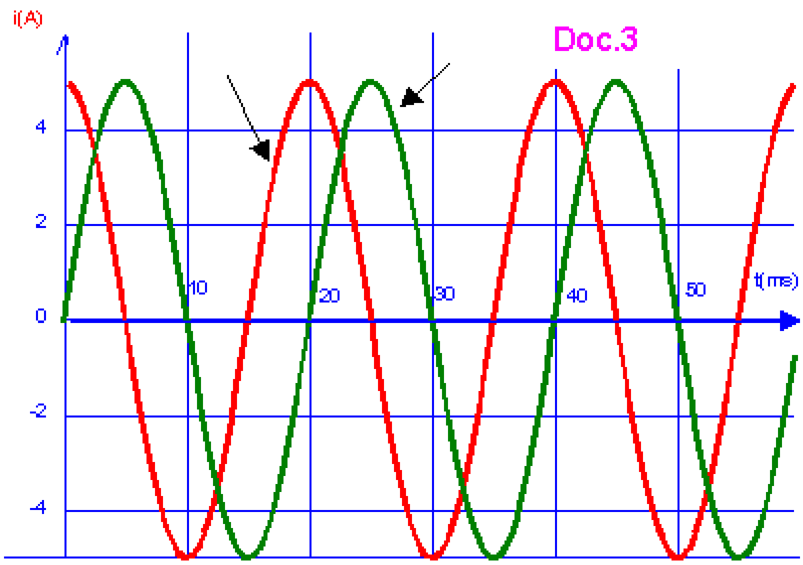
Déterminer les caractéristiques du champ magnétique total $\vec{B}$ au point O lorsque les deux bobines sont parcourues par des courants de même intensité $i_1 = i_2 = 5{,}0$ A. Que devient ce champ lorsque $i_1 = 5{,}0$ A et $i_2 = -5{,}0$ A ?

3. Chaque bobine est maintenant traversée par un courant alternatif sinusoïdal de même amplitude I_m et de même période T. Les variations au cours du temps des intensités i_1 et i_2 qui traversent les bobines (b_1) et (b_2) sont données par les équations horaires :

$i_1 = I_m\cos(\omega t)$; $i_2 = I_m\cos(\omega t - \pi/2)$

Le document 3 représente les variations des intensités i_1 et i_2 des courants en fonction du temps.

3.1. Légender l'oscillogramme ci-contre. Justifier.

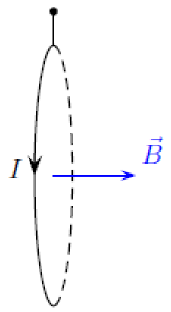


3.2. Exprimer le champ magnétique $\vec{B}$ créé par les deux bobines au point O en fonction de k, i_1 et i_2. Représenter ce vecteur champ magnétique aux instants de date : $t = 0$, $t = T/4$, $t = T/2$, $t = 3T/4$, $t = T$

3.3. Montrer, par le calcul, que l'intensité du champ magnétique $\vec{B}$ au point O est constante.

3.4. Soit α la valeur algébrique de l'angle $\alpha = (\vec{i}, \vec{B})$, cet angle est orienté dans le sens trigonométrique. Exprimer α en fonction du temps puis conclure.

3 Spire oscillante dans le champ magnétique terrestre



On suspend à un fil sans torsion une spire circulaire de masse m, de moment d'inertie J par rapport à l'axe du fil, de rayon R, et parcourue par un courant d'intensité $I > 0$. Elle est plongée dans le champ magnétique terrestre, supposé uniforme, horizontal : $\vec{B} = B\overrightarrow{u_x}$. On suppose que le fil n'exerce pas de couple de torsion sur la spire.

1. Exprimer le moment magnétique de la spire (dans le cas où le champ magnétique n'est pas perpendiculaire à la spire). Quelles sont ses positions d'équilibre ?

2. On écarte la spire d'un petit angle θ_0 à partir de sa position d'équilibre, puis on la lâche à l'instant $t = 0$ sans vitesse initiale. Décrire quantitativement le mouvement ultérieur de la spire.

3. Montrer que l'on peut mesurer la composante horizontale du champ magnétique terrestre.

4 Rail de Laplace en pente

On reprend la situation des rails de Laplace, mais au lieu d'être horizontaux, ils font un angle α avec l'horizontale. Le champ magnétique est constant et uniforme, vertical et dirigé vers le haut.

Numériquement $B = 150$ mT, $m = 8{,}0$ g, $l = 12$ cm pour la masse et la longueur du barreau mobile, $\alpha = 30°$ et $g = 9{,}8$ m.s^{-2}. On négligera les frottements.

