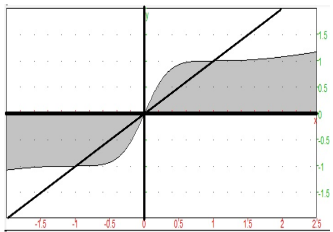


Lycée Charlemagne

.2018.– $\mathcal{M}PSI2$ –.2019.

MARDI 2 AVRIL

IS24

♡ 0 ♡ Montrez que tout produit d'applications croissantes positives est croissant. 1 pt.

♡ 1 ♡ Développez $\sqrt{n+\sqrt{n}}-\sqrt{n}$ jusqu'à un terme en $o\Big(\dfrac{1}{\sqrt{n}}\Big)$. 4 pt.

♡ 2 ♡ Convergence des séries de termes généraux

$Arctan(n)$	$\dfrac{Arctan(n)}{n}$	$(-1)^n.\dfrac{Arctan(n)}{n}$	$\dfrac{Arctan(1/n)}{\sqrt{n}}$	$\frac{\cos(n).arctan(n)}{n^2}$

5 pt.

♡ 3 ♡ Combien y a-t-il d'applications continues de $\mathbb{R}^*$ dans $\{0,\ 1,\ 2\}$? 2 pt.

♡ 4 ♡ Montrez que si f est lipschitzienne de $[a,\ b]$ dans $\mathbb{R}^{+*}$, alors $\dfrac{1}{f}$ est lipschitzienne de $[a,\ b]$ dans $\mathbb{R}^{+*}$.

♡ 5 ♡ Prolongez par continuité en 0 l'application $x \longmapsto (x+1)^{\ln(x)}$. Montrez qu'elle est décroissante puis croissante sur $]0,\ +\infty[$. 4 pt.

♡ 6 ♡ Montrez que l'application $x \longmapsto \dfrac{x^3+3.x}{3.x^2+1}$ est croissante sur $\mathbb{R}$. 1 pt. Étudiez la suite u_0 donné et pour tout n $u_{n+1}=\dfrac{(u_n)^3+3.u_n}{3.(u_n)^2+1}$. Discuter suivant u_0. 3 pt.

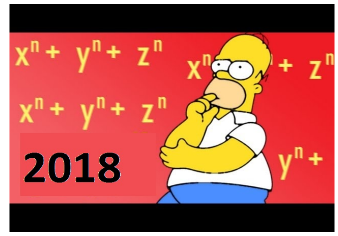
♯ -1 ♯ Une suite de SAIAS et MAZET [1] est une suite d'entiers naturels non nuls, distincts, où chaque terme est diviseur ou multiple du terme qui suit. Par exemple `[1, 2, 6, 3, 12, 4]`, ou `[5, 1, 4, 2, 6, 3]`. Écrivez un script qui prend en entier une liste de nombres et vérifie si elle est de SAIAS et MAZET. 3 pt. [2]

♯ 0 ♯ On peut construire une suite de SAIAS et MAZET qui contient tous les entiers naturels. En voici le début : `[1, 2, 6, 3, 12, 4, 20, 5, 35, 7, 56, 8, 72, 9, 90, 10, 110, 11, 143, 13]` Donnez les six termes suivants. 1 pt. Donnez l'algorithme qui en fournit les `n` premiers termes. 4 pt.

◇ 0 ◇ Montrez pour tout couple de réels positifs : $\sqrt{a.b}\leqslant\dfrac{a+b}{2}$, pour tout quadruplet $\sqrt[4]{a.b.c.d}\leqslant\dfrac{a+b+c+d}{4}$ et pour tout triplet $\sqrt[3]{a.b.c}\leqslant\dfrac{a+b+c}{3}$ *(prendre $d=\dfrac{a+b+c}{3}$)*. 3 pt.

◇ 1 ◇ On se donne : $0<a_0<b_0<c_0$ et pour tout n : $a_{n+1}=\dfrac{3}{\frac{1}{a_n}+\frac{1}{b_n}+\frac{1}{c_n}}$, $b_{n+1}=\sqrt[3]{a.b.c}$ et $c_{n+1}=\dfrac{a_n+b_n+c_n}{3}$. Montrez que ces trois suites convergent, vers la même limite. 4 pt.