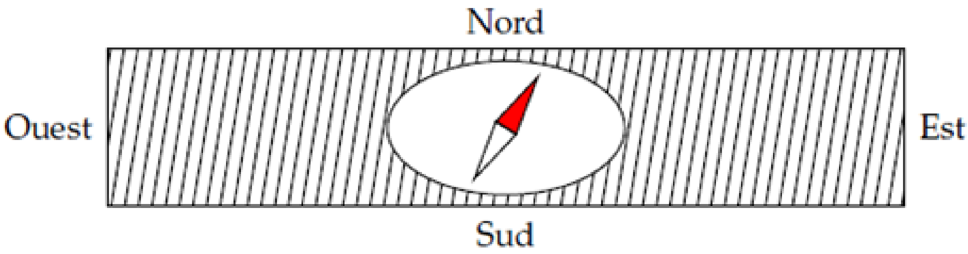
1. Faire un schéma en précisant le sens du courant pour que la force de Laplace tende à faire monter le barreau.

2. Calculer l'intensité du courant nécessaire pour permettre au barreau de monter à vitesse constante s'il a initialement une vitesse non nulle.

3. Calculer par deux méthodes (calcul direct et théorème de la puissance cinétique) la puissance des forces de Laplace sur le barreau s'il met 0,5 s pour augmenter son altitude de 10 cm.

5 Mesure du champ magnétique terrestre

On dispose d'un solénoïde comportant $n = 100$ spires par mètre parcouru par un courant d'intensité $I = 100$ mA. On place ce solénoïde sur une table horizontale et on oriente son axe dans la direction Est-Ouest. On introduit, à l'intérieur, une aiguille aimantée mobile en rotation autour d'un axe vertical. Cette aiguille s'oriente parallèlement à la composante horizontale du champ magnétique existant à l'endroit où elle se trouve.



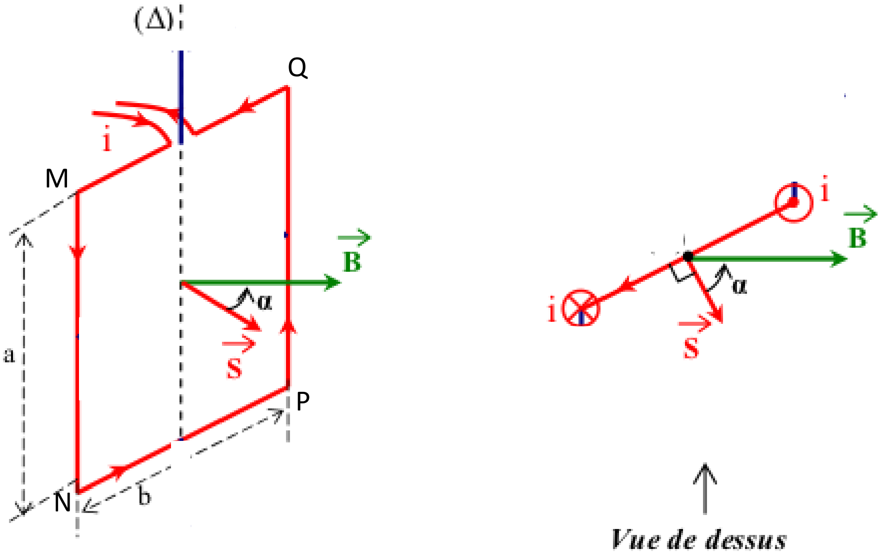
On rappelle la valeur de $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ H.m^{-1} la perméabilité du vide.

1. Calculer l'intensité du champ magnétique créé par le solénoïde dans le cadre du modèle du solénoïde infiniment long.

2. Sachant que l'aiguille aimantée fait un angle $\alpha = 58°$ avec l'axe du solénoïde, déterminer la valeur de la composante horizontale B_H du champ magnétique terrestre.

6 Couple magnétique exercé sur un cadre rectangulaire

On étudie une spire rectangulaire *MNPQ* parcourue par un courant d'intensité $i > 0$, plongée dans un champ magnétique uniforme et stationnaire $\vec{B} = B\vec{u_x}$ avec $B > 0$ créé par un environnement extérieur (aimant ou électroaimant). On suppose que la spire peut tourner autour de l'axe (*Oz*) noté (Δ).



1- Représenter la base $(O, \vec{u_x}, \vec{u_y}, \vec{u_z})$ sur les schémas ci-dessus et justifier les directions et sens des forces de Laplace subies par les portions *NP* et *QM*. Quel est l'effet de ces deux forces sur le mouvement du cadre ?

2- Déterminer les expressions des forces de Laplace $\vec{F_2}$ et $\vec{F_4}$ subies par les portions *MN* et *PQ* puis représenter-les sur le schéma de droite. Quel est l'effet de ces deux forces sur le mouvement du cadre ? Comment nomme-t-on ce genre de forces ?

3- Déterminer les expressions des moments scalaires $\Gamma_\Delta(\vec{F_2})$ et $\Gamma_\Delta(\vec{F_4})$, sans calculer préalablement les moments vectoriels, puis en déduire l'expression du moment Γ_Δ subi par la spire rectangulaire.

4- Prouver que le moment mécanique $\vec{\Gamma}$ subi par la spire rectangulaire peut se mettre sous la forme $\vec{\Gamma} = \vec{M} \wedge \vec{B}$, $\vec{M}$ étant le moment magnétique de la spire.