1. Eric SAIAS et Pierre MAZET, mathématiciens français contemporains
2. Pour le test de type de variable, vous ne connaissez pas : « `type(a) is int` » est un booléen qui dit si `a` est de type `int`, vous pouvez tester aussi `char`, `float`, `str`, `list`....



Questions de cours. IS24

On prend f et g positives et croissantes de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$. On se donne a et b vérifiant $a < b$. On doit montrer : $f(a).f(b) - g(a).g(b) < 0$.

$f(b).g(b) - f(a).g(a) = \underbrace{f(b)}_{\geqslant 0} .\underbrace{\Big(g(b) - g(a)\Big)}_{g\ croit} + \underbrace{g(a)}_{\geqslant 0} .\underbrace{\Big(f(b) - f(a)\Big)}_{f\ croit}$. Tout est positif.

• Pour $Arctan(n)$, le terme général ne tend même pas vers 0, la série $\sum_{k=0}^{n} Arctan(k)$ diverge quand n tend vers l'infini, et est même équivalente à $n.\frac{\pi 2}{}$ *(théorème de Cesàro)*.

• Le terme général positif $\frac{Arctan(n)}{n}$ tend vers 0 mais se minore par $\frac{1}{n}$, par minoration, la série diverge.

• Le terme général $(-1)^n.\frac{Arctan(n)}{n}$ tend vers 0, c'est bien parti. Il est doté d'un $(-1)^n$ qui le fait clignoter, c'est bien aussi. Reste à savoir si $\frac{Arctan(n)}{n}$ décroit vers 0. Or, l'application $t \longmapsto \frac{Arctan(t)}{t}$ décroit à partir de $t = 1$ *(dériver et constater que* $\frac{t}{1+t^2} - Arctan(t)$ *est négatif dès que* t *a dépassé* 1*, car* $\frac{t}{1+t^2}$ *est plus petit que* $\frac{1}{2}$ *et* $Arctan(t)$ *plus grand que* $\frac{\pi}{4}$*)*. La suite $\left(\frac{Arctan(n)}{n}\right)_{n\geqslant 2}$ décroit. On peut utiliser le critère des séries alternées.

Si vous oubliez la décroissance (vers 0*) du terme général, vous avez tout perdu, on va vous surveiller sur ce genre de points aux concours.*

• Le terme général $\frac{Arctan(1/n)}{\sqrt{n}}$ est positif, et se majore par $\frac{1/n}{\sqrt{n}}$. Comme l'exposant a dépassé 1, la série de terme général $\frac{1}{n^{3/2}}$converge.

• Le signe de $\frac{\cos(n).Arctan(n)}{n^2}$ est incertain. Mais la série de terme général $\frac{|\cos(n).Arctan(n)|}{n^2}$ converge par domination par $\frac{1.\pi/2}{n^2}$ *(terme général d'une série de Riemann)*. Le critère de convergence en valeur absolue permet de conclure.

On fait comme toujours appel aux quantités conjuguées puisqu'on soustrait deux équivalents de même ordre :

$\sqrt{n+\sqrt{n}} - \sqrt{n} = \frac{n+\sqrt{n}-n}{\sqrt{n+\sqrt{n}}+\sqrt{n}} \sim \frac{\sqrt{n}}{2.\sqrt{n}}$ déjà la suite tend vers $\frac{1}{2}$.

On lui soustrait $\frac{1}{2}$ pour voir ce qu'il reste : $\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n+\sqrt{n}}+\sqrt{n}} - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{n}-\sqrt{n+\sqrt{n}}}{2.\Big(\sqrt{n+\sqrt{n}}+\sqrt{n}\Big)}$.

Par changement de signe, le numérateur est équivalent à $\frac{-1}{2}$, et le dénominateur est équivalent à $4.\sqrt{n}$.

L'ensemble est équivalent à $\frac{-1}{8.\sqrt{n}}$: $\boxed{\sqrt{n+\sqrt{n}} - \sqrt{n} = \frac{1}{2} - \frac{1}{8.\sqrt{n}} + o\Big(\frac{1}{\sqrt{n}}\Big)_{n\to+\infty}}$

Une application continue de I (intervalle de $\mathbb{R}$) dans $\{0,\ 1,\ 2\}$ est forcément constante. En effet, si elle ne l'était pas, elle prendrait deux valeurs différentes, comme 1 et 2 et devrait donc prendre aussi toutes les valeurs intermédiaires comme des irrationnels. Ça lui est interdit. Elle est donc constante.
Mais attention, f est constante sur $]-\infty,\ 0[$ et constante sur $]0,\ +\infty[$. Elle a trois choix d'un coté et

trois de l'autre. Ce qui fait neuf applications.

Si f est continue de $[a,\ b]$ dans $\mathbb{R}^{+*}$, alors elle est strictement positive *($\dfrac{1}{f}$ existe)*, mais elle est aussi continue *(lipschitzienne implique continue)*. Elle est donc bornée et atteint ses bornes. f va donc de $[a,\ b]$ dans $[f(\alpha),\ f(\beta)]$ *(où α est l'endroit où le minimum est atteint)*.
On prend alors x et y dans $[a,\ b]$ et on calcule $\left|\dfrac{1}{f(x)}-\dfrac{1}{f(y)}\right| = \dfrac{|f(y)-f(x)|}{f(x).f(y)} \leqslant \dfrac{K.|x-y|}{f(x).f(y)}$.
Mais comme on a $f(x)\geqslant f(\alpha)>0$ et $f(y)\geqslant f(\alpha)>0$, on a $f(x).f(y)\geqslant f(\alpha)^2$ puis $\dfrac{1}{f(x).f(y)}\leqslant \dfrac{1}{f(\alpha)^2}$.
Finalement, $\dfrac{1}{f}$ est lipschitzienne de rapport $\dfrac{K}{f(\alpha)^2}$ *(pas forcément le plus petit)*.

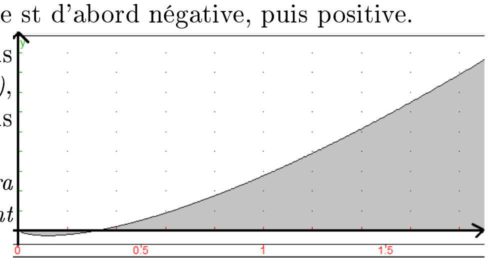
Une application. IS24

Pour définir $(x+1)^{\ln(x)}$, il faut que x soit strictement positif pour que son logarithme existe. Il faut ensuite revenir à la seule définition possible : $\boxed{e^{\ln(x+1).\ln(x)}}$
Quand x tend vers 0, $\ln(x)$ tend vers $-\infty$ et $\ln(x+1)$ tend vers 0. C'est une forme indéterminée. Mais $\ln(x+1)$ est équivalent à x. le produit des deux logarithmes est équivalent à $x.\ln(x)$. Cet équivalent tend vers 0 *(on ne dit pas « est équivalent à 0 »)*. Le produit des logarithmes tend vers 0, l'exponentielle du tout tend vers $\boxed{1}$

Comme l'exponentielle est croissante, les variations de cette application sont les mêmes que celles de $x\longmapsto \ln(x+).\ln(x)$ *(qui ne se simplifie pas)*. on dérive donc en $x\longmapsto \dfrac{\ln(x+1)}{x}+\dfrac{\ln(x)}{x+1}$. On doit étudier le signe de cette chose continue qui tend vers 0 vers $+\infty$ et vers $-\infty$ en 0 *(la forme $\dfrac{\ln(x)}{x}$ n'est pas du tout indéterminée en 0)*. Cette étude rapide aux bornes confirme déjà que cette quantité va s'annuler au moins une fois. Peut être trois, va savoir.

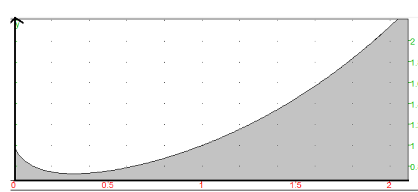
Il est inutile d'avoir le rêve fou de résoudre explicitement l'équation $\dfrac{\ln(x+1)}{x}+\dfrac{\ln(x)}{x+1}$, il y a un trop grand mélange de fonctions polynômes et logarithmes.

On se ramène a étudier le signe de son numérateur : $(x+1).\ln(x+1)+x.\ln(x)$ (notée φ), ce qui évite des fractions.
On le dérive à son tour et on trouve $x\longmapsto 1+\ln(x+1)+1+\ln(x)$. C'est une somme d'applications croissantes, elle croît.
Elle s'annule et change de signe en un point et un seul. Elle st d'abord négative, puis positive.



Il s'ensuit que $(x+1).\ln(x+1)+x.\ln(x)$ est décroissante, puis croissante. Comme elle part de la valeur 0 *(par prolongement)*, elle est négative jusqu'à son minimum et même au delà, puis devient positive pour tendre vers l'infini.
Elle s'annule vraiment une fois et une seule *(on ne dira pas qu'on a vraiment $\varphi(0)=0$, mais juste $\overline{\varphi}(0)=0$ en ayant prolongé)*. On va noter α l'endroit où elle s'annule.
On a alors

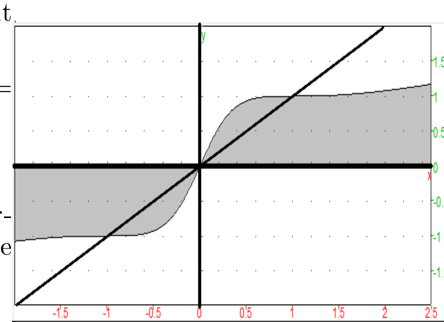
$0\leqslant x\leqslant\alpha$	$\alpha\leqslant x$
$(x+1).\ln(x+1)+x.\ln(x)\leqslant 0$	$0\leqslant(x+1).\ln(x+1)+x.\ln(x)$
$\dfrac{\ln(x+1)}{x}+\dfrac{\ln(x)}{x+1}\leqslant 0$	$0\leqslant\dfrac{\ln(x+1)}{x}+\dfrac{\ln(x)}{x+1}$
$x\longmapsto\ln(x+1).\ln(x)$ décroît	$x\longmapsto\ln(x+1).\ln(x)$ croît
$x\longmapsto(x+1)^{\ln(x)}$ décroît	$x\longmapsto(x+1)^{\ln(x)}$ croît



Moralité : il ne faut pas hésiter à introduire des fonctions auxiliaires sans dénominateur, il ne faut pas hésiter à dériver plusieurs fois, il faut regarder les fonctions comme des composées, il faut hésiter à prétendre résoudre les équations explicitement comme un grand naïf. Bref, il suffit de faire des calculs élémentaires, mais d'avoir les bonnes initiatives, celles qu'on oublie d'apprendre au lycée.

Une suite récurrente. IS24

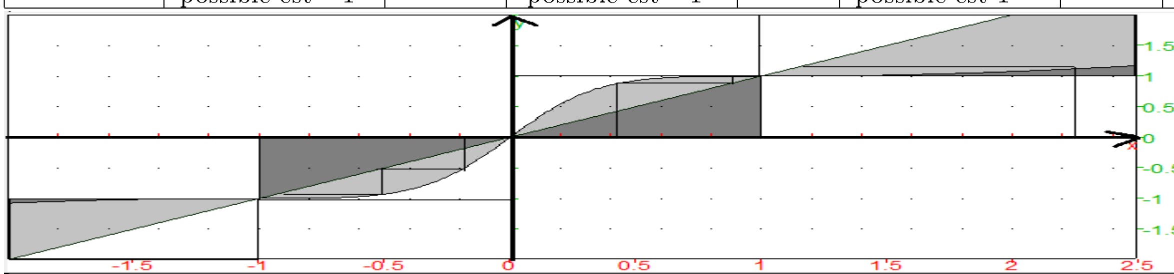
Pour le sens de variations de $x \longmapsto \dfrac{x^3+3.x}{3.x^2+1}$ (définie sur tout $\mathbb{R}$), on dérive et on étudie le signe du seul numérateur : $(3.x^2+3).(3.x^2+1)-(x^3+3.x).(6.x) = 3.x^4-6.x^2+3 = 3.(x^2-1)^2$
C'est un carré, c'est positif. L'application est croissante.



Pour la suite récurrente, tous les termes existent. On détermine la position par rapport à la bissectrice étudiant le signe de $\dfrac{x^3+3.x}{3.x^2+1}-x$. On trouve le signe de $x.(x^2-1)$.

Les trois points fixes sont -1, 0 et 1. Ce sont les seules limites possibles pour la suite.
D'autre part, on a par exemple : $x \geqslant 1 \Rightarrow f(x) \geqslant f(1) = 1$. C'est ce qui permet de prouver par récurrence sur n : $u_0 \geqslant 1 \Rightarrow (\forall n,\ u_n \geqslant 1)$.
Il est temps de tout mettre en place

u_0	$u_1 < -1$	$u_0 = -1$	$-1 < u_1 < 0$	$u_0 = 0$	$0 < u_1 < 1$	$u_0 = 1$	$1 < u_1$
récurrence	$\forall n,\ u_n \leqslant -1$		$\forall n,\ -1 < u_n < 0$		$\forall n,\ 0 < u_n < 1$		$\forall n,\ 1 < u_n$
bissectrice	$\forall n,\ u_{n+1} \geqslant u_n$		$\forall n,\ u_{n+1} \leqslant u_n$		$\forall n,\ u_{n+1} \geqslant u_n$		$\forall n,\ u_{n+1} \leqslant u_n$
convergence	u_n converge vers son plus petit majorant		(u_n) converge vers son plus grand minorant		(u_n) converge vers son plus petit majorant		(u_n) converge vers son plus grand minorant
élimination	la seule limite possible est -1	-1	la seule limite possible est -1	0	la seule limite possible est 1	1	la seule limite possible est 1



Des suites qui vont "adjacer" à trois. IS24

Le premier jeu d'inégalités est un classique, c'est une question de cours :
$\dfrac{a+b}{2}-\sqrt{a.b} = \dfrac{a+b-2.\sqrt{a.b}}{2} = \dfrac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{2} \geqslant 0$ *c'est la comparaison des moyennes, et on a une dizaine d'autres preuves disponibles.*
On l'applique à a et b, puis à c et d et aussi à $\sqrt{a.b}$ et $\sqrt{c.d}$:
$\sqrt{\sqrt{a.b}.\sqrt{c.d}} \leqslant \dfrac{\dfrac{a+b}{2}+\dfrac{c+d}{2}}{2} = \dfrac{a+b+c+d}{4}$ et le premier termes est une puissance $\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{4}$, c'est une racine quatrième.
On perd d en le remplaçant par $\dfrac{a+b+c}{3}$:
$\left(a.b.c.\dfrac{a+b+c}{3}\right)^{1/4} \leqslant \dfrac{a+b+c+\dfrac{a+b+c}{3}}{4} = \dfrac{\dfrac{3.a+3.b+3.c+a+b+c}{3}}{4} = \dfrac{a+b+c}{3}$ génial.
On a donc $\left(a.b.c\right)^{1/4}.\left(\dfrac{a+b+c}{3}\right)^{1/4} \leqslant \left(\dfrac{a+b+c}{3}\right)^{1}$ qui devient $\left(a.b.c\right)^{1/4} \leqslant \left(\dfrac{a+b+c}{3}\right)^{3/4}$.
On élève tout ce beau monde positif à la puissance $\dfrac{4}{3}$ sans perdre le sens des inégalités : $(a.b.c)^{1/3} \leqslant \dfrac{a+b+c}{3}$.

Même si vous ne trouvez pas que c'est du cours, vous devez trouver que ça se fait tout seul, et que c'est des belles mathématiques.

On s'est donné a_0, b_0 et c_0 dans cet ordre, et on construit des moyennes $a_1 = \dfrac{3}{\dfrac{1}{a_0}+\dfrac{1}{b_0}+\dfrac{1}{c_0}}$, $b_1 = \sqrt[3]{a_0.b_0.c_0}$ et $c_1 = \dfrac{a_0+b_0+c_0}{3}$. Et on va recommencer.
On offre une première récurrence évidente : ils existent et ils sont tous strictement positifs.
La question précédente nous dit aussi : $b_1 \leqslant c_1$.
Ce serait bien d'avoir aussi $a_1 \leqslant b_1$. C'est là qu'il faut un peu d'initiative, et d'esprit mathématique.
Ce qu'on a fait pour un triplet s'appelant $(a,\ b,\ c)$, on peut le faire à un autre, comme $(c,\ b,\ a)$, $(a^2,\ b^2,\ c^2)$ ou $\left(\dfrac{1}{a},\ \dfrac{1}{b},\ \dfrac{1}{c}\right)$.

En physique, on observe, on émet une conjecture, on fait ensuite diverses expériences pour valider. En maths, on passe son temps à se demander plutôt « et si on change ça ou ça..., et si on remplace par..., est ce que c'est vrai aussi dans l'autre sens ». Une science réussit à raconter le monde, l'autre e invente de nouveaux.

Ici, avec $\dfrac{1}{a}$, $\dfrac{1}{b}$et $\dfrac{1}{c}$, on trouve donc : $\sqrt[3]{\dfrac{1}{a}.\dfrac{1}{b}.\dfrac{1}{c}} \leqslant \dfrac{\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}}{3}$. Comme tout est positif, on passe aux inverses : $\dfrac{3}{\dfrac{1}{a_n}+\dfrac{1}{b_n}+\dfrac{1}{c_n}} \leqslant \sqrt[3]{a_n.b_n.c_n}$, c'est l'inégalité $a_{n+1} \leqslant b_{n+1}$.
On a donc toujours $a_{n+1} \leqslant b_{n+1} \leqslant c_{n+1}$, juste parce qu'on a a_n, $b_n$et c_n positifs. Et il n'y a pas de récurrence.

La récurrence, c'est pour avoir a_n, b_n et c_n existent et sont positifs. Et le résultat $a_n \leqslant b_n \leqslant c_n$ est juste issu des comparaisons d'inégalités... Donc, si vous prétendez que vous obtenez $a_n \leqslant b_n \leqslant c_n$, c'est juste la preuve que vous savez être un perroquet pour avoir le bac, mais c'est aussi la preuve que vous ne comprenez pas quel prix vous payez pour chaque démonstration. C'est bien dommage si vous voulez faire ingénieur.

Bon, on a donc pour tout n l'existence de a_n, b_n et c_n vérifiant $a_n \leqslant b_n \leqslant c_n$.
On somme ces inégalités : $a_n + b_n + c_n \leqslant 3.c_n$. On divise par 3 : $c_{n+1} \leqslant c_n$.
On sent venir les suites adjacentes : la suite (c_n) décroit *(avec des parenthèses, s'il vous plait les enfants, on fait de la poésie, mais il y a une grammaire à respecter)*.
On reprend : $0 \leqslant a_n \leqslant b_n \leqslant c_n$ et cette fois on passe aux inverses $\dfrac{1}{a_n} \geqslant \dfrac{1}{b_n} \geqslant \dfrac{1}{c_n} > 0$: et on somme : $\dfrac{3}{a_n} \geqslant \dfrac{1}{a_n}+\dfrac{1}{b_n}+\dfrac{1}{c_n}$ puis à l'inverse après division par 3 : $a_n \leqslant \dfrac{3}{(a_n)^{-1}+(b_n)^{-1}+(c_n)^{-1}}$. La suite a croît.
On met bout à bout, comme pour des suites adjacentes : $a_0 \leqslant \ldots \leqslant a_n \leqslant a_{n+1} \leqslant c_{n+1} \leqslant c_n \leqslant \ldots \leqslant c_0$.
La suite a est croissante, majorée par c_0, elle converge *(vers α)*.
La suite c est décroissante, minorée par a_0, elle converge *(vers γ)*.
Ce serait bien qu'elles aient la même limite *(et que par encadrement, b converge aussi vers cette limite)*.

Il serait naïf d'écrire « notons β la limite de la suite (b_n) ». En effet, rien ne nous dit que la suite b converge. Elle pourrait osciller entre deux valeurs comprises entre α et β.

Mais prenons la formule $c_{n+1} = \dfrac{a_n+b_n+c_n}{3}$ et renversons la : $b_n = 3.c_{n+1} - a_n - c_n$. Par théorèmes algébriques, le membre de droite a une limite, le membre de gauche en a une aussi. Et on sait même : $\beta = 3.\gamma - \alpha - \gamma = 2.\gamma - \alpha$.
On reprend trois formules et un encadrement $a_n \leqslant b_n \leqslant c_n$. On passe à la limite : $\alpha = \dfrac{3}{\alpha^{-1}+\beta^{-1}+\gamma^{-1}}$, $\beta^3 = \alpha.\beta.\gamma$ et $\gamma = \dfrac{\alpha+\beta+\gamma}{3}$ et enfin $\alpha \leqslant \beta \leqslant \gamma$.
Si dans l'encadrement il y avait une inégalité stricte, on ne pourrait plus avoir $\gamma = \dfrac{\alpha+\beta+\gamma}{3}$; les trois limites sont égales.

Aucune difficulté particulière dans cet exercice. Mais il ne faut pas se précipiter. Là où je vous massacrerai : si vous faites des affirmations sans preuve. Bref, tout ce qui sera à l'encontre d'une démarche scientifique. L'erreur de calcul, ce n'est rien. L'erreur de raisonnement c'est mille fois pire. la malhonnêteté de raisonnement, c'est infiniment pire. Tout le contraire des habitudes que vous a donné votre formation dans le secondaire, parfois ?

On va parcourir la liste L [3], vérifier que les éléments sont des entiers, positifs, pour chacun, on vérifiera qu'il divise le suivant ou est divisible par lui. En cas d'échec, on sortira tout de suite avec un False. Si on est allé jusqu'au bout *(attention au range, on ne doit pas aller trop loin)*, on sortira vainqueur. Au fur et à mesure, on vérifiera que l'élément ne fait pas déjà partie des précédents, puisqu'on a demandé « tous distincts ».

```
def TestMazet(L) :
....for elt in L :
........if not(type(elt) is int) :
............return(False)  #l'un d'entre eux n'est pas entier
........if elt <= 0 :
............return(False)  #ou s'il est entier, il est négatif !
....for k in range(len(L)-1) :  #ne pas déborder
........Element, Suivant = L[k], L[k+1]  #comme on va les utiliser plusieurs fois
........TestDiv = (Element%Suivant==0) or (Suivant%Element==0)  #le test
........if not(TestDiv) :  #le test a échoué
............return(False)  #on sort brutalement
........if Suivant in L[ : k+1] :
............return(False)  #la valeur est déjà prise
....return(True)
```

Pour remplir la suite qui va prendre tous les entiers un à un. On part de 1 et 2. On aimerait tout de suite atteindre 3, on va transiter par 6 (multiple de 2 et de 3), et on redescendra à 3.
On veut atteindre 4, on prend le *ppcm* de 3 et 4, c'est 12, on le place après 3, on redescend à 4.
On insère le couple 20, 5.
On n'a pas besoin ensuite d'accéder à 6, il est déjà apparu dans la suite. On passe donc à 7 qui n'y est pas encore, et on y accède par l'intermédiaire du produit 35 *(dont on est sûr qu'il n'y est pas encore)*.

```
def Mazette(n) :
....L = [1, 2]
....while len(L) < n :
........Element = L[-1]  #le dernier trouvé
........Suivant=Element+1  #celui qu'on veut
............while suivant in L :  #mais s'il est déjà pris
................Suivant +=1  #et même tant qu'il est déjà pris
........Multiple = Element*Suivant  #le produit pour monter descendre
........L.append(Produit)  #on monte
........L.append(Suivant)  #on descend
....return(L)
```

Bon, il est possible que la suite soit trop longue car on avance de deux en deux. Si n était impair, on a un élément de trop, on le détruit par return(L[: n])
[1, 2, 6, 3, 12, 4, 20, 5, 35, 7, 56, 8, 72, 9, 90, 10, 110, 11, 143, 13, 182, 14, 210, 15, 240, 16, 272, 17, 306, 18, 342, 19, 399, 21, 462, 22, 506, 23, 552, 24, 600, 25, 650, 26, 702, 27]
La complexité est en n pour le parcours, mais à chaque valeur de k, il y a des tests sur une liste de longueur k. On a donc plutôt $\sum_{k=0}^{k} k$, ce qui crée un $O(n^2)$.

3. pas original d'appeler une liste L, mais OirDeFrance c'est trop